F 1503/4

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

TOMUL XIX (XXIII)

Fasc. 1–2

SECŢIA IV MECANICĂ TEHNICĂ

1973

MŰSZAKI KÖNYVTÁR
DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT
1883

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

TOMUL XIX (XXIII)

Fasc. 1–2

SECŢIA IV MECANICĂ TEHNICĂ

1973

COLEGIUL DE REDACȚIE

Prof. em. dr. doc. GH. ALEXA, prof. em. ing. D. ATANASIU, prof. ing. C. CALISTRU,
prof. ing. T. GOLGOȚIU, prof. dr. doc. D. MANGERON (secretar),
conf. ing. A. MARCHIȘ, prof. dr. doc. D. RUSU,
acad. prof. dr. doc. CRISTOFOR SIMIONESCU (președinte)

COMITETUL DE REDACȚIE AL SECȚIEI

IV. MECANICĂ TEHNICĂ

Prof. dr. doc. T. FĂRCAȘ
Prof. ing. G. D'ALBON
Conf. ing. CR. LINDE

REDACȚIA

Prof. dr. doc. D. MANGERON (redactor responsabil)
Conf. dr. ing. ALFRED BRAIER (secretar de redacție)
Șef de lucrări ing. I. CONDREA (secretar de redacție adjunct)
Ing. ANETA BRAIER (redactor)

MŰSZAKI KÖNYVTÁRES

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tomul XIX (XXIII), fasc. 1–2 1973

Secţia IV

MECANICĂ TEHNICĂ

SUMAR

Pag.

ALFRED BRAIER şi GABRIELA NEAGU, Răspunsul frecvenţial al sistemelor de ordinul doi la intrări modulate în amplitudine. (II) Intrări cu modulaţie liniară (engl., rez. rom.) 9

LIVIU BRÎNDEU, Stabilitatea mişcărilor periodice ale sistemelor vibropercutante generale cu un grad de libertate (germ., rez. rom.). 19

SPIRIDON DELEANU, N. IRIMICIUC şi I. IBĂNESCU, Ecuaţii Lagrange de specia întîia pentru sisteme mecanice avînd solide cu mase variabile ca elemente constitutive (franc., rez. rom.) 25

VICTOR FLORIN POTERAŞU, Studiul stabilităţii globale asimptotice a sistemelor mecanice neolonome cu ajutorul metodei programării dinamice (rom., rez. engl.) 31

ILIE N. CONSTANTINESCU, Utilizarea teoriei distribuţiilor în studiul oscilaţiilor liniare ale unui punct material (franc., rez. rom.) 37

CRISTIAN LINDE, N. IRIMICIUC şi I. IBĂNESCU, Asupra ecuaţiei maşinii reale. (II) Stabilirea ecuaţiei de mişcare a maşinii reale (rom., rez. franc.) 43

CEZAR DUCA şi I. SIMIONESCU, Cinetostatica grupelor conducătoare cu acţionare prin cilindru-piston (II) (rom., rez, engl.) 53

LIVIU T. HOSTIUC, Valori experimentale pentru coeficientul de frecare la alunecare din rulmenţii radiali cu mişcare oscilantă (rom., rez. franc.) 61

GH. NIŢESCU şi P. SIMA, Cercetări privind cinematica şi dinamica transmisiei tractoarelor (germ., rez. rom.) 69

Pag.

VICTOR BAUȘIC, D. HORBANIUC, IULIAN MIROȘ, COSTACHI GIREADĂ și VALERIAN PALIHOVICI, Studiul prin metoda analogiei electrice, a repartiției eforturilor unitare tangențiale în secțiunea transversală a unui burghiu spiral supus la răsucire (germ., rez. rom.) 77

P. GHENGHEA, O nouă metodă de simplificare a sistemului de acuații diferențiale ale stratului limită termic, în convecția liberă (germ., rez. rom.) 89

EMIL JUGUREANU, Anomalia termică Jacq în convecția cu apă (franc., rez. rom.) 97

GÉRARD D'ALBON, VALERIU CERNESCU, EMIL JUGUREANU, MAIER PERLMAN și D. COSTIN, Propuneri privind valorificarea radiatoarelor cu lichid intermediar (rom., rez. franc.) 105

VITALIE BELOUS, Cercetări teoretico-experimentale asupra optimizării geometriei burghielor elicoidale (rom., rez. rusă) 113

GH. COMAN, Transferul erorii de bazare la rectificarea interioară fără centre cu bazarea semifabricatelor pe reazeme fixe (rom., rez. engl.) . . . 123

COSTACHE DRUȚU și SILVIA DRUȚU, Cercetări privind influența condițiilor de așchiere asupra generării și evoluției autooscilațiilor la rectificare (rom., rez. rusă). 131

I. CONDREA, Studiu privind un sistem de urmărire hidraulic interesant utilizat pe un strung de copiat al firmei G. F. (I) (rom., rez. franc) 139

GH. LUNGU, Calculul ghidajelor hidrostatice în cazul ungerii cu uleiuri consistente (rom., rez. franc.) 149

DAN NICOLESCU și VLADIMIR BURGARD, Determinarea parametrilor momentului de torsiune la tarodarea oțelurilor românești. (II) Oțeluri STAS 880—60 (rom., rez. franc.) 155

RECENZII 159

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tom XIX (XXIII), Fasc. 1—2 1973

Section IV

MECHANICAL ENGINEERING

CONTENTS

Pp.

ALFRED BRAIER and GABRIELA NEAGU, Frequency Response of Second Order Systems to Amplitude Modulated Inputs. (II) Linear Modulated Inputs (English, Romanian summary) 19

LIVIU BRÎNDEU, Die Stabilität der periodischen Bewegungen allgemeiner Stossschwinger mit einem Freiheitsgrad (German, Romanian summary) 19

SPIRIDON DELEANU, N. IRIMICIUC et I. IBĂNESCU, Equations Lagrange de première espèce pour les systèmes mécaniques ayant de solides de masses variables comme éléments constitutifs (French, Romanian summary) 25

VICTOR FLORIN POTERAŞU, The Study of Asymptotic Global Stability of Mechanical Nonholonomic Systems by Dynamic Programming Method (Romanian, English summary) 31

ILIE N. CONSTANTINESCU, L'utilisation de la théorie des distributions dans les oscillations linéaires d'un point matériel (French, Romanian summary) 37

CRISTIAN LINDE, N. IRIMICIUC et I. IBĂNESCU, Sur l'équation du mouvement de la machine réelle. (II) Établissement de l'équation du mouvement (Romanian, French summary) 43

CEZAR DUCA and I. SIMIONESCU, The Kinetostatics of Input Groups with Cylinder-Piston Drive (II) (Romanian, English summary). . . 53

LIVIU T. HOSTIUC, Valeurs expérimentales pour le coefficient de frottement au glissement dans les roulements radiaux à mouvement oscillatoire (Romanian, French summary) 61

GH. NIŢESCU und P. SIMA, Beitrage zur Untersuchung der Kinematik und Dinamik der Traktorentransmission (German, Romanian summary). 69

Pp.

VICTOR BAUȘIC, D. HORBANIUC, IULIAN MIROȘ, COSTACHI GIREADĂ und VALERIAN PALIHOVICI, Untersuchungen über die Verteilung der Torsionsspannungen im Querschnitt eines Spiralbohrers mittels der Methode der elektrischen Analogie (German, Romanian summary) 77

P. GHENGHEA, Eine neue Methode zur Vereinfachung des Differentialgleichungssystems der Thermischen Grenzschicht bei freier Konvektion (German, Romanian summary) 89

EMIL JUGUREANU, Anomalie thermique Jacq dans la convection à l'eau (French, Romanian summary) 97

GÉRARD D'ALBON, VALERIU CERNESCU, EMIL JUGUREANU, MAIER PERLMAN et D. COSTIN, Ensemble des travaux proposés pour l'introduction des radiateurs à fluide intermédiaire (Romanian, French summary) 105

VITALIE BELOUS, Recherches théoriques et expérimentales sur l'optimisation de la géométrie des forets hélycoïdaux (Romanian, Russian summary) 113

GH. COMAN, Effect of Errors Introduced by Internal Centreless Grinding (Romanian, English summary) 123

COSTACHE DRUȚU et SILVIA DRUȚU, Recherches concernant l'influence des conditions de coupe sur la génération et l'évolution des vibrations auto-entretenues en rectification (Romanian, Russian summary) . . 131

I. CONDREA, Étude concernant un intérésant servomécanisme utilisé sur un tour de copiage de la firme „Georges Fischer" (I) (Romanian, French summary) 131

GH. LUNGU, Le calcul des guidages hydrostatiques dans le cas de la lubrification avec des huiles consistants (Romanian, French summary) . . . 149

DAN NICOLESCU et VLADIMIR BURGARD, Détermination des paramètres des moments concernant les filetages à taraud des aciers roumains. (II) Les aciers standardisés 880—60 (Romanian, French summary) . . 155

BOOK REVIEWS 159

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Том XIX (XXIII), вып. 1–2 1978

Секция IV

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

АЛФРЕД БРАИЕР и ГАБРИЕЛА НЯГУ, Частотные характеристики систем второго порядка при амплитудо модулирующих возбуждениях. (II) Линеиные модулирующий вход (англ., рез. рум.) . . 9

ЛИВЮ БРЫНДЕУ, Устоичивость периодических движений виброударнными систем с одной степени свободы (нем., рез. рум.) 19

СПИРИДОН ДЕЛЯНУ, Н. ИРИМИЧУК и И. ИБЭНЕСКУ, Уравнение Лагранжа 1-ого рода для механических систем с твердными телами переменной массы, как составные элементы (франц., рез. рум.) 25

ВИКТОР ФЛОРИН ПОТЕРАШУ, Исследование глобальной ассимтотической устоичивости неголономных механических систем методой динамического программирования (рум., рез. англ.) 31

ИЛИЕ Н. КОНСТАНТИНЕСКУ, Применение теории распределений в линейных колебаниях материальной точки (франц., рез. рум.) . 37

КРИСТЯН ЛИНДЕ, Н. ИРИМИЧУК и И. ИБЭНЕСКУ, О уравнении реальной машины. (II) Определение уравнения движения реальной машины (рум., рез. франц.) 43

ЧЕЗАР ДУКА и И. СИМИОНЕСКУ, Кинетостатика ведуших групп с приводом при цилиндром поршень (II) (рум., рез. англ.) 53

ЛИВЮ Т. ХОСТЮК, Экспериментальные величины для коеффициент трения в подшипников качения с колебательное движения (рум., рез. франц.) 61

Г. НИЦЕСКУ и И. СИМА, Исследовании по кинематики и динамике передачи тракторов (нем., рез. рум.) 69

Стр.

ВИКТОР БАУШИК, Д. ХОРБАНЮК, ЮЛИАН МИРОШ, КОСТАКИ ДЖИРЕАДЭ и ВАЛЕРИАН ПАЛИХОВИЧ, Изучение распределения касательных напряжении при кручении в поперечной сечении спирального сферла, методой электрической аналогии (нем., рез. рум.) 77

П. ГЕНГЕА, Новый метод для упрощения система дифференциальных уравнении пограничного термического слоя, на свободной конвекции (нем., рез. рум.) 89

ЕМИЛ ДЖУГУРЯНУ, Термическая аномалия Жака в конвекции в воде (франц., рез. рум.) 97

ДЖЕРАРД Д'АЛБОН, ВАЛЕРЮ ЧЕРНЕСКУ, ЕМИЛ ДЖУГУРЯНУ, МАЙЕР ПЕРЛМАН и Д. КОСТИН, Предложения по исспользованию радиаторов с промежуточной жидкостью (рум., рез. франц.) 105

ВИТАЛИЕ БЕЛОУС, Оптимизация геометрических параметров винтовых сверл (рум., рез. русск.) 113

Г. КОМАН, Передование базовой погрешности при внутреннем бесцентровом шлифовами с базированием заготовков на неподвижных опорах (рум., рез. англ.) 123

КОСТАКЕ ДРУЦУ и СИЛВЯ ДРУЦУ, Исследования влиянии условием врезания на произведении и развитии автоколебания при шлифовании (рум., рез. русск.) 131

И. КОНДРЯ, Исследование по интересной гидроконнтровальной следящеи систем фирмъ Georges Fisher (I) (рум., рез. франц.) . . . 139

Г. ЛУНГУ, Расчет гидростатических направляющих в случай смазывания консистентными маслами (рум., рез. франц.) 149

ДАН НИКОЛЕСКУ и ВЛАДИМИР БУРГАРД, Определение параметров крутящих моментов при резании резьбы метчиками (II). Стали группой STAS 880—60 (рум, рез. франц.) 155

РЕЦЕНЗИИ 159

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 1—2, 1973
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D.C 621—50

FREQUENCY RESPONSE OF SECOND ORDER SYSTEMS TO AMPLITUDE MODULATED INPUTS

II. LINEAR MODULATED INPUTS

BY

ALFRED BRAIER and GABRIELA NEAGU

1. Introduction

1.1. In [1] we have studyied symbolically the frequency response of a second order system, having

$$W(s) = \frac{1}{T^2 s^2 + 2z\,Ts + 1} \tag{1}$$

($T > 0$, $z \geq 0$) as transfer function, to an input

$$x_{(i)}(t) = Xe^{\delta t} \sin(pt + \psi) \sin(\omega t + \varphi), \tag{2}$$

where X, δ, p, ω, ψ and φ are constant quantities. Such input was called simple harmonic amplitude modulated oscillation.

Now, we shall study the frequency response of system (1) to inputs

$$x_{(i)}(t) = (Xt + Y)\, e^{\delta t} \sin(\omega t + \varphi), \tag{3}$$

where X, Y, δ, ω and φ are constant quantities. Signal (3) will be denoted as *linear amplitude modulated*.

Let us notice that similar studies for a first order system are presented in [2]...[4] (see also [6]).

1.2. We know ([3], especially [7]) that the function (3) can be represented symbolically by the hypercomplex number

$$\hat{w} = a_1 + a_2 \mathrm{u} + a_3 \mathrm{j} + a_4 \mathrm{uj}, \quad \mathrm{j}^2 = -1, \quad \mathrm{u}^2 = 0, \quad (\mathrm{uj})^2 = (\mathrm{ju})^2 = 0, \tag{4}$$

with the derivation operator

$$\hat{d} = \delta + u + \omega j \tag{5}$$

(meaning that to the derivative of (3), df/dt, correspons the element $\hat{w}' = \hat{d}\,\hat{w}$).

Let us recall that (4) is Sobrero's algebra (introduced in [8] but written here in the basis 1, u, j, uj more suitable for the symbolic representation.

The components of (4), attached to (3), are

$$a = X\cos\varphi, \quad a_2 = Y\cos\varphi, \quad a_3 = X\sin\varphi, \quad a_4 = Y\sin\varphi. \tag{6}$$

We see that they satisfy the particular condition

$$a_1 a_4 - a_2 a_3 = 0. \tag{7}$$

Let develop (3); we get

$$x_{(\hat{t})}(t) = a_1 te^{\delta t}\sin\omega t + a_2 e^{\delta t}\sin\omega t + a_3 te^{\delta t}\cos\omega t + a_4 e^{\delta t}\cos\omega t, \tag{8}$$

where $a_1, \ldots, a_4$ are given by (6). The derivative $dx_{(\hat{t})}/dt$ has obviously a similar form, with other four ordered numbers, with respect to the four fundamental functions present in (8), denoted now $a_1', \ldots, a_4'$. A direct calculation gives

$$a_1' = \delta a_1 - \omega a_3, \quad a_2' = \delta a_2 - \omega a_4, \quad a_3' = \omega a_1 + \delta a_3, \quad a_4' = \omega a_2 + \delta a_4. \tag{9}$$

These new four ordered numbers, regarded as components of a hypercomplex number $\hat{w}'$, results immediately from $\hat{w}' = \hat{d}\,\hat{w}$, according to the rules (4_2). And that is the meaning of the symbolic representation of (3) by (4_1).

1.3. If the components of a Sobrero number satisfy condition (7) (i. e. it is a „special" hypercomplex number), then, according to (6) we get

$$X = \sqrt{a_1^2 + a_3^2}, \quad Y = \sqrt{a_2^2 + a_4^2}, \quad \tan\varphi = \frac{a_3}{a_1} = \frac{a_4}{a_2}. \tag{10}$$

Hence, it represents symbolically function (3), with the derivation operator (5). Let introduce (6) in (4_1). It results

$$\hat{w} = (X + Yu)\,e^{j\varphi}, \tag{11}$$

the exponential form of a special Sobrero number, attached to the modulated signal (3) (it contains only three independent quantities).

Consider now an arbitrary Sobrero number, write

$$\hat{w} = (X + Yu + Zuj)\,e^{j\varphi} \tag{12}$$

with four independent quantities) and develop. Then

$$\begin{cases} a_1 = X\cos\varphi, & a_2 = Y\cos\varphi - Z\sin\varphi, \\ a_3 = X\sin\varphi, & a_4 = Y\sin\varphi + Z\cos\varphi, \end{cases} \tag{13}$$

which result in

$$X = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}, \quad Y = \frac{a_1 a_2 + a_3 a_4}{\sqrt{a_1^2 + a_3^2}}, \quad Z = \frac{a_1 a_4 - a_2 a_3}{\sqrt{a_1^2 + a_3^2}}, \quad \tan\varphi = \frac{a_3}{a_1}. \tag{14}$$

If we introduce (13) in (8), we obtain finally the function represented symbolically, namely

(15) $$x_{(i)}(t) = [(Xt + Y)\sin(\omega t + \varphi) + Z\cos(\omega t + \varphi)]\, e^{\delta t}.$$

It represent an amplitude and phase modulated oscillation

(16) $$x_{(i)}(t) = \mathcal{A}(t)\sin[\omega t + \varphi + \Theta(t)],$$

with

(17) $$\mathcal{A}(t) = \sqrt{X^2t^2 + 2XYt + (Y^2 + Z^2)}, \quad \tan\Theta(t) = \frac{Z}{Xt + Y}$$

which we obtain by putting $Xt + Y = \mathcal{A}(t)\cos\Theta(t)$, $Z = \mathcal{A}(t)\sin\Theta(t)$.

Since $1/(1 + Au + B\,uj) = 1 - Au - Buj$ we get the inverse of element (12)

(18) $$\hat{w}^{-1} = \frac{1}{X^2}(X - Yu - Zuj)\, e^{-j\varphi}.$$

The hypercomplex numbers with $X = 0$, i. e.

(19) $$a_1 = a_3 = 0$$

are divisors of zero. Then, according to (8), the function represented symbolically is

(20) $$x_{(i)}(t) = A\, e^{\delta t}\sin(\omega t + \alpha),$$

where

(21) $$A = \sqrt{a_2^2 + a_4^2}, \quad \tan\alpha = \frac{a_4}{a_2}.$$

2. Steady-state Response of Second Order Systems to Linear Amplitude Modulated Inputs

2.1. Let introduce the derivation operator (5) instead of s in (1). We obtain the transferance [5]

(22) $$\hat{W}(\hat{d}) = \frac{1}{T^2\hat{d}^2 + 2zT\hat{d} + \hat{d}^0}\left(= \frac{1}{\hat{K}}\right),$$

where $\hat{d}^0 = 1$, and the components of $\hat{K}$ results

(23) $$k_1 = T^2(\delta^2 - \omega^2) + 2zT\delta + 1, \quad k_2 = 2T(T\delta + z),$$
$$k_3 = 2T\omega(T\delta + z), \quad k_4 = 2T^2\omega.$$

Condition (7) that $\hat{K}$ (and also $\hat{W}$) be a special Sobrero number gives

(24) $$T^2\omega^2 = 1 - z^2 - (T\delta + z)^2.$$

From $1 - z^2 - (T\delta + z)^2 > 0$ we get that this can take place only for second order systems with

(25) $$z < 1,$$

the quantity δ being also restricted to

$$-z-\sqrt{1-z^2}<T\delta<-z+\sqrt{1-z^2}. \tag{26}$$

Element $\widehat{K}$ is divisor of zero (see (19)) if

$$T\delta=-z, \quad \omega=\frac{1}{T}\sqrt{1-z^2}, \tag{27}$$

that implies also (25). Let us notice that

$$\Omega=\frac{1}{T} \tag{28}$$

is the proper angular frequency of system (1), in the absence of damping.

We may conclude that an input signal (3) applied to a second order system leads in general to a distorsionated steady-state output like (15) (since the product of a special Sobrero number, attached to (3), with an arbitrary one (22) results also in an arbitrary one).

If conditions (24), (26) are satisfied, the steady-state response produced by the input (3) is non-distorsionated. If (27) takes place, it occurs resonance with infinite values of the response.

2.2. Let now write the transferance (22) under the form (18), having in mind (14):

$$W=(W_1+W_2\,\mathrm{u}+W_3\,\mathrm{uj})\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\Phi}, \tag{29}$$

where

$$\begin{aligned} &W_1=\frac{1}{\sqrt{k_1^2+k_3^2}}, \quad W_2=-\frac{k_1k_2+k_3k_4}{k_1^2+k_3^2}, \\ &W_3=-\frac{k_1k_4-k_2k_3}{k_1^2+k_3^2}, \quad \tan\Phi=\frac{k_3}{k_1}. \end{aligned} \tag{30}$$

Taking into account the components (23) it results finally

$$\begin{cases} W_1=\dfrac{1}{\sqrt{[1+2zT\delta+T^2(\delta^2-\omega^2)]^2+4T^2\omega^2(T\delta+z)^2}}, \\ W_2=-2T(T\delta+z)[1+2zT\delta+T^2(\delta^2+\omega^2)]\,W_1^2, \\ W_3=2T^2\omega[1-2z^2-2zT\delta-T^2(\delta^2+\omega^2)]\,W_1^2, \\ \tan\Phi=\dfrac{2T\omega(T\delta+z)}{1+2zT\delta+T^2(\delta^2-\omega^2)}. \end{cases} \tag{31}$$

Let remember that if $\hat{X}_{(i)}$ is the hypercomplex number attached to an input applied to a linear system, then the element which represents the steady-state response (or response with vanishing initial conditions) is

$$\hat{X}_{(o)} = \hat{W}(\hat{d})\,\hat{X}_{(i)}. \tag{32}$$

In the present case, multiplying (29) with (11), we get

$$\hat{X}_{(o)} = [W_1X + (W_1Y + W_2X)\,\mathrm{u} + W_3X\,\mathrm{uj}]\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\varphi-\Phi)}. \tag{33}$$

Then, according to the correspondence between (12) and (15), it results immediately the dependence on the time of the response

$$x_{(o)}(t) = \{[W_1(Xt+Y)+W_2X]\sin(\omega t+\varphi-\Phi)+W_3X\cos(\omega t+\varphi-\Phi)\}\,\mathrm{e}^{\delta t} \tag{34}$$

Particular cases. a) If the transferance is a special Sobrero number, i. e. (24) holds, the components (23) become

$$k_1 = 2(T\delta + z)^2, \quad k_2 = 2T(T\delta + z), \quad k_3 = 2T\omega(T\delta + z), \quad k_4 = 2T^2\omega \tag{35}$$

and the corresponding non-distorsionated output is

$$x_{(o)}(t) = \frac{1}{T\delta + z}\left(\frac{Xt + Y}{2\sqrt{T^2\omega^2 + (T\delta + z)^2}} - XT\right)\mathrm{e}^{\delta t}\sin\left(\omega t + \varphi - \tan^{-1}\frac{T\omega}{T\delta + z}\right). \tag{36}$$

b) If the constants T and δ satisfy the particular relation

$$T\delta + z = 0, \tag{37}$$

the components (23) are

$$k_1 = 1 - z^2 - T^2\omega^2, \quad k_2 = k_3 = 0, \quad k_4 = 2T^2\omega. \tag{38}$$

The transferance is now

$$\hat{W}(d) = \frac{1}{k_1 + k_4\,\mathrm{uj}} = \frac{1}{k_1^2}(k_1 - k_4\mathrm{uj}) = \frac{(1 - z^2 - T^2\omega^2) - 2T^2\omega\,\mathrm{uj}}{(1 - z^2 - T^2\omega^2)^2} \tag{39}$$

and consequently

$$x_{(o)}(t) = \frac{\mathrm{e}^{-\frac{z}{T}t}}{(1 - z^2 - T^2\omega^2)^2}[(1 - z^2 - T^2\omega^2)\sin(\omega t + \varphi) - 2T^2\omega\cos(\omega t + \varphi)]. \tag{40}$$

3. The Frequency Response

Let introduce the reduced parameters

$$\lambda = T\delta \quad \text{and} \quad u = T\omega, \tag{41}$$

called respectively [1] reduced atenuation and reduced frequency. Taking into account (28)

$$\lambda = \frac{\delta}{\Omega} \quad \text{and} \quad u = \frac{\omega}{\Omega}. \tag{42}$$

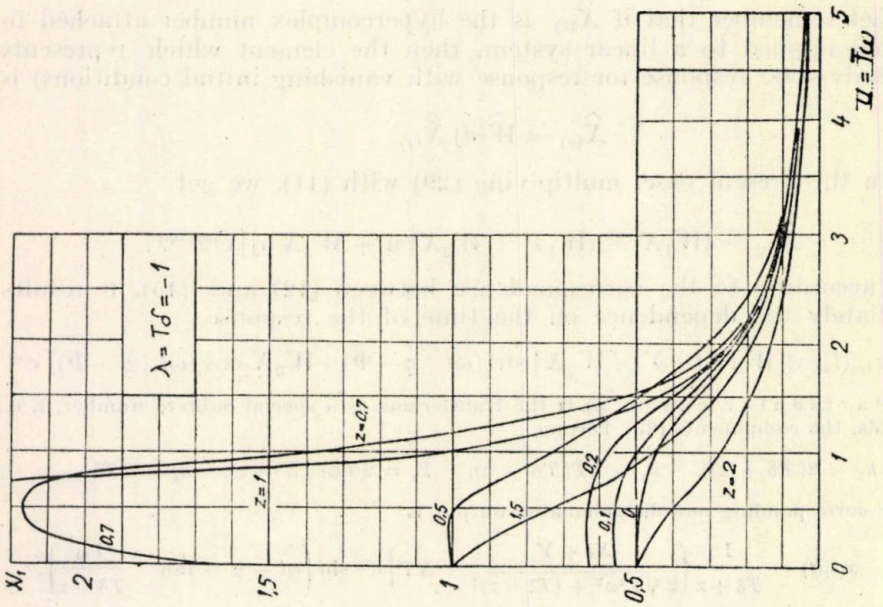

λ = Tσ = -1
z=0.7
z=1
z=2
0.7
0.5
1.5
0.2
0.1
0
2
1.5
1
0.5
0
1
2
3
4
5
U = Tω

Fig. 2

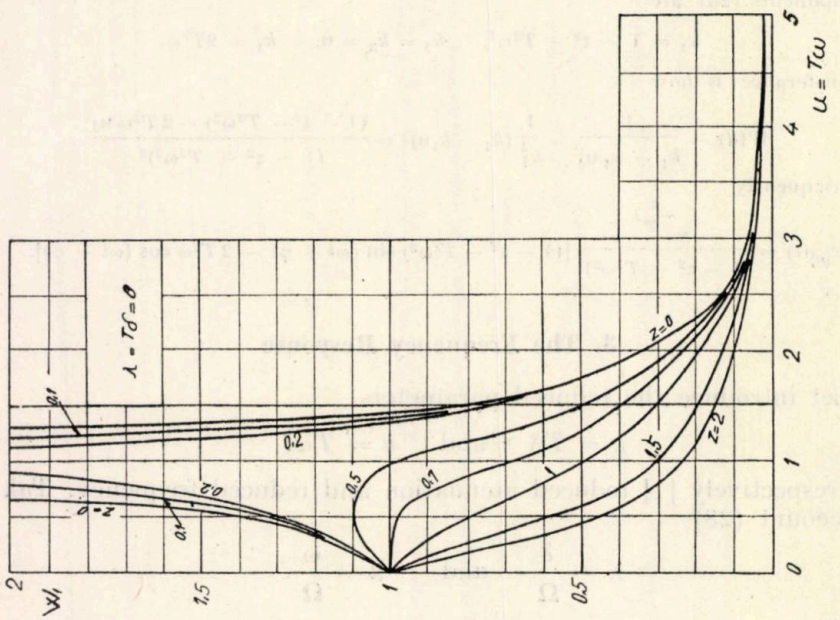

λ = Tσ = 0
z=0
z=2
0.1
0.2
0.5
0.7
1
1.5
0.0
-0.2
-0.1
2
1.5
1
0.5
0
1
2
3
4
5
U = Tω

Fig. 1

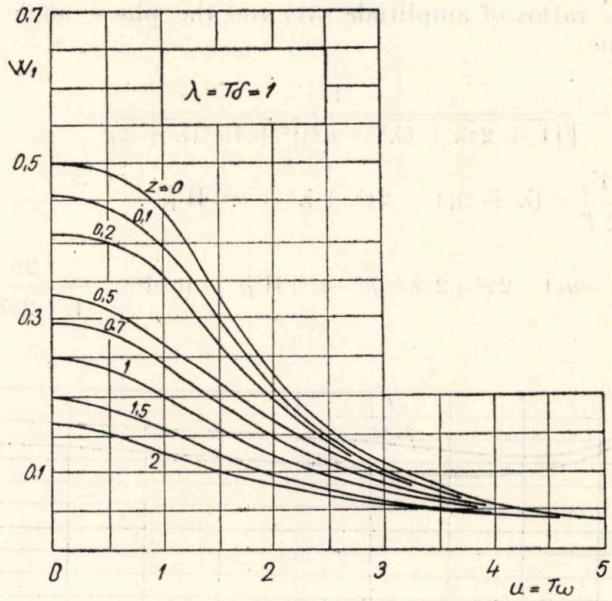

0.7
W1
λ = Tδ = 1
0.5
0.3
0.1
z=0
0.1
0.2
0.5
0.7
1
1.5
2
0
1
2
3
4
5
u = Tω

Fig. 3

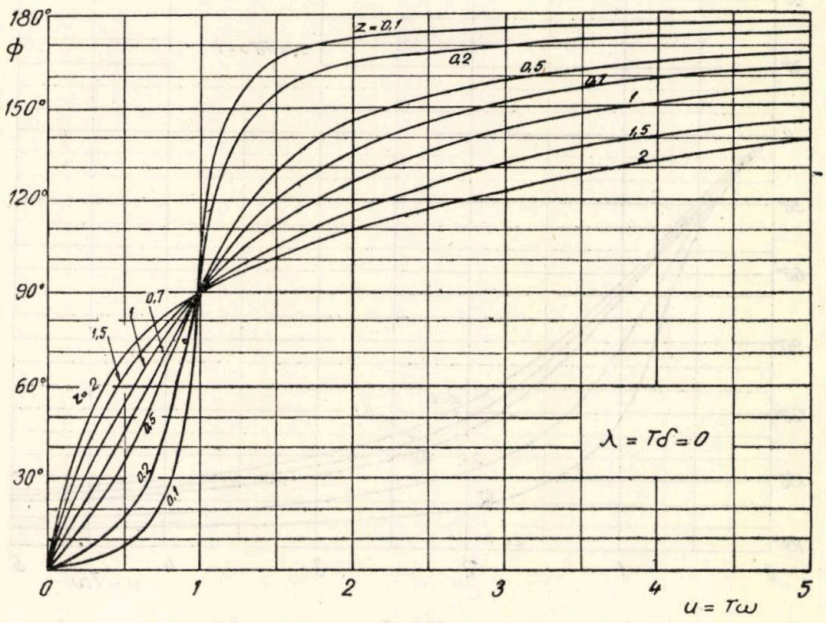

180°
φ
150°
120°
90°
60°
30°
z=0.1
0.2
0.5
0.7
1
1.5
2
λ = Tδ = 0
0
1
2
3
4
5
u = Tω

Fig. 4

Then, the ratios of amplitude (31) and the phase angle Φ that occur in (33), become

$$(43)\qquad \begin{cases} W_1 = \dfrac{1}{\sqrt{[1+2z\lambda+(\lambda^2-u^2)]^2+4u^2(\lambda+z)^2}}, \\ -\dfrac{W_2}{2T} = (\lambda+z)(1+2z\lambda+\lambda^2+u^2)\,W_1^2, \\ \dfrac{W_3}{2T} = u(1-2z^2-2z\lambda-\lambda^2-u^2)\,W_1^2, \quad \tan\Phi = \dfrac{2u(\lambda+z)}{1+2z\lambda+\lambda^2-u^2}. \end{cases}$$

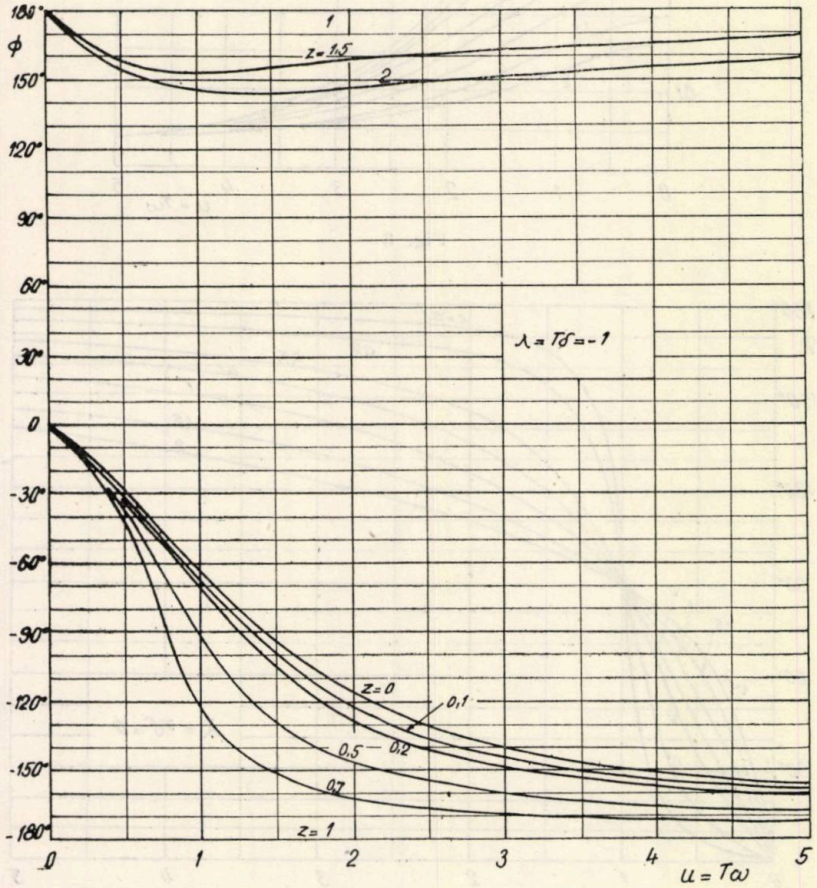


Fig. 5

The plot of W_1, $-W_2/2T$, $W_3/2T$ and Φ vs. u for a given λ and different fixed values of z, leads to new amplitude and phase response curves for a second order system, if the input signal is (3).

Some of these amplitude and phase response curves are given in Figs. 1...6.

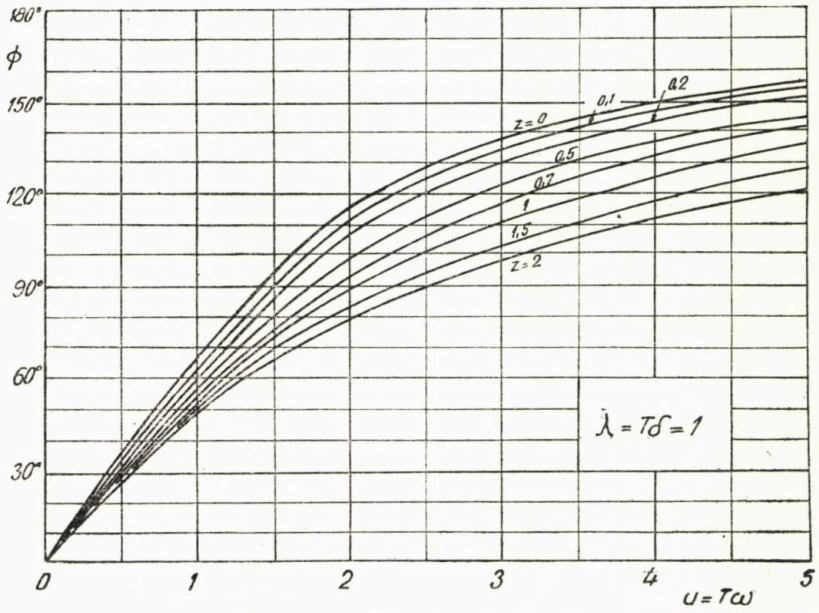


Fig. 6

4. Conclusion

1. The steady-state response of a second order system (1) to an input signal (3) is for the first time studied in an unitary manner, using a symbolic representation by means of Sobrero nombers (4).

2. The steady-state response (34) results in general amplitude and phase modulated (i. e. distorsionated), with all the quantities involved expressed by (31). Only if (24) takes place, the response is non-distorsionated, namely (40). Resonance with infinite values of the response occurs for (27).

3. New frequency response curves for a second order system, submitted to input (3), are given in the Figs. 1...6. They offer the needed information regarding the response.

Received January 14, 1973

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Theoretical Mechanics

REFERENCES

1. Braier A., Neagu G., *Frequency Response of Second Order Systems to Amplitude Modulated Inputs.* (I) *Simple Harmonic Modulated Inputs.* Bul. Inst. polit. Iași, XVIII (XXII), *3—4*, s. IV, 29—40 (1972).
2. Braier A., *Frequency Response of First Order Systems to Amplitude Modulated Inputs.* (I) *Simple Harmonic Modulated Inputs.* Bul. Inst. polit. Iași, XVI (XX), *3—4*, s. IV, 7—14 (1970).
3. Braier A., *Frequency Response of First Order Systems to Amplitude Modulated Inputs.* (II) *Linear Modulated Inputs.* Bul. Inst. polit. Iași, XVII (XXI), *1—2*, s. IV, 13—18 (1971).
4. Braier A., *Frequency Response of First Order Systems to Amplitude Modulated Inputs.* (III) *General Harmonic Modulated Inputs.* Bul. Inst. polit. Iași, XVII (XXI), *3—4*, s. IV, 19—28 (1971).
5. Braier A., *The Transferance of a System.* Bul. Inst. polit. Iași, XV (XIX), *3—4*, s. I, 59—68 (1969).
6. Braier A., *Response of Building Structures to some Seismic Actions.* Wiss. Z. der Hochschule für Arhit. u. Bauwesen, Weimar, XIX, *2*, 134—141 (1972).
7. Braier A., *New Algebraic Method in Dynamic Systems.* Intern. Centre for Mechanical Sciences, Udine, 1972, 126 p.
8. Sobrero L., *Algebra delle funzioni ipercomplesse e sue applicazioni alla teoria matematica dell'elasticità.* R. Accad. d'Italia, Mem. cl. sc. fis., mat. e nat., VI, *1*, 1—64 (1934).

RĂSPUNSUL FRECVENȚIAL AL SISTEMELOR DE ORDINUL DOI LA INTRĂRI MODULATE ÎN AMPLITUDINE

II. Intrări cu modulație liniară

(Rezumat)

Se utilizează reprezentarea simbolică a oscilației modulate (3) prin numărul lui Sobrero (4) pentru a studia răspunsul de regim permanent al unui sistem de ordinul doi, la acțiunea unui astfel de semnal de intrare. Semnalul de ieșire are forma (34), cu mărimile care intervin exprimate prin (31). Numai dacă condiția (24) este satisfăcută, răspunsul obținut (40) nu prezintă distorsiuni.

În fig. 1...6 se dau unele noi caracteristici de frecvență pentru răspunsul sistemelor de ordinul doi la intrări de tipul (3).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 1—2, 1973
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D. K. 534. 01 ; 531. 96

DIE STABILITÄT DER PERIODISCHEN BEWEGUNGEN ALLGEMEINER STOSSSCHWINGER MIT EINEM FREIHEITSGRAD

VON

LIVIU BRÎNDEU

0. Vorwort

Für die Vereinfachung der Rechenarbeit bei der Bestimmung der Stabilitätsbedingungen der periodischen Bewegungen von Stossschwingern, wurde eine neue Methode erarbeitet, welche auf die Benützung der Gleichungen in den Variationen beruht.

Ähnlich wie für nichtlineare Systeme, werden die Gleichungen in den Variationen benützt, welche direkt aus den Bewegungsdifferentialgleichungen und den entsprechenden Randbedingungen folgen, die für die Stossmomente der periodischen Bewegung bestimmt wurden.

Durch die Entwicklung dieser direkten Methode, welche in den Beiträgen [1] — [2] vorgestellt wurde, sind die Grundlagen einer neuen Methode für die Behandlung der Stabilität von Stossschwingern gelegt worden.

Auch für den allgemeinsten Fall ist die Gleichung in den Variationen linear und die Koeffizienten sind periodische Funktionen der Zeit [2]. Durch die Benützung der Eigenschaften dieser Gleichungen, werden in diesem Beitrag die Stabilitätsbedingungen für einen Stossschwinger mit nichtlinearer Kennlinie bestimmt.

1. Die Gleichung in den Variationen

Es wird ein Verband mit einer nichtlinearen Kennlinie betrachtet, mit der Bewegungsdifferentialgleichung

$$\ddot{q} + \varphi(\dot{q}, q, t) = 0. \tag{1}$$

Die Funktion $\varphi(\dot{q}, q, t)$ ist in t periodisch mit der Periode T.

Die Bewegung des Verbandes alterniert mit Stössen da ein Stosspaar vorhanden ist, welches durch die einseitige Bindungsgleichung

$$f(q) = q - q_0 \geqslant 0 \tag{2}$$

bestimmt ist [3]. Der Wert q_0 ist bekannt. Es wird vorausgesetzt, dass die Stösse zu den Zeitpunkten $t = t_k$ $(k = 0, 1, 2,...)$ stattfinden.

Die Gleichung der periodischen Bewegung $\bar{q} = \bar{q}(t)$ mit der Periode $t_{k+1} - t_k = rT$, $(r = 1, 2,...)$ ist eine Lösung der Gleichung (1).

Wegen einer Anfangsstörung sind die Bewegungsgleichungen in jeder Periode gestört. Um die Gleichung in den Variationen zu bestimmen, wird eine andere Lösung der Gleichung (1) betrachtet, welche sich durch die Variation x von der Gleichung der periodischen Bewegung $\bar{q} = \bar{q}(t)$ unterscheidet,

$$q = \bar{q} + x. \tag{3}$$

Wenn man diese Transformation in der Differential gleichung (1) vornimmt, erhält man in erster Näherung die Gleichung in den Variationen

$$\ddot{x} + \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \dot{\bar{q}}} \dot{x} + \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \bar{q}} x = 0. \tag{4}$$

Selbstverständlich ist die Funktion $\bar{\varphi} = \bar{\varphi}(\bar{q}, \dot{\bar{q}}, t)$ in t periodisch mit der Periode rT. Es folgt, dass die lineare Differentialgleichung (4) in t periodische Koeffizienten hat.

Die Lösung der Gleichung (4) kann mit Hilfe eines fundamentalen Lösungssystems $u_1(t - t_k)$ und $u_2(t - t_k)$, welches die Bedingungen

$$u_1(0) = 1, \quad \dot{u}_1(0) = 0, \quad u_2(0) = 0, \quad \dot{u}_2(0) = 1 \tag{5}$$

erfüllt, ausgedrückt werden.

Benützt man eine bekannte Eigenschaft der Wronskischen Determinante, so gilt

$$W(rT) = e^{-\int_t^{t_{k+1}} \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \dot{\bar{q}}} dt}, \tag{6}$$

weil in Übereinstimmung mit (5) $W(0) = 1$.

2. Bestimmung der Stabilitätsbedingungen

Weil die allgemeine Form der Lösung der Gleichung in den Variationen (4) bekannt ist, kann man ein allgemeines Stabilitätsstudium der periodischen Bewegungen des Stossschwingers, welcher durch die Differentialgleichung (1) und die einseitige Bindung (2) bestimmt ist, vornehmen. Bezeichnet man mit X_1 und X_2 zwei Konstante, so kann man die Lösung der Gleichung (4) wie folgt schreiben :

$$x(t) = X_1 u_1(t - t_k) + X_2 u_2(t - t_k). \tag{7}$$

Die in den Perturbationen linearisierte Gleichungen erhält man, so wie es an anderer Stelle gezeigt wurde [2], indem man in betrachteten Zeitabschnitt die Anfangsbedingungen

$$x(t_k) = R\dot{q}_c \Delta t_c\,, \quad \dot{x}(t_k) = -R\Delta\dot{q}_k - \ddot{q}_c \Delta t_k \tag{8}$$

und die Endbedingungen

$$x(t_{k+1}) = -\dot{q}_c \Delta t_{k+1}\,, \quad \dot{x}(t_{k+1}) = \Delta\dot{q}_{k+1} - \ddot{q}_c \Delta t_{k+1} \tag{9}$$

für die Variationen berücksichtigt. Hier bedeuten $\dot{q}_c$ die Geschwindigkeit am Anfang eines Stosses und $\ddot{q}_e$, $\ddot{q}_c$ die dem Stoss entsprechenden Beschleunigungen; diese Werte wurden aus der periodischen Bewegung bestimmt. Weiter wurden mit $\Delta\dot{q}_k$ und Δt_k die Perturbationen der Geschwindigkeiten und der Stossmomente der gestörten Bewegung bezeichnet.

Berücksichtigt man die Werte (5), so erhält man aus der Lösung (7) für $t = t_k$, $X_1 = x(t_k)$ und $X_2 = \dot{x}(t_k)$. Führt man diese Ausdrücke in die Lösung (7) ein und setzt man $t = t_{k+1} = t_k + rT$ so erhält man

$$\begin{cases} x(t_{k+1}) = u_1(rT)\, x(t_k) + u_2(rT)\, \dot{x}(t_k), \\ \dot{x}(t_{k+1}) = \dot{u}_1(rT)\, x(t_k) + \dot{u}_2(rT)\, \dot{x}(t_k). \end{cases} \tag{10}$$

Nachdem in diesen Beziehungen die Anfangsbedingungen (8) und Endbedingungen (9) eingesetzt wurden, erhält man die in den Perturbationen linearisierte Rekursionsgleichungen, für welche folgende Lösungen angenommen werden

$$\Delta\dot{q}_k = v\beta^k\,, \quad \Delta t_k = 0\beta^k\,. \tag{11}$$

Die charakteristische Gleichung in β erhält man aus der Bedingung, dass es für die, nach dem Einsetzen dieser Lösungen erhaltenen Gleichungen, von Null verschiedene Lösungen für v und 0 gibt. So erhält man die characteristische Gleichung

$$\beta^2 + \left\{ R\,[u_1(rT) + u_2(rT)] - \frac{\ddot{q}_c + R\ddot{q}_e}{\dot{q}_c}\, u_2(rT) \right\} \beta + R^2 e^{-\int_{t_k}^{t_{k+1}} \frac{\partial \ddot{\varphi}}{\partial \dot{q}}\, dt} = 0. \tag{12}$$

Die Lösungen der charakteristischen Gleichung müssen kleiner als Eins sein. Dafür wird das S c h u r'sche Kriterium angewendet [3], aus welchem man die Stabilitätsbedingungen erhält.

Die erste dieser Bedingungen

$$R < \mathrm{e}^{\frac{1}{2}\int_{t_k}^{t_{k+1}} \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \dot{\bar{q}}}\,\mathrm{d}t} \tag{13}$$

ist immer erfüllt, wenn $\partial\bar{\varphi}/\partial\dot{\bar{q}} > 0$. Die andere Stabilitätsbedingung ist durch die Ungleichheiten

$$-\left(1 + R^2\,\mathrm{e}^{-\int_{t_k}^{t_{k+1}} \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \dot{\bar{q}}}\,\mathrm{d}t}\right) < R\,[u_1(rT) + \dot{u}_2(rT)] - \tag{14}$$

$$-\frac{q + Rq_c}{\dot{q}_c}\,u_2(rT) < 1 + R^2\,\mathrm{e}^{\int_{t_k}^{k+1} \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \dot{\bar{q}}}\,\mathrm{d}t}$$

ausgedrückt.

Die Ungleichheiten sind die Stabilitätsbedingungen der periodischen Bewegungen des betrachteten Stossschwingers.

Für das lineare System [2] ist ein Fundamentalsystem von Lösungen

$$\begin{cases} u_1(t - t_k) = \mathrm{e}^{-\frac{c}{2m}(t-t_k)}\left[\cos p\,(t - t_k) + \dfrac{c}{2mp}\sin p\,(t - t_k)\right], \\ u_2(t - t_k) = \dfrac{1}{p}\,\mathrm{e}^{-\frac{c}{2m}(t-t_k)}\sin p\,(t - t_k). \end{cases} \tag{15}$$

Es folgt

$$\left(1 + R^2\,\mathrm{e}^{-\frac{c}{m}(rT)}\right) < \left\{2R\cos(prT) - \right. \tag{16}$$

$$\left. -\frac{(1 + R)\,[Q(t_k) - kq_0]}{mp\dot{q}_c}\sin(prT)\right\}\mathrm{e}^{-\frac{c}{2m}rT} < 1 + R^2\,\mathrm{e}^{-\frac{c}{m}rT}.$$

Dieses sind die in [2] bestimmten Stabilitätsbedingungen.

Eingegangen am 25. Juni 1972

Technische Hochschule, Timişoara,
Lehrstuhl für Theoretische Mechanik

LITERATURVERZEICHNIS

1. Brîndeu L., *Contribuţii privind studiul mişcărilor periodice ale sistemelor vibropercutante.* Teză, Institutul politehnic din Timişoara, 1970.
2. Brîndeu L. *Über die Bestimmung der Stabilitätsbedingungen der periodischen Bewegungen eines Stossschwingers mit einem Freiheitsgrad.* Bul. Inst. polit. Iaşi, XVII (XXI), *3—4*, s. IV (1971).

3. Silaș Gh, Brîndeu L., *Behandlung periodischer Bewegungen von Ruttelsystemen mit den Lagrangeschen Gleichungen.* VDI Berichte, *135* (1969).
4. Кобринский А. Е., *Механизмы с упругими связами.* Изд. „Наука", М., 1964.

STABILITATEA MIȘCĂRILOR PERIODICE ALE SISTEMELOR VIBROPERCUTANTE GENERALE CU UN GRAD DE LIBERTATE

(Rezumat)

Metoda directă pentru studiul stabilității mișcării sistemelor vibropercutante, prezentată anterior [2], se aplică pentru cazul sistemului cu un grad de libertate avînd caracteristica neliniară. Ecuația în variații care se obține este liniară iar coeficienții sînt funcții periodice de timp. Folosind proprietățile acestor ecuații se determină condițiile de stabilitate ale mișcărilor periodice vibropercutante.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 1—2, 1973
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.D. 531.31

ÉQUATIONS LAGRANGE DE PREMIÈRE ESPÈCE POUR LES SYSTÈMES MÉCANIQUES AYANT DE SOLIDES DE MASSES VARIABLES COMME ÉLÉMENTS CONSTITUTIFS

PAR

SPIRIDON DELEANU, N. IRIMICIUC et I. IBĂNESCU

0. Introduction

Dans cette Note les auteurs établissent les équations de Lagrange, de première espèce, pour les systèmes dynamiques qui ont comme éléments constitutifs les solides de masses variables, dont le modèle a été présenté dans les Notes [1]...[6].

1. Établissement des équations

On introduit d'abord les notions de *composantes du torseur des forces perdues du solide* (S_ν) du système mécanique considéré, composantes qui sont définies dans le pôle Q, invariablement lié au solide, par les relations

$$(1)\qquad \begin{cases} \overline{\mathcal{F}}^*_{p_\nu} = \overline{\mathcal{F}}_\nu + \overline{\mathcal{F}}^i_{\nu_t} + \overline{\mathcal{F}}_{r_\nu}, \\ \overline{\mathfrak{M}}_{pQ_\nu} = \overline{\mathfrak{M}}_{Q_\nu} + \overline{\mathfrak{M}}^t_{Q\nu_t} + \overline{\mathfrak{M}}_{Q\nu_r}, \end{cases}$$

avec

$$(2)\qquad \begin{cases} \overline{\mathcal{F}}^i_{\nu_t} = -\left[\dfrac{\mathrm{d}^*}{\mathrm{d}t}(\overline{\mathcal{K}}_{\nu_t}) - \left(\dfrac{\mathrm{d}M_{\nu_1}}{\mathrm{d}t}\bar{v}_{Ca_{\nu_t}} - \dfrac{\mathrm{d}M_{\nu_2}}{\mathrm{d}t}\bar{v}_{Cd_{\nu_t}}\right)\right], \\ \overline{\mathfrak{M}}^t_{Q\nu_t} = -\left\{M_\nu \bar{r}'_{c_\nu} \times a_{Q_\nu} + \dfrac{\mathrm{d}^*}{\mathrm{d}t}(\overline{\mathcal{K}}_{Q_{\nu_{\mathrm{rot}}}}) - \left[\dfrac{\mathrm{d}M_{\nu_1}}{\mathrm{d}t}\bar{r}'_{Ca_\nu} \times (\bar{\omega}_\nu \times \bar{r}'_{Ca_\nu}) - \right.\right. \\ \qquad \left.\left. - \dfrac{\mathrm{d}M_{\nu_2}}{\mathrm{d}t}\bar{r}'_{Cd_\nu} \times (\bar{\omega}_\nu \times \bar{r}'_{Cd_\nu})\right\}. \end{cases}$$

À l'aide de ces notions on peut transcrire le principe de travail virtuel, établi pour de tels systèmes mécaniques dans [4], sous la forme

$$\sum_{\nu} [\overline{\mathcal{F}}^{*}_{p_\nu} \delta \bar{r}_{Q_\nu} + \overline{\mathfrak{M}}^{*}_{p Q_\nu} \delta \bar{\theta}_\nu] = 0. \tag{3}$$

Le système mécanique est considéré soumis à des liaisons holonomes, traduites par r équations de liaison qui se présentent sous la forme

$$f_\rho(..., x_{Q_{\nu_\sigma}}, \theta_{\nu_l}, ..., t) = 0, \quad (\rho = 1, 2, ..., r), \tag{4}$$

et auxquelles correspondent les conditions restrictives

$$\bar{\beta}_i^\rho \bar{v}_{Q_i} + \overline{\mathcal{M}}_{Q_i}(\bar{\beta}_i^\rho) \bar{\omega}_i + \bar{\psi}^\rho = 0, \quad (i = 1, 2, ..., n; \quad \rho = 1, 2, ... r), \tag{5}$$

pour les paramètres cinématiques de premier ordre du système mécanique, ainsi que les conditions, présentées tout bas, de compatibilité avec les liaisons des déplacements virtuels $\delta \bar{r}_{Q_\nu}$ et $\delta \bar{\theta}_\nu$ des solides (S_ν), $(\nu = 1, 2, ... n)$:

$$\begin{gathered} \bar{\beta}_i^\rho \delta \bar{r}_{Q_i} + \overline{\mathcal{M}}_{Q_i}(\bar{\beta}_i^\rho) \delta \bar{\theta}_i = 0, \\ (i = 1, 2, ... n; \quad \rho = 1, 2, ... r). \end{gathered} \tag{6}$$

En vertu de ces dernières conditions on peut justifier, [14], l'égalité avec zero du travail virtuel des réactions des liaisons, considérées toujours avec les frottements négligeables, c'est-à-dire qu'on peut écrire

$$\delta \mathcal{L}_R = \lambda_j [\bar{\beta}_i^j \delta \bar{r}_{Q_i} + \overline{\mathcal{M}}_{Q_i}(\bar{\beta}_i^j) \delta \bar{\theta}_i] = 0. \tag{7}$$

Si l'on introduit dans la relation (3) le terme nul $\delta \mathcal{L}_R$, celle-là prendra la forme

$$\sum_{\nu} [(\overline{\mathcal{F}}^{*}_{p_\nu} + \lambda_j \bar{\beta}^j_\nu) \delta \bar{r}_{Q_\nu} + (\overline{\mathfrak{M}}^{*}_{p Q_\nu} + \lambda_j \overline{\mathcal{M}}_{Q_\nu}(\bar{\beta}^j_\nu)) \delta \bar{\theta}_\nu] = 0,$$

qui, exprimée analytiquement par rapport au repère fixe, conduira à l'équation

$$\begin{aligned} &\sum_{\nu} \{(\mathcal{F}^{*}_{p_\nu} + \lambda_j \beta^j_{\nu_k}) \delta x_{Q_{\nu_k}} + \delta_{3k} [\mathfrak{M}^{*}_{p Q_{\nu k}} + \lambda_j \mathcal{M}_{Q_{\nu_k}}(\bar{\beta}^j_\nu)] \delta \theta_{\nu_p} + \\ &+ \alpha^{(\nu)}_{3k} [\mathfrak{M}^{*}_{p Q_{\nu k}} + \lambda_j \mathcal{M}_{Q_{\nu_k}}(\bar{\beta}^j_\nu)] \delta \theta_{\nu_r} + \alpha^{(\nu)}_{nk} [\mathfrak{M}^{*}_{p Q_{\nu k}} + \lambda_j \mathcal{M}_{Q_{\nu_k}}(\bar{\beta}^j_\nu)] \delta \theta_{\nu_n}\} = 0, \end{aligned} \tag{8}$$

où $\alpha^{(\nu)}_{3k}$ et $\alpha^{(\nu)}_{nk}$ sont les cosinus directeurs de l'axe Qx'_3 et de la ligne des noeuds du solide (S_ν), par rapport aux axes fixes Ox_k, $(k = 1, 2, 3)$.

On ajoute à cette équation le système

$$\beta^{(\rho)}_{ik}\delta x_{Q_{ik}} + \delta_{k3}\mathcal{M}_{Q_{ik}}(\bar{\beta}^{\rho}_{i})\,\delta\theta_{ip} + \alpha^{(i)}_{3k}\mathcal{M}_{Q_{i3}}(\bar{\beta}^{\rho}_{i})\,\delta\theta_{ir} + \alpha^{(i)}_{nk}\mathcal{M}_{Q_{ik}}(\bar{\beta}^{\rho}_{i})\,\delta\theta_{in} = 0, \tag{9}$$

$$(i = 1, 2, \ldots n\,;\ k = 1, 2, 3),$$

qui traduit analytiquement les conditions (6).

Tout en introduisant les notations

$$\begin{cases} x_{Q_{\nu\sigma}} = \xi_{6(\nu-1)+\sigma}, & (\sigma = 1, 2, 3), \\ \theta_{\nu p} = \xi_{6(\nu-1)+4}, \\ \theta_{\nu r} = \xi_{6(\nu-1)+5}, \\ \theta_{\nu n} = \xi_{6(\nu-1)+6}, \end{cases} \tag{10}$$

$$\begin{cases} \beta^{\rho}_{\nu\sigma} = \gamma^{\rho}_{6(\nu-1)+\sigma}, & (\sigma = 1, 2, 3), \\ \delta_{k3}[\,\mathcal{M}_{Q_{\nu_k}}(\bar{\beta}^{\rho}_{\nu})] = \gamma^{\rho}_{6(\nu-1)+4}, \\ \alpha^{(\nu)}_{3k}[\mathcal{M}_{Q_{\nu_k}}(\bar{\beta}^{\rho}_{\nu})] = \gamma^{\rho}_{6(\nu-1)+5}, \\ \alpha^{(\nu)}_{nk}[\mathcal{M}_{Q_{\nu_k}}(\bar{\beta}^{\rho}_{\nu})] = \gamma^{\rho}_{6(\nu-1)+6}, \end{cases} \tag{11}$$

et

$$\begin{cases} \mathcal{F}^{*}_{p_{\nu\sigma}} + \lambda_j\beta^{j}_{\nu\sigma} = \Phi^{*}_{6(\nu-1)+\sigma} + \lambda_j\gamma^{j}_{6(\nu-1)+\sigma}, \\ \delta_{k3}[\mathfrak{M}^{*}_{pQ_{\nu k}} + \lambda_j\mathcal{M}_{Q_{\nu_k}}(\bar{\beta}^{j}_{\nu})] = \Phi^{*}_{6(\nu-1)+4} + \lambda_j\gamma^{j}_{6(\nu-1)+4}, \\ \alpha^{(\nu)}_{3k}[\mathfrak{M}^{*}_{pQ_{\nu k}} + \lambda_j\mathcal{M}_{Q_{\nu_k}}(\bar{\beta}^{j}_{\nu})] = \Phi^{*}_{6(\nu-1)+5} + \lambda_j\gamma^{j}_{6(\nu-1)+5}, \\ \alpha^{(\nu)}_{kn}[\mathfrak{M}^{*}_{pQ_{\nu k}} + \lambda_j\mathcal{M}_{Q_{\nu_k}}(\bar{\beta}^{j}_{\nu})] = \Phi^{*}_{6(\nu-1)+6} + \lambda_j\gamma^{j}_{6(\nu-1)+6}, \end{cases} \tag{12}$$

on réussit de transcrire le système formé par les équations (8) et (9) sous la forme concentrée

$$\gamma^{\rho}_{i}\,\delta\xi_{i} = 0, \tag{13}$$

$$(\Phi_i + \lambda_j\gamma^{j}_{i})\,\delta\xi_i = 0, \tag{14}$$

$$(i = 1, 2, \ldots, N \leqslant 6n\,; \quad j = 1, 2, \ldots, r\,; \quad \rho = 1, 2, \ldots, r).$$

Le système (13) peut être résolu par rapport aux derniers r $\delta\xi_i$, qui seront exprimés sous la forme

$$\delta\xi_{\lambda} = b_{\lambda h}\delta\xi_{h}, \tag{15}$$

$$(h = 1, 2, \ldots, p\,; \quad \lambda = p + 1, \ldots, p + r = N).$$

L'arbitrariété des multiplicateurs λ_j qui figurent dans l'équation (14), permettra de choisir pour eux [14], les valeurs qui satisfont les conditions suivantes

$$\Phi_\lambda + \lambda_j \gamma_\lambda^j = 0, \quad (\lambda = p+1,\ldots, p+r;\quad j = 1, 2,\ldots, r), \tag{16}$$

en vertu desquelles l'équation (14) prendra la forme

$$(\Phi_i + \lambda_j \gamma_i^j)\,\delta\xi_i = 0, \quad (i = 1, 2,\ldots, p). \tag{17}$$

Dans la dernière équation tous les $\delta\xi_i$ sont maintenant linéairs indépendants, ce qui conduit à la conclusion

$$\Phi_\sigma + \lambda_j \delta_\sigma{}^j = 0, \quad (\sigma = 1, 2,\ldots. p). \tag{18}$$

Les conditions (16) et (18) ont comme conséquences les relations

$$\mathcal{F}^*_{p_{\nu\sigma}} + \lambda_j \beta^j_{\nu\sigma} = 0 \tag{19}$$

et

$$\begin{aligned} &\delta_{k3}[\mathfrak{M}^*_{p_{Q_{\nu k}}} + \lambda_j \mathcal{M}_{Q_{\nu k}}(\bar{\beta}^j_\nu)] = 0,\\ &\alpha^{(\nu)}_{3k}[\mathfrak{M}^*_{p_{Q_{\nu k}}} + \lambda_j \mathcal{M}_{Q_{\nu k}}(\bar{\beta}^j_\nu)] = 0,\\ &\alpha^{(\nu)}_{nk}[\mathfrak{M}^*_{p_{Q_{\nu k}}} + \lambda_j \mathcal{M}_{Q_{\nu k}}(\bar{\beta}^j_\nu)] = 0, \end{aligned} \tag{20}$$

$$(\nu = 1, 2,\ldots, n;\quad j = 1, 2,\ldots, r;\quad k = 1, 2, 3),$$

qui sont tout équivalentes aux relations vectorielles

$$\overline{\mathcal{F}}^*_{p_\nu} + \lambda_j \bar{\beta}^j_\nu = 0 \tag{21}$$

et

$$\overline{\mathfrak{M}}^*_{p_{Q_\nu}} + \lambda_j \overline{\mathcal{M}}_{Q_\nu}(\bar{\beta}^j_\nu) = 0. \tag{22}$$

Il suffit maintenant de substituer les composantes du torseur des forces perdues par les expressions (1), pour obtenir ainsi la forme vectorielle des équations de Lagrange de première espèce pour le système mécanique considéré :

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{d^*}{dt}(\overline{\mathcal{H}}_{\nu_t}) - \left[\frac{dM_{\nu_1}}{dt}\bar{v}_{C_{a_{\nu t}}} - \frac{dM_{\nu_2}}{dt}\bar{v}_{C_{\bar{a}_{\nu t}}}\right] = \overline{\mathcal{F}}_\nu + \overline{\mathcal{F}}_{r_\nu} + \lambda_j \bar{\beta}^j_\nu,\\ &M_\nu \bar{r}'_{C_\nu} \times \bar{a}_{Q_\nu} + \frac{d^*}{dt}(\overline{\mathcal{K}}_{Q_{\nu_{rot}}}) - \left[\frac{dM_{\nu_1}}{dt}\bar{r}'_{C_{a_\nu}} \times (\bar{\omega}_\nu \times \bar{r}'_{C_{a_\nu}}) -\right.\\ &\left. - \frac{dM_{\nu_2}}{dt}\bar{r}'_{C_{\bar{a}_\nu}} \times (\bar{\omega}_\nu \times \bar{r}'_{C_{\bar{a}_\nu}})\right] = \overline{\mathfrak{M}}_{Q_\nu} + \overline{\mathfrak{M}}_{Q_{\nu_r}} + \lambda_j \overline{\mathcal{M}}_{Q_\nu}(\bar{\beta}^j_\nu),\\ &\qquad (\nu = 1, 2,\ldots, n;\quad j = 1, 2,\ldots, r). \end{aligned}\right. \tag{23}$$

La projection, sur les axes fixes, pour la première équation du système (23), et sur les axes invariablement liées au solide (S_ν), $(\nu = 1, 2, ..., n)$, pour la seconde équation du même système, conduira aux systèmes des équations scalaires de Lagrange, de première espèce.

Reçue le 11 décembre 1972

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire de Mécanique théorique

BIBLIOGRAPHIE

1. Deleanu Sp., Irimiciuc N., Neagu S., *Sur la dynamique du solide dont la masse est variable.* (I) *Caractéristiques dynamiques,* Bul. Inst. polit. Iași, (XVI) (XX), *3—4*, s. IV (1970).
2. Deleanu Sp., Irimiciuc N., Stancu M., *Sur la dynamique du solide dont la masse est variable.* (II) *Théorèmes généraux,* Bul. Inst. polit. Iași, XVII (XXI), *1—2*, s. IV (1971).
3. Deleanu Sp., Irimiciuc N., Neagu S., *Sur le principe du travail virtuel dans la dynamique des systèmes ayant de solides de masses variables comme éléments constitutifs.* Bul. Inst. polit. Iași, XVIII (XXII), *1—2*, s. IV (1972).
4. Deleanu Sp., Irimiciuc N., Crăciunaș A., *Sur les équations de la dynamique du solide dont la masse est variable.* Bul. Inst. polit. Iași, XVII (XXI), *3—4*, s. IV (1971).
5. Deleanu Sp., Irimiciuc N., Crăciunaș A., *Sur la notion de „point matériel" dans la dynamique du solide dont la masse est variable.* Bul. Inst. polit. Iași, XVIII (XXII), *1—2*, s. I (1972).
6. Deleanu Sp., Irimiciuc N., Stancu M., *Sur l'application du principe de Gauss dans la dynamique des systèmes ayant de solides de masses variables comme éléments constitutifs.* Bul. Inst. polit. Iași, XVIII (XXII), *3—4*, s. IV (1972)
7. Irimiciuc N., *Asupra mișcării relative a solidului cu masă variabilă.* Bul. Inst. polit. Iași, IV (VIII), *1—2* (1958).
8. Irimiciuc N., *Asupra formei ecuațiilor lui Lagrange de specia a doua pentru sisteme de puncte cu mase variabile.* Bul. Inst. polit. Iași, IV (VIII), *1—2* (1958)
9. Irimiciuc N., Deleanu Sp., *Ecuații generalizate în sensul lui I. Țenov și D. Mangeron pentru sisteme de puncte materiale cu mase variabile.* Bul. Inst. polit. Iași, XI (XV), *3—4* (1965).
10. Irimiciuc N., *Asupra unei noi forme de prezentare a mecanicii analitice pentru sisteme mecanice supuse la legături olonome.* Bul. Inst. polit. Iași, XIII (XVII), *3—4* (1967).
11. Irimiciuc N., Ibănescu I., Rusu E., *Sur le problème des liaisons holonomes imposées aux systèmes de solides rigides.* (I) *Liaisons géométriques,* Bul. Inst. polit. Iași, XIII (XVII), *3—4* (1967).
12. Irimiciuc N., Stancu M., *Une nouvelle relation pour exprimer le principe de Gauss.* Bul. Inst. polit. Iași, XIII (XVII), *3—4* (1967).
13. Irimiciuc N., Deleanu Sp., *Les principes intégrales de la Mécanique analytique dans la dynamique des systèmes de solides rigides.* Bul. Inst. polit. Iași, XIV (XVIII), *3—4* (1967).
14. Irimiciuc N., *O nouă prezentare a mecanicii analitice, ca metodă curentă a mecanicii tehnice.* Teză, Institutul politehnic Iași, 1967.
15. Niang S., *Théorie des systèmes variable de particules. Applications.* Thèse, Université de Dakar, 1964.
16. Новоселов В. С., *Некоторые вопросы механики переменных масс с учетом внутреннего движения частиц.* (I) Вестник ЛГУ, *19* (1956); (II) Вестник ЛГУ, *1* (1957).

17. Новоселов В. С., *Аналитическая механика систем с переменными массами.* Изд. Ленинг. Ун-та, 1969.
18. Сапа В. А., *Вариационные принципы в механике переменной массы.* Изв. АН КССР, сер. матем. и мех., (1956).
19. Сапа В. А., *О вариационных принципах в механике переменной массы.* Изв. АН КССР, сер. матем. и мех., *9* (1960).

ECUAŢII LAGRANGE DE SPECIA INTÎIA PENTRU SISTEME MECANICE AVÎND SOLIDE CU MASE VARIABILE CA ELEMENTE CONSTITUTIVE

(Rezumat)

Definindu-se noţiunile de *componente ale torsorului forţelor pierdute* al unui solid cu masă variabilă aparţinînd unui sistem mecanic ce schimbă particule materiale cu exteriorul, se stabilesc, folosindu-se metoda multiplicatorilor, ecuaţiile lui Lagrange de specia întîia pentru asemenea sisteme, reprezentate prin relaţiile vectoriale (23).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 1—2, 1973
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

c.z. 531.36; 519.3

STUDIUL STABILITĂŢII GLOBALE ASIMPTOTICE A SISTEMELOR MECANICE NEOLONOME CU AJUTORUL METODEI PROGRAMĂRII DINAMICE

DE

VICTOR FLORIN POTERAŞU

1. Introducere

După cum se cunoaşte, problema de optimalitate, cel puţin în formularea ei, nu ridică problema considerării aspectului liniar sau neliniar. Deşi s-ar părea că există o separaţie între teoria proceselor optimale şi domeniul extrem de vast reprezentat de teoria proceselor neliniare, în speţă teoria stabilităţii mişcărilor, se arată că între ele există o legătură intimă. Astfel considerînd un proces optimal condus printr-o anumită strategie şi introducînd o stabilizare prin reacţie referitoare la perturbarea traiectoriei, se ajunge la rezultatul extrem de interesant, exprimat prin aceea că eficienţa este o funcţie Leapunov.

A. M. Letov [1], [2], extinzînd lucrările lui Kalman, determină regulatorul care optimizează sistemele liniare după criterii integrale pătratice în raport cu variabilele de stare, comenzile şi derivatele comenzilor în raport cu timpul pentru un interval de timp $[t_0, \infty)$.

Astfel, el foloseşte ecuaţia fundamentală a programării dinamice şi demonstrează că, pentru sistemele arătate mai sus, funcţia lui Bellman este funcţia lui Leapunov, iar sistemele sînt asimptotic stabile. Aceste aspecte au mai fost studiate şi de V. V. Rumianţev [3], S. M. Moldabaev [4], N. N. Krasovskii, A. M. Letov [5], E. S. Lehniţkii [6],

În mecanica corpului rigid au fost tratate puţine probleme de stabilitate asimptotică în această manieră. Menţionăm doar problemele de stabilizare a mişcărilor giroscopice. Stabilitatea sistemelor bazată pe principiul maximului a fost studiată de N. H. McClamroch, J. K. Aggarwal [7], S. Barnett, C. Storey [8].

Stabilitatea sistemelor mecanice neolonome cu metoda programării dinamice a fost studiată de I. V. Nikolenko [9]. Sistemul studiat de el este însă numai parţial asimptotic stabil, în raport cu numai o parte din variabilele de stare.

În această lucrare se propune să se studieze cazul general al stabilităţii asimptotice globale a sistemelor mecanice neolonome, rezultatele obţinute aplicîndu-se la un exemplu.

2. Studiul cazului general

Se va studia sistemul a cărui mişcare se limitează la legături neolonome neomogene de forma:

$$\dot{q}_s = \sum_{j=m+1}^{N} B_j^s \dot{q}_j + C^s, \qquad (s = 1, 2, ..., m), \tag{2.1}$$

unde $B_j^s = B_j^s(q_1, ..., q_N, u_1, ..., u_l)$ sînt funcţii cunoscute de variabilele sistemului, şi $u_1, u_2, ..., u_l$ — parametri de reglare care pot varia într-un domeniu oarecare închis U. Se va presupune că în B_j^s intră $2N-m$ constante, a căror mărime se va determina.

Ecuaţiile de mişcare a sistemelor neolonome se vor scrie după P. V. Voronţov, astfel:

$$\begin{aligned} &\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial(T)}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial(T)}{\partial q_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} - \sum_{s=1}^{m}\frac{\partial(T)}{\partial q_s}B_j^s + \sum_{s=1}^{m}\frac{\partial \Pi}{\partial q_s}B_j^s + \\ &+ \sum_{s=1}^{m}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s}\left[\sum_{k=m+1}^{N} A_{jk}^s \dot{q}_k + A_j^s - \sum_{r=1}^{l}\frac{\partial B_j^s}{\partial u_r}\frac{\mathrm{d}u_r}{\mathrm{d}t}\right] = Q_j, \qquad (j=m+1, ..., N), \end{aligned} \tag{2.2}$$

unde

$$\begin{cases} A_{jk}^s = \dfrac{\partial B_k^s}{\partial q_j} - \dfrac{\partial B_j^s}{\partial q_k} + \displaystyle\sum_{\rho=1}^{m}\left(\frac{\partial B_k^s}{\partial q_\rho}B_j^\rho - \frac{\partial B_j^s}{\partial q_\rho}B_k^\rho\right), \\ A_j^s = \dfrac{\partial C^s}{\partial q_j} + \displaystyle\sum_{\rho=1}^{m}\left(\frac{\partial C^s}{\partial q_\rho}B_j^\rho - \frac{\partial B_j^s}{\partial q_\rho}C^s\right), \end{cases}$$

(Π, T, (T) — energia potenţială şi energia cinetică a sistemului corespunzător, iar (T) expresia ultimei, unde s-a inclus $\dot{q}_s$ din (2.1); Q_j — forţele generalizate avînd caracter nepotenţial). Se studiază echilibrul sau stabilizarea mişcării sistemului după S. A. Ceaplîghin. Astfel, se cercetează una din mişcările posibile ale sistemului şi se determină valorile parametrilor de reglare U_{1_0} pentru această mişcare.

Ecuaţiile diferenţiale ale mişcării sistemului perturbat sînt după I. V. Nikolenko [9], [10]:

$$\begin{aligned} &\text{a)}\ \frac{\mathrm{d}x_s}{\mathrm{d}t} = \sum_{r=1}^{l} m_{sr}u_r + \sum_{k=m+1}^{N} l_{sk}x_k + \sum_{k=m+1}^{N} n_{sN-m+k}x_{N-m+k} + X_s(x_k, x_{N-m+k}, u_r), \\ &\text{b)}\ \frac{\mathrm{d}x_k}{\mathrm{d}t} = x_{N-m+k}, \\ &\text{c)}\ \frac{\mathrm{d}x_{N-m+k}}{\mathrm{d}t} = \sum_{i=m+1}^{N} q_{N-m+k\,i}x_i + \sum_{i=m+1}^{N} p_{N-m+k\ N-m+i}x_{N-m+i} + \\ &+ \sum_{r=1}^{l}\delta_{N-m+k\,r}u_r + X_{N-m+k}(x_i, x_{N-m+i}, u_r), \quad (s=1, 2, ..., m;\ k=m+1, ..., N), \end{aligned} \tag{2.3}$$

unde n_{sN-m+k}, l_{sk}, q_{N-m+ki}, $p_{N-m+k-m+i}$ au expresiile din [10] și cuprind, în afară de aceasta, valorile parametrilor de reglare în mișcarea studiată, fără perturbație ; m_{sr}, δ_{N-m+kr} — coeficienți obținuți pentru termenii liniari relativi la parametrii de reglare, valorile lor fiind considerate în mișcarea neperturbată ; $X_s\,(x_k,\ x_{N-m+k},\ u_r)$, $X_{N-m+k}\,(x_i,\ x_{N-m+i},\ u_r)$ — termeni neliniari relativ la variabilele x_i, x_{N-m+i} și u_1, u_2,..., u_l. Cum s-a arătat în [10], în cazul studiat, sistemul de ecuații (2.3) al mișcării perturbate, pentru $u_r = u_{r0}$ și condiții determinate, satisface teorema Leapunov — Malkin, conform căreia mișcarea neperturbată va fi stabilă dacă ea va fi asimptotic stabilă după variabilele ce intră în ultimele $2\,(N-m)$ ecuații. I. V. Nikolenko determină parametrii de reglare u_1, u_2,... ..., $u_l \in U$ ai sistemului astfel ca mișcarea să fie asimptotic stabilă numai în raport cu variabilele ce intră în ecuațiile diferențiale b) și c) ale sistemului (2.3).

Aici se vor considera toate ecuațiile diferențiale ale sistemului (2.3) exclusiv termenii neliniari și implicit toate variabilele de stare.

Reglarea va fi astfel realizată încît pentru mișcarea sistemului perturbat, funcționala

$$\mathcal{J} = \int_0^\infty \left[\sum_{k=m+1}^{N} (x_k^2 + x_{N-m+k}^2) + \sum_{s=1}^{m} x_s^2 + \sum_{r=1}^{l} u_r^2 \right] \mathrm{d}t, \tag{2.4}$$

să fie minimă. Parametrii de reglare vor fi funcții continue sau continue pe porțiuni de variabilele sistemului și se poate soluționa problema cu ajutorul metodei programării dinamice.

Ecuația funcțională a lui Bellman, în acest caz, va fi :

$$\begin{aligned} 0 = \min_{u_r \in U} \Bigg\{ & \sum_{k=m+1}^{N} (x_k^2 + x_{N-m+k}^2) + \sum_{s=1}^{m} x_s^2 + \sum_{r=1}^{l} u_r^2 + \sum_{s=1}^{m} \Bigg(\sum_{i=m+1}^{N} l_{si}\, x_i + \\ & + \sum_{i=m+1}^{N} n_{sN-m+i} x_{N-m+i} + \sum_{r=1}^{l} m_{sr}\, u_r \Bigg) \frac{\partial \psi}{\partial x_s} + \sum_{k=m+1}^{N} \Bigg[\Bigg(\sum_{i=m+1}^{N} q_{N-m+ki}\, x_i + \\ & + \sum_{i=m+1}^{N} p_{N-m+kN-m+i}\, x_{N-m+i} + \sum_{r=1}^{l} \delta_{N-m+kr} u_r \Bigg) \frac{\partial \psi}{\partial x_{N-m+k}} + \sum_{k=m+1}^{N} x_{N-m+k} \frac{\partial \psi}{\partial x_k} \Bigg] \Bigg\}, \end{aligned} \tag{2.5}$$

unde ψ este funcția lui Bellman.

Funcțiile u_r trebuie să facă minimă expresia din membrul drept al relației (2.5). Se obține

$$2u_r + \sum_{s=1}^{m} m_{sr} \frac{\partial \psi}{\partial x_s} + \sum_{k=m+1}^{N} \delta_{N-m+kr} \frac{\partial \psi}{\partial x_{N-m+k}} = 0,$$

$$(r = 1, 2,..., l\,;\ s = 1, 2,..., m).$$

Din ultima relație rezultă

$$u_r = -\frac{1}{2}\sum_{s=1}^{m} m_{sr}\frac{\partial\psi}{\partial x_s} - \frac{1}{2}\sum_{k=m+1}^{N}\delta_{N-m+k}\frac{\partial\psi}{\partial x_{N-m+k}}. \tag{2.6}$$

Se introduce (2.6) în (2.5) și se obține o ecuație neliniară cu derivate parțiale de tip Riccati

$$\begin{aligned} 0 = {} & \sum_{k=m+1}^{N}(x_k^2 + x_{N-m+k}^2) + \sum_{s=1}^{m} x_s^2 + \sum_{s=1}^{m}\Bigg(\sum_{i=m+1}^{N} l_{si}\,x_i + \\ & + \sum_{i=m+1}^{n} n_{sN-m+i}x_{N-m+i}\Bigg)\frac{\partial\psi}{\partial x_s} + \sum_{k=m+1}^{N}\Bigg[\Bigg(\sum_{i=m+1}^{N} q_{N-m+ki}\,x_i + \\ & + \sum_{i=m+1}^{N} p_{N-m+kN-m+i}x_{N-m+i}\Bigg)\frac{\partial\psi}{\partial x_{N-m+k}} + x_{N-m+k}\frac{\partial\psi}{\partial x_k}\Bigg] = \frac{1}{2}\Bigg[\sum_{s=1}^{m} m_{sr}\frac{\partial\psi}{\partial x_s}\Bigg]^2 + \\ & + \frac{1}{2}\Bigg[\sum_{k=m+1}^{N}\delta_{N-m+kr}\frac{\partial\psi}{\partial x_{N-m+k}}\Bigg]^2 + \Bigg[\sum_{s=1}^{m}\sum_{k=m+1}^{N} m_{sr}\delta_{N-m+kr}\frac{\partial\psi}{\partial x_s}\frac{\partial\psi}{\partial x_{N-m+k}}\Bigg]. \end{aligned} \tag{2.7}$$

Soluția acestei ecuații va fi găsită sub forma unei funcții pătratice relativ la coordonatele x_s, x_k, x_{N-m+k}

$$\begin{aligned} \psi(x_s, x_k, x_{N-m+k}) = {} & \sum_{s=1}^{m}\sum_{i,k=m+1}^{N}(A_{ik}\,x_i\,x_k + B_{sk}\,x_s\,x_k + C_{si}\,x_s\,x_i + \\ & + D_{iN-m+k}\,x_i\,x_{N-m+k} + E_{sN-m+k}\,x_s\,x_{N-m+k} + F_{N-m+i\;N-m+k}\,x_{N-m+i}\,x_{N-m+k}) \end{aligned} \tag{2.8}$$

unde A_{ik}, B_{sk}, C_{si}, D_{iN-m+k}, E_{sN-m+k}, $F_{N-m+i\,N-m+k}$ sînt constante necunoscute, care se vor determina din sistemul de ecuații algebrice ce se obține după satisfacerea de către (2.8) a ecuației (2.7) și egalarea coeficienților acelorași puteri din membrul drept și stîng.

Ecuația funcțională a programării dinamice va fi:

$$\frac{d\psi}{dt} = -\Bigg[\sum_{k=m+1}^{N}(x_k^2 + x_{N-m+k}^2) + \sum_{s=1}^{m} x_s^2 + \sum_{r=1}^{l} u_r^2\Bigg], \tag{2.9}$$

și se înțelege că mișcarea neperturbată studiată va fi asimptotic stabilă după variabilele x_s, x_k, x_{N-m+k} dacă funcția $\psi(x_s, x_k, x_{N-m+k})$ va fi pozitiv determinată. Forma funcției $\psi(x_s, x_k, x_{N-m+k})$ depinde de caracterul coeficienților δ_{N-m+kr}, m_{sr}, n_{sN-m+i}, q_{N-m+ki} și de constantele ce intră în condiția de neolonomie (2.1), astfel încît pentru ea este îndeplinită cunoscuta condiție a lui Silvester de pozitivă determinare a formelor pătratice.

3. Exemplu

Se consideră exemplul clasic al saniei lui Ceaplîghin pe planul înclinat, a cărei stabilitate globală asimptotică o stabilim aici cu metoda programării dinamice.

Ecuațiile perturbate în jurul poziției de echilibru stabil le vom găsi în lucrarea lui Iu. I. Neimark și N. A. Fufaev [11]. Semnificațiile variabilelor și constantelor se găsesc în aceeași lucrare. Sistemul de ecuații perturbat în forma normală este

$$(3.1)\qquad \begin{cases} \dot{\xi} = w, \qquad \dot{\zeta} = z, \\ \dot{z} = \dfrac{hl}{k^2}\, w - \dfrac{h_1}{k_1}\, z + \dfrac{gl}{k^2}\, zu - \dfrac{gl}{k^2}\, u\zeta, \\ \dot{w} = \dfrac{lh_1}{k^2\,(l^2+k^2)}\, z + \dfrac{gl^2}{k^2\,(l^2+k^2)}\, u\zeta - \dfrac{g}{k^2}\, u - \dfrac{h}{k^2}\, w, \end{cases}$$

unde u, parametrul de control, a fost luat sin α. Ne aflăm, de asemenea, în cazul cînd $\varphi = 0$.

Reglarea se va efectua astfel încît pentru mișcarea sistemului în jurul poziției de echilibru stabil, funcționala

$$(3.2)\qquad \mathcal{J} = \int_0^{\infty} (w^2 + z^2 + \xi^2 + \zeta^2 + u^2)\, dt$$

să fie minimă.

Urmînd procedeul descris la § 2 obținem, pentru parametrul de control u, expresia

$$(3.3)\qquad u = \frac{g}{2k^2}\left(z - \frac{l^2}{l^2+k^2}\,\zeta \right)\frac{\partial \psi}{\partial w} + \frac{gl}{2k^2}\,(\zeta - z)\,\frac{\partial \psi}{\partial z},$$

unde ψ este funcția lui Bellman și are forma

$$(3.4)\qquad \begin{aligned} \psi = {} & a_{11}\,\xi^2 + a_{22}\,\zeta^2 + a_{33}\,w^2 + a_{44}\,z^2 + 2a_{12}\,\xi\zeta + 2a_{13}\,\xi w + \\ & + 2a_{14}\,\xi z + 2a_{23}\,\zeta w + 2a_{24}\,\zeta z + 2a_{34}\,wz, \end{aligned}$$

iar coeficienții a_{ij} $(i, j = 1, 2, 3, 4)$ se determină impunînd funcției să satisfacă ecuația cu derivate parțiale neliniară de tip Riccati

$$w^2 + z^2 + \xi^2 + \zeta^2 + u^2 + \frac{\partial \psi}{\partial \xi}\, w + \frac{\partial \psi}{\partial \zeta}\, z + \left(\frac{hl}{k^2}\, w + \frac{gl}{k^2}\, zu - \frac{h_1}{k^2}\, z - \frac{gl}{k^2}\, u\zeta \right)\frac{\partial \psi}{\partial z} +$$

$$+ \left(\frac{lh_1}{k^2(l^2+k^2)}\, z + \frac{gl^2}{k^2(l^2+k^2)}\, u\zeta - \frac{g}{k^2}\, zu - \frac{h}{k^2}\, w \right)\frac{\partial \psi}{\partial w} = 0,$$

unde u are expresia din (3.3). După determinarea funcției ψ, ea se înlocuiește în (3.3) și se află domeniul de variație a lui u.

În alte Note se va studia amănunțit stabilitatea asimptotică a diverse mecanisme de fricțiune, a diferite vehicule, ca de exemplu, automobile, motociclete, biciclete, avioane (auto oscilațiile ce apar la roțile dinainte ale avionului la rularea lui pe teren), deplasarea boghiului de la vagoanele de cale ferată. Interesante aplicații și studii pot apare, de asemenea, în cazul mașinilor electrice și al aparatelor electro-magnetice de măsură.

4. Concluzii

1. Metoda descrisă permite determinarea cu uşurinţă a funcţiei lui Leapunov în cazul stabilităţii asimptotice, înlăturînd artificiile de găsire a ei. De asemenea, se pot studia diverse cazuri ce implică variaţia unui singur parametru sau a mai multor parametri precum şi determinarea domeniului de variaţie a acestora.

2. Metoda se pretează la utilizarea eficientă a calculatoarelor cifrice, organigrama aplicării programării dinamice în cazul general fiind deja stabilită.

Primită la 13 noiembrie 1972

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de mecanică şi
rezistenţa materialelor

BIBLIOGRAFIE

1. Летов А. М., *Динамика полета и управление.* Наука, М., 1969.
2. Летов А. М., *Аналитическое конструирование оптимальных регуляторов.* În vol. *Нелинейная оптимизация систем автоматическово управления*, под. ред. В. М. Пономарев, Машиностроение, М., стр. 57—88, 1970.
3. Румиянцев В. В., *Об оптимальной стабилизации управляемых систем.* ПММ, **34**, *3*, 440—457 (1970).
4. Молдобаев С. М., *Исследование одной задачи оптимальной стабилизации.* În vol. *Некоторые вопросы дифференциальных уравнений*, Изд. АН Казахской ССР, Алма-Ата, 81—87, 1969.
5. Красовский Н. Н., Летов А. М., *К теории аналитическово конструровония регуляторов.* Авт. и телем., **23**, *6* (1962).
6. Лехницкий Е. С., *О построении функционалов качества в вадаче оптимального управления нелинейными системами.* Изв. АН Каз. ССР, сер. физ.-мат., *1*, 64—68 (1972).
7. McClamroch N. H., Aggarwal K. J., *On Equivalent Systems in Optimal Control and Stability.* IEEE Trans. Aut. Contr., **AC-12**, *3*, 333 (1967).
8. Barnett S., Storey C., *Comments an „Equivalent Systems in Optimal Control and Stability".* IEEE Trans. Aut. Contr., **AC-13**, *2*, 206 (1968).
9. Николенко И. В., *Метод динамического программирования в неголономных системах.* Вычисл. и прикл. Матем., *14*, 129—135 (1971).
10. Николенко И. В., *О установившегося дгижения неголономных систем П. В. Воронца.* Прикл. мех., **4**, *4*, 84—90 (1968).
11. Неймарк Ю. И., Фуфаев И. А., *Динамика неголономных систем.* Наука, 1967.
12. Călin S., Belea C., *Sisteme automate adaptive şi optimale.* Ed. tehn., Buc., 1971.
13. Penescu C., Ionescu Vl., Rosinger El., *Procese optimale.* Ed. Acad. R. S. R., Buc. 1970.

THE STUDY OF ASYMPTOTIC GLOBAL STABILITY OF MECHANICAL NONHOLONOMIC SYSTEMS BY DYNAMIC PROGRAMMING METHOD

(Summary)

The asymptotic global stability of mechanical systems with nonholonomic control liaisons is investigated by the dynamic programming method, using Bellman's function identity with Leapunov's function, in certain conditions which are stated.

Asymptotic global stability of Tcheaplyguin's sleigh is investigated as an example.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 1—2, 1973
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. D. 534.01

L'UTILISATION DE LA THÉORIE DES DISTRIBUTIONS DANS LES OSCILLATIONS LINÉAIRES D'UN POINT MATÉRIEL

PAR

ILIE N. CONSTANTINESCU

1. Soit un point matériel M, de masse m, libre et actionné à l'intermède de n ressorts ou fils élastiques, par des forces élastiques

$$\overline{F}_i = \lambda_i (\overline{\rho}_i - \overline{r}), \quad (i = 1, 2, \ldots n), \tag{1}$$

dans l'expression de laquelle λ_i sont les constantes d'élasticité, $\overline{\rho}_i$ — les vecteurs de position des extrémités fixes des fils élastiques et $\overline{r}$ — le vecteur de position du point étudié.

La résultante de toutes ces forces sera :

$$\overline{R} = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i (\overline{\rho}_i - \overline{r}). \tag{2}$$

En dehors de celle-ci, on suppose que M est encore actionné d'un nombre de p forces percutantes Φ_j $(j = 1, 2, \ldots, p)$. De même, pour les forces percutantes on pent utiliser l'expression

$$\overline{\Phi}_j = \overline{P}_j \delta(t - \tau_j), \tag{3}$$

δ_j étant le moment où on applique la percussion $\overline{P}_j$ et $\delta(t)$ — la fonction de Dirac.

2. En effet, en vue de la clarité de l'exposition il faut préalablement montrer qu'une percussion quelqonque $\overline{P}_j$ signifie l'application d'une force percutante

$$\overline{F}_P = \overline{P}\, \delta(t - \tau), \tag{4}$$

dans l'expression de laquelle $\delta(t - \tau)$ est la distribution de Dirac, concentrée dans le moment $t = \tau$ quand a lieu le choc supposé instantanné.

Soit donc la force :

$$(5) \qquad \bar{F}_{P_\lambda} = \frac{\bar{P}}{\lambda^2\left[e^{\frac{t-\tau}{\lambda^2}} + e^{-\frac{t-\tau}{\lambda^2}} + 2\right]} = \frac{\bar{P}}{E(\lambda, t-\tau)},$$

de variation continue et indéfiniment dérivable par rapport au temps et où $\bar{P}$ est un vecteur constant, τ un scalaire constant et λ un paramètre. On y montrera que dans un cas limite cette force continue devient percutante.

Une telle force provoque au système matériel auquel elle est appliquée, une variation d'impulsion

$$(6) \qquad \Delta\bar{C}_\lambda = m\bar{v} - m\bar{v}_0 = \int_{t_0}^{t} \frac{\bar{P}}{E(\lambda, t-\tau)}\, dt,$$

où m est la masse totale du système, t_0 et t — les moments entre lesquels on considère la variation d'impulsion, et $\bar{v}$ et $\bar{v}_0$ — les viteses du centre d'inertie à ces moments.

On vérifie immédiatement que :

$$\left|\int_{t_0}^{t} \frac{dt}{E(\lambda, t-\tau)}\right| < 1 \quad \text{pour touts} \quad t_0, t, \lambda$$

et

$$D = \lim_{\lambda\to 0} \int_{t_0}^{t} \frac{dt}{E(\lambda, t-\tau)} = \begin{cases} 1 & \text{pour } \lambda \in (t_0, t) \\ 0 & \text{pour } \lambda \in (t_0, t) \end{cases}$$

en démontrant de la sorte l'égalité $D = \delta(t-\tau)$, $\delta(t-\tau)$ étant la distribution de Dirac, egalité qui, si l'on prend $t_0 < \tau$, ce qui est toujours possible sans affecter la généralité du traitement, entraine immédiatement la relation :

$$\lim_{\lambda\to 0} \frac{1}{E(\lambda, t, \tau)} = H(t-\tau),$$

où

$$H(t-\tau) = \begin{cases} 0 & \text{pour} \quad t < \tau \\ 1 & \text{pour} \quad t > \tau \end{cases}$$

c'est la fonction de Heaviside, étant connu que :

$$\frac{d}{dt} H(t-\tau) = \delta(t-\tau) \qquad \text{et} \qquad \int_{t_0}^{t} \delta(t-\tau)\, dt = H(t-\tau).$$

Les opérateurs de dérivation et d'intégration sont considérés dans le sens de la théorie des distributions.

En prenant la limite des expressions (6), (7) ou trouve

$$(7) \qquad \lim_{\lambda\to 0} \Delta\bar{C}_\lambda = \Delta\bar{C} = \bar{P}H(t-\tau),$$

$$(8) \qquad \lim_{\lambda\to 0} \bar{F}_{P_\lambda} = \bar{P}\,\delta(t-\tau).$$

C'est évident qu'une percussion $\bar{P}$ donnant un accroissement de l'impulsion du système percuté $\Delta\bar{C}_1 = \bar{P}H(t-\tau)$, conduit pour un instant $t > \tau$ quand $H(t-\tau) = 1$ à $\Delta\bar{C} = \Delta\bar{C}_1 = \bar{P}$, c'est - à - dire que l'on arrive à la conclusion que la fonction (7) est même la variation de l'impulsion dans le cas d'une percussion $\bar{P}$. En dérivant cettevariation, on obtiendra la force percutante :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\Delta\bar{C}_1) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\bar{P}\,H\,(t-\tau)] = \bar{P}\delta\,(t-\tau),$$

qui est même $\bar{F}_p$, appliquée au moment $t = \tau$.

De la relation ci -dessous comme aussi de toutes les considérations ci-dessous on peut conclure de la valabilité de l'affirmation concernant l'expression (3) de la force percutante, aussi que de l'obtention du phénomène de percussion comme un cas limite d'une action continue.

À remarquer qu'à la place de la fonction particulière $1/E(\lambda,\ t-\tau)$ (5) utilisés pour obtenir le choc comme un cas limite de variation continue, on peut utiliser n'importe quelle autre variation, $y = f\,(t,\ \lambda)$ à condition que

$$\lim_{\lambda\to 0} f(t,\ \lambda) = \delta(t-\tau). \tag{9}$$

Particulièrement en tenant compte du principe de la superposition des effets, on peut affirmer que plusieurs percussions appliquées à un point matériel, peuvent recevoir a représentation mathématique :

$$\bar{F}_P = \sum_{j=1}^{P} \bar{P}_j\, f_j(t,\ \lambda), \tag{10}$$

ou $\bar{P}_j$ sont les percussions en nombre de p, appliquées au sistème aux moments τ_j $(j=1,2,...,p)$, et $\bar{F}_p$ la force percutante dans ce cas plus géneral, force qu'on peut obtenir, conformément aux raisonnements antérieurs, par un processus à la limite

$$\bar{F}_p = \lim_{\lambda\to 0} \sum_{j=1}^{p} \bar{P}_j\, f_j(t,\ \lambda), \tag{11}$$

où $f_j\ (t,\ \lambda)$ sont fonctions continues et qui remplissent les conditions nécessaires (9).

La somme de toutes les forces percutantes est :

$$\bar{\Phi} = \sum_{j=1}^{p} \bar{P}_j\, \delta\,(t-\tau_j). \tag{12}$$

3. En vertu des relations (2) et (12) l'équation différentielle du mouvement devient

$$m\ddot{\bar{r}} = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i\,(\bar{\rho}_i - \bar{r}) + \sum_{j=1}^{p} \bar{P}_j\ \delta(t-\tau_j), \tag{13}$$

qui, si le point est libre, est equivalente avec trois équations scalaires, si le point est obligé à rester dans un plan, avec deux, et s'il se déplace sur un axe, avec une seule équation.

On va donc traiter l'équation différentielle

$$m\ddot{\bar{r}} + \bar{r}\sum_{i=1}^{n}\lambda_i = \sum_{i=1}^{n}\lambda_i\,\bar{\rho}_i + \sum_{j=1}^{p}\bar{P}_j\,\delta(t-\tau_j). \tag{14}$$

Posons

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}\lambda_i}{m} = \omega^2, \tag{15}$$

où ω est réel (parce que $\lambda_i > 0$ $(i = 1, 2, ..., n)$ et $m > 0$), et

$$\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{n}\lambda_i\,\bar{\rho}_i = \bar{\rho}, \tag{16}$$

avec $\bar{\rho}$ vecteur constant, puisque toutes les grandeurs qui entrent dans le premier membre de la relation (16) sont constantes. Soit encore

$$\frac{\bar{P}_j}{m} = \bar{q}_j, \tag{17}$$

$\bar{q}_j$ étant aussi des vecteurs constants.

L'équation différentielle (13) prend la forme :

$$\ddot{\bar{r}} + \omega^2\,\bar{r} = \bar{\rho} + \sum_{j=1}^{p}\bar{q}_j\,\delta(t-\tau_j), \tag{18}$$

qui, intégrée dans le sens de la théorie des distributions, grâce à la présence de la distribution de Dirac, conduit à :

$$\bar{r} = \bar{C}_1\cos\omega t + \bar{C}_2\sin\omega t + \frac{\bar{\rho}}{\omega^2} + \frac{1}{\omega}\sum_{j=1}^{p}\bar{q}_j\sin[\omega\,(t-\tau_j)]\,H\,(t-\tau_j), \tag{19}$$

où $\bar{C}_1$ et $\bar{C}_2$ sont constantes (vectorielles) d'intégration et $H\,(t-\tau_j)$ est la fonction de Heaviside, c'est-à-dire

$$H\,(t-\tau_j) = \begin{cases} 0 & \text{pour} \quad t < \tau_j \\ 1 & \text{pour} \quad t > \tau_j. \end{cases} \tag{20}$$

Naturellement, $\bar{C}_1$ et $\bar{C}_2$ sont déterminée à l'aide des conditions initiales.

À remarquer que l'on pouvait traiter le problème par la résolution d'un système d'équations différentielles scalaires, obtenu soit par sa projection sur les axes d'un système cartésien de référence, soit par l'utilisation des équations de la mécanique analytique, par exemple les équations de Lagrange, pour les systèmes matériels percutés.

Mais la méthode vectorielle adoptée présente l'avantage de la lapidarité.

4. En ce qui suit on donne un exemple de calcul.

Soit un point M, de masse m, actionné par un fil élastique dont la constante d'élasticité est λ et dont l'extrémité fixe est pris comme origine d'un système de référence. Le point soubit, au moment τ, la percution $\overline{P}$.

On exige l'étude de son mouvement, en sachant que la vitesse initiale est nulle, et la position initiale $\bar{r}_0 = \alpha\bar{i} + \beta\bar{j} + \gamma\bar{k}$.

Avec les notations évidentes, l'équation différentielle du mouvement est :

$$\ddot{\bar{r}} + \omega^2 \bar{r} = \bar{q}\,\delta(t - \tau), \tag{21}$$

dont l'intégration, dans le sens de la théorie des distributions, conduit à :

$$\bar{r} = \bar{C}_1 \cos \omega t + \bar{C}_2 \sin \omega t + \frac{1}{\omega} \bar{q} \sin [\omega(t - \tau)]\, H(t - \tau); \tag{22}$$

la vitesse du point varie donc d'après la loi :

$$\bar{v} = -\bar{C}_1 \omega \sin \omega t + \bar{C}_2\, \omega \cos \omega t + \bar{q} \cos [\omega (t - \tau)]\, H(t - \tau) \tag{23}$$

étant donné que

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} H(t - \tau) = \delta(t - \tau) \quad \text{et} \quad \sin \omega [(t - \tau)]\, \delta(t - \tau) = 0.$$

En tenant compte des conditions initiales $\bar{C}_2 = 0$ et $\bar{C}_1 = \alpha\bar{i} + \beta\bar{j} + \gamma\bar{k}$, ce qui signifie que :

$$\bar{r} = (\alpha\bar{i} + \beta\bar{j} + \gamma\bar{k}) \cos \omega t + \frac{\bar{q}}{\omega} \sin [\omega (t - \tau)]\, H(t - \tau). \tag{24}$$

La méthode indiquée dans cette Note, est récommandable particulièrement pour l'étude des mouvements oscillatoires complexes, au-dessus desquels se superposent des percussions.

Reçue le 23 janvier 1972

Institut des Mines
Petroşani

BIBLIOGRAPHIE

1. Kecs W., Teodorescu P. P., *Aplicaţii ale teoriei distribuţiilor în mecanică*. Ed., Acad. R. S. R., Buc., 1971.
2. Constantinescu I., *Application des fonctions généralisées à l'étude de l'équilibre des fils*. AIA Rev. X, ATB, Bruxelles, *3*, 27 (1970).
3. Constantinescu I., Tocaci E., *Application en mécanique d'équations différentielles contenant une distribution de Dirac*. AIA Rev. X, ATB, Bruxelles, *4*, 18 (1970).
4. Constantinescu I., Tocaci E., *Considérations sur l'énergie cinétique et le travail mécanique pour les systèmes rigides à percussions*. AIA Rev. X, ATB, Bruxelles, *1*, 17 (1971).
5. Constantinescu I., *Studiul mişcării cu puncte de discontinuitate a unei plăci plane*. An. Univ. Timişoara, ser. şt. matem.-fiz., III, 101–108 (1965).

6. Constantinescu I., *Mişcarea firului sub acţiunea forţelor percutante.* Lucr. şt. ale Inst. de mine Petroşani, ser. şt. de cultură generală, **6**, 219—229 (1969).
7. Constantinescu I., Tocaci E., *Sur les équations de deuxième espèce de Lagrange pour les cas des systèmes matériaux percutés.* Elektryfikacja i mechanizacja górnictwa i hutnictwa, Krakow, **33**, 11—17 (1969).
8. Vâlcovici, V. Bălan Şt., Voinea R., *Mecanică teoretică.* Ed. *II*, Ed. tehn., Buc., 1963.
9. Bouix M., *Les fonctions généralisées et distributions.* Masson, Paris, 1954.

UTILIZAREA TEORIEI DISTRIBUŢIILOR ÎN STUDIUL OSCILAŢIILOR LINIARE ALE UNUI PUNCT MATERIAL

(Rezumat)

Se studiază cu ajutorul teoriei distribuţiilor mişcarea oscilatorie a unui punct material, legat de centrul de oscilaţie prin n resoarte şi supus la forţe percutante.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 1—2, 1973
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.01; 531.31

ASUPRA ECUAŢIEI MIŞCĂRII MAŞINII REALE

II. STABILIREA ECUAŢIEI DE MIŞCARE A MAŞINII REALE

DE

CRISTIAN LINDE, N. IRIMICIUC şi I. IBĂNESCU

0. Introducere

În această Notă se efectuează calculul forţelor generalizate pentru modelul de maşină prezentat în lucrarea [3] şi se stabileşte, în continuare, ecuaţia diferenţială a acestui model foarte general de maşină. Notaţiile folosite şi în această Notă sînt aceleaşi ca şi în lucrarea [3].

1. Calculul forţelor generalizate ale maşinii

1.1 Forţa generalizată corespunzătoare greutăţilor organelor maşinii

Se demonstrează că, în ipoteza deplasării şasiului maşinii numai în plan orizontal, forţa generalizată corespunzătoare greutăţilor organelor maşinii se reduce numai la termenii care se referă la organele echipamentelor de lucru cu mişcări relative în plan vertical şi cu mişcări de şurub, expresia forţei generalizate a greutăţilor fiind

$$Q_F = -g \sum_{\mu=1}^{m} \left[\sum_{\lambda=1}^{l_\mu} M^v_{\mu\lambda} \frac{\partial x^v_{G_{\mu\lambda_2}}}{\partial \theta} + \sum_{\sigma=1}^{S_\mu} M^S_{\mu\sigma} \frac{\partial x^S_{G_{\mu\sigma_2}}}{\partial \theta} \right]. \tag{1.1}$$

1.2. Forţa generalizată corespunzătoare cuplului motor aplicat rotorului

Se arată că această forţă generalizată este reprezentată chiar prin valoarea scalară, raportată la versorul axei rotorului a momentului cuplului motor

$$Q_m = \mathcal{M}_m. \tag{1.2}$$

1.3. Forța generalizată corespunzătoare forțelor și cuplurilor rezistente, aplicate organelor de lucru

Dacă $\overline{R}_\mu$ și $\overline{\mathfrak{M}}_\mu$ sînt componentele torsorilor în centrele de masă G^l_μ ale organelor de lucru (S^l_μ) ai solicitărilor rezistente aplicate acestor organe, iar i_P și i^l_μ sînt rapoartele de transmisie al rotației platformei, respectiv al rotației relative a organului (S^l_μ), în raport cu rotorul, atunci forța generalizată corespunzătoare rezistențelor întîmpinate de organele de lucru are expresia

$$Q_R = \sum_{\mu=1}^{m} \left[R_{\mu k} \frac{\partial x_{G^l_{\mu k}}}{\partial \theta} + \frac{1}{i_P} \mathfrak{M}_{\mu 3} + \frac{1}{i^l_\mu} \mathfrak{M}'_{\mu 3} \right], \quad (k = 1, 2, 3), \tag{1.3}$$

$\mathfrak{M}_{\mu 3}$ și $\mathfrak{M}'_{\mu 3}$ fiind proiecțiile pe axa de rotație de transport și pe axa de rotație relativă a momentului $\overline{\mathfrak{M}}_\mu$.

1.4. Forța generalizată corespunzătoare cuplurilor de frînare

Aceste cupluri, acționînd numai în perioadele de frînare a mașinii, sînt aplicate șaibelor de frînare, plasate în sistemele de frînare și avînd axele de rotație relativă orizontale.

Dacă se notează cu (S^f_μ) șaiba din subansamblul de lucru cu numărul de ordine μ, $(\mu = 1, 2, ..., m)$, cu i^f_μ raporturile de transmisie corespunzătoare față de rotor și cu $\mathcal{M}_{f\mu}$ valorile scalare, raportate la versorii axelor de rotație relativă ale șaibelor, ale momentelor de frînare, atunci pentru forța generalizată a cuplurilor de frînare rezultă expresia

$$Q_f = \sum_{\mu=1}^{m} \frac{1}{i^f_\mu} \mathcal{M}_{f\mu} \, . \tag{1.4}$$

Ținînd seama de expresiile stabilite mai sus, rezultă pentru forța generalizată activă, corespunzătoare tuturor solicitărilor precizate mai înainte, expresia

$$Q = \sum_{\mu=1}^{m} \left[-g \left(\sum_{\lambda=1}^{l_\mu} M^v_{\mu\lambda} \frac{\partial x_{G^v_{\mu\lambda_3}}}{\partial \theta} + \sum_{\sigma=1}^{S_\mu} M^S_{\mu\sigma} \frac{\partial x_{G^S_{\mu\sigma_3}}}{\partial \theta} \right) + R_{\mu k} \frac{\partial x_{G^l_{\mu k}}}{\partial \theta} + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{i^l_\mu} \mathfrak{M}'_{\mu 3} + \frac{1}{i^f_\mu} \mathcal{M}_{f\mu} \right] + \sum_{\mu=1}^{m} \left(\frac{1}{i_P} \mathfrak{M}_{\mu 3} \right) + \mathcal{M}_m, \quad (k = 1, 2, 3). \tag{1.5}$$

1.5. Forța generalizată corespunzătoare frecărilor

Admițînd, conform ipotezei acceptate în introducerea din lucrarea [3], că randamentul fiecărui element al mașinii rămîne practic constant în timpul

funcționării ei, pentru fiecare organ, (S_ν), al mașinii va putea fi scrisă relația

$$\eta_\nu = \frac{\mathcal{P}_{u_\nu}}{\mathcal{P}_{u_\nu} + \mathcal{P}_{fr_\nu}}, \tag{1.6}$$

unde η_ν este randamentul respectiv, $\mathcal{P}_{u_\nu}$ puterea utilă transferată de organul (S_ν), iar $\mathcal{P}_{fr_\nu}$ este puterea pierdută prin frecările corespunzătoare legăturilor aplicate organului (S_ν).

Folosind teorema energiei sub forma

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}_\nu}{\mathrm{d}t} = \mathcal{P}_{u_\nu} + \mathcal{P}_{fr_\nu},$$

relația (1.6) va deveni

$$\eta_\nu = \frac{\mathrm{d}\mathcal{E}_\nu - \mathrm{d}\mathcal{L}_{fr_\nu}}{\mathrm{d}\mathcal{E}_\nu}, \tag{1.7}$$

conducînd la următoarele expresii pentru lucrurile mecanice elementare corespunzătoare frecărilor

$$\mathrm{d}\mathcal{L}_{fr_\nu} = (1 - \eta_\nu)\,\mathrm{d}\mathcal{E}_\nu . \tag{1.8}$$

Pe de altă parte, prin diferențierea expresiei

$$\mathcal{E}_\nu = \frac{1}{2}(\overline{\mathcal{H}}_\nu \bar{v}_{G_\nu} + \overline{\mathcal{K}}_{G_{\nu\,\mathrm{rot}}} \bar{\omega}_\nu) \tag{1.9}$$

a energiei cinetice a elementului (S_ν), se obține relația

$$\mathrm{d}\mathcal{E}_\nu = \tfrac{1}{2}[\dot{\overline{\mathcal{H}}}_\nu \mathrm{d}\bar{r}_{G_\nu} + \dot{\overline{\mathcal{K}}}_{G_{\nu\,\mathrm{rot}}} \mathrm{d}\overline{\Theta}_\nu] + \tfrac{1}{2}[\overline{\mathcal{H}}_\nu \mathrm{d}\bar{v}_{G_\nu} + \overline{\mathcal{K}}_{G_{\nu\,\mathrm{rot}}} \mathrm{d}\bar{\omega}_\nu], \tag{1.10}$$

pentru ai căror termeni se găsesc următoarele semnificații

$$\dot{\overline{\mathcal{H}}}_\nu \mathrm{d}\bar{r}_{G_\nu} + \dot{\overline{\mathcal{K}}}_{G_{\nu\,\mathrm{rot}}} \mathrm{d}\overline{\Theta}_\nu = -[\overline{\mathcal{F}}^i_\nu \mathrm{d}\bar{r}_{G_\nu} + \overline{\mathfrak{M}}^i_{G_\nu} \mathrm{d}\bar{\Theta}_\nu] = -\mathrm{d}\mathcal{L}^i_\nu, \tag{1.11}$$

$$\overline{\mathcal{H}}_\nu \mathrm{d}\bar{v}_{G_\nu} = \mathrm{d}\left(\frac{1}{2} M_\nu \bar{v}^2_{G_\nu}\right) \tag{1.12}$$

și

$$\overline{\mathcal{K}}_{G_{\nu\,\mathrm{rot}}} \mathrm{d}\bar{\omega}_\nu = \mathrm{d}\mathcal{E}_{\nu\,\mathrm{rot}}, \tag{1.13}$$

și deci

$$\overline{\mathcal{H}}_\nu \mathrm{d}\bar{v}_{G_\nu} + \overline{\mathcal{K}}_{G_{\nu\,\mathrm{rot}}} \mathrm{d}\bar{\omega}_\nu = \mathrm{d}\left[\frac{1}{2} M_\nu \bar{v}^2_{G_\nu} + \mathcal{E}_{\nu\,\mathrm{rot}}\right] = \mathrm{d}\mathcal{E}_\nu, \tag{1.14}$$

unde $\overline{\mathcal{F}}^{i}_{\nu}$ și $\overline{\mathfrak{M}}^{i}_{G_\nu}$ sînt componentele torsorilor rezultanți în centrele de masă G_ν ale forțelor de inerție ale solidelor (S_ν), iar $\mathrm{d}\mathcal{L}^{i}_{\nu}$ este lucrul mecanic elementar corespunzător acestor forțe de inerție.

În baza relațiilor (1.11) și (1.14), relația (1.10) va lua forma

$$\mathrm{d}\mathcal{E}_\nu = -\,\mathrm{d}\mathcal{L}^{i}_{\nu}, \tag{1.15}$$

astfel că expresiile (1.8) ale lucrurilor mecanice elementare ale frecărilor vor deveni

$$\mathrm{d}\mathcal{L}_{\mathrm{fr}_\nu} = -\,(1-\eta_\nu)\,\mathrm{d}\mathcal{L}^{i}_{\nu}\,. \tag{1.16}$$

Expresii analoge vor rezulta, evident, și pentru lucrurile mecanice virtuale ale forțelor și cuplurilor de frecare aplicate organelor (S_ν) ale mașinii, adică

$$\delta\mathcal{L}_{\mathrm{fr}_\nu} = -\,(1-\eta_\nu)\,\delta\mathcal{L}^{i}_{\nu}. \tag{1.17}$$

Făcînd înlocuirea, [2],

$$\delta\mathcal{L}^{i}_{\nu} = -\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial\mathcal{E}_\nu}{\partial\dot\theta}\right)-\frac{\partial\mathcal{E}_\nu}{\partial\theta}\right]\delta\theta, \tag{1.18}$$

se obține pentru lucrul mecanic virtual corespunzător forțelor și cuplurilor de frecare ce acționează asupra tuturor elementelor mașinii, expresia

$$\delta\mathcal{L}_{fr} = \sum_\nu \delta\mathcal{L}_{\mathrm{fr}_\nu} = \left\{\sum_\nu\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial\mathcal{E}_\nu}{\partial\dot\theta}\right)-\frac{\partial\mathcal{E}_\nu}{\partial\theta}\right]-\sum_\nu\eta_\nu\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial\mathcal{E}_\nu}{\partial\dot\theta}\right)-\frac{\partial\mathcal{E}_\nu}{\partial\theta}\right]\right\}\delta\theta. \tag{1.19}$$

Rezultă de aici că forța generalizată corespunzătoare tuturor forțelor și cuplurilor de frecare acționînd asupra organelor mașinii are expresia

$$Q_{\mathrm{fr}} = \left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial\mathcal{E}}{\partial\dot\theta}\right)-\frac{\partial\mathcal{E}}{\partial\theta}\right]-\sum_\nu\eta_\nu\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial\mathcal{E}_\nu}{\partial\dot\theta}\right)-\frac{\partial\mathcal{E}_\nu}{\partial\theta}\right]. \tag{1.20}$$

2. Stabilirea ecuației de mișcare a mașinii reale

Ecuația Lagrange de specia a doua corespunzătoare modelului de mașină adoptat, va avea deci forma

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial\mathcal{E}}{\partial\dot\theta}\right)-\frac{\partial\mathcal{E}}{\partial\theta} = Q + Q_{\mathrm{fr}}, \tag{2.1}$$

sau încă, ținînd seama de expresia (1.20) a forței generalizate corespunzătoare frecărilor, mai rezultă

$$\sum_{\nu} \eta_{\nu} \left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left(\frac{\partial \mathcal{E}_{\nu}}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial \mathcal{E}_{\nu}}{\partial \theta} \right] = Q. \tag{2.2}$$

Cum η_{ν} sînt considerați constanți, se mai poate scrie

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{\theta}} \left(\sum_{\nu} \eta_{\nu} \mathcal{E}_{\nu} \right) - \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sum_{\nu} \eta_{\nu} \mathcal{E}_{\nu} \right) \right] = Q. \tag{2.3}$$

Definind suma

$$\sum_{\nu} \eta_{\nu} \mathcal{E}_{\nu} = \sum_{\nu} \mathcal{E}_{\nu u} = \mathcal{E}_{u} \tag{2.4}$$

ca *energie utilă* a mașinii, ecuația (2.3) va mai lua forma

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left(\frac{\partial \mathcal{E}_{u}}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial \mathcal{E}_{u}}{\partial \theta} = Q \tag{2.5}$$

și va reprezenta *ecuația diferențială a mașinii reale.*

Se introduc noțiunile de :

a) *moment de inerție redus util al șasiului cu roți,* definit prin relația

$$\mathcal{J}^{u}_{S_r} = \frac{1}{i_R^2} \left[\eta_S M_S R^2 + 2 n_R \eta_R (M_R R^2 + I_R) \right]; \tag{2.6}$$

b) *moment de inerție redus util al platformei,* dat de relația

$$\mathcal{J}^{u}_{P_r} = \eta_P \left[\frac{R^2}{i_R^2} + 2 \frac{R a_P}{i_R i_P} \sin \left(\frac{1}{i_P} \theta \right) + I_P \frac{1}{i_P^2} \right]; \tag{2.7}$$

c) *momente de inerție reduse ale rotorului,* definite în baza relațiilor

$$\mathcal{J}^{u}_{R_{tr}} = \eta_{R_t} \left\{ M_{R_t} \left[\frac{R^2}{i_R^2} + 2 \frac{R a_{R_t}}{i_R i_P} \sin \left(\theta^0_{R_t} + \frac{1}{i_P} \right) \theta + \frac{a^2_{R_t}}{i_P^2} + \frac{\mathcal{J}_{\Delta R_t}}{i_P^2} \right] \right\} \tag{2.8}$$

și

$$\mathcal{J}^{u}_{R_t} = \eta_{R_t} \mathcal{J}_{R_t}; \tag{2.9}$$

d) *momente de inerție reduse alle organelor sistemelor de transmisie* definite prin relațiile

$$\mathcal{J}^{u}_{\mu\nu_r} = \eta_{\mu\nu} \left\{ M_{\mu\nu} \left[\frac{R^2}{i_R^2} + 2 \frac{R a_{\mu\nu}}{i_R i_P} \sin \left(\theta^0_{\mu\nu} + \frac{1}{i_P} \theta \right) + \frac{a^2_{\mu\nu}}{i_P^2} \right] + \frac{\mathcal{J}_{\Delta\mu\nu}}{i_P^2} \right\} \tag{2.10}$$

și

$$\mathcal{J}^{u}_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} I_{\mu\nu}; \tag{2.11}$$

e) *momente de inerție reduse utile ale organelor echipamentelor de lucru* și anume ale :

1° organelor cu mişcări relative plan-paralele verticale, definite prin relaţiile

$$\mathcal{J}^{vu}_{El_r} = \sum_{\mu=1}^{m} \sum_{\lambda=1}^{l_\mu} \eta^{v}_{\mu\nu} I^{v}_{\mu\lambda_r}; \tag{2.12}$$

2° organelor de lucru cu mişcări relative plan-paralele orizontale, definite pe baza relaţiilor

$$\mathcal{J}^{hu}_{El_r} = \sum_{\mu=1}^{m} \sum_{\rho=1}^{r_\mu} \eta^{h}_{\mu\rho} I^{h}_{\mu\sigma_r}; \tag{2.13}$$

3° organelor de lucru cu mişcări de şurub, definite prin relaţiile

$$\mathcal{J}^{Su}_{El_r} = \sum_{\mu=1}^{m} \sum_{\sigma=1}^{S_\mu} \eta^{S}_{\mu\sigma} I^{S}_{\mu\sigma_r}, \tag{2.14}$$

cu $I^{v}_{\mu\lambda_r}$, $I^{h}_{\mu\rho_r}$ şi $I^{S}_{\mu\sigma_r}$ având semnificaţiile precizate în lucrarea [3].

Folosind noţiunile definite mai sus, rezultă următoarele expresii pentru energiile cinetice utile ale subsistemelor ce alcătuiesc maşina:

1) energia cinetică utilă a şasiului cu roţi

$$\mathcal{E}_{S_u} = \frac{1}{2} \mathcal{J}^{u}_{S_r} \omega^2; \tag{2.15}$$

2) energia cinetică a platformei

$$\mathcal{E}_{P_u} = \frac{1}{2} \mathcal{J}^{u}_{P_r} \omega^2; \tag{2.16}$$

3) energia cinetică a rotorului

$$\mathcal{E}_{R_{t_u}} = \frac{1}{2} (\mathcal{J}^{u}_{R_{t_r}} + \mathcal{J}^{u}_{R_t}) \omega^2; \tag{2.17}$$

4) energia cinetică a organelor sistemelor de transmisie

$$\mathcal{E}_{Tr_u} = \frac{1}{2} \left[\mathcal{J}^{u}_{Tr_r} + \sum_{\mu=1}^{m} \sum_{\nu=1}^{n_\mu} \frac{1}{i^2_{\mu\nu}} \mathcal{J}^{u}_{\mu\nu} \right] \omega^2, \tag{2.18}$$

cu $\mathcal{J}^{u}_{Tr_r}$ având semnificaţia

$$\mathcal{J}^{u}_{Tr_r} = \sum_{\mu=1}^{m} \sum_{\nu=1}^{n_\mu} \mathcal{J}^{u}_{\mu\nu_r}; \tag{2.19}$$

5) energia cinetică a organelor echipamentelor de lucru

$$\mathcal{E}^{v}_{El_u} = \frac{1}{2}\left[\mathcal{J}^{vu}_{El_r} + \sum_{\mu=1}^{m}\sum_{\lambda=1}^{l_\mu}\eta^{v}_{\mu\lambda}\left(M^{u}_{\mu\lambda}V^{2}_{\mu\lambda} + \frac{1}{(i^{v}_{\mu\lambda})^2}\mathcal{J}^{v}_{\mu\lambda}\right)\right]\omega^2,$$

$$\mathcal{E}^{h}_{El_u} = \frac{1}{2}\left[\mathcal{J}^{hu}_{El_r} + \sum_{\mu=1}^{m}\sum_{\rho=1}^{r_\mu}\eta^{h}_{\mu\rho}\left(M^{v}_{\mu\rho}H^{2}_{\mu\rho} + \frac{1}{(i^{h}_{\mu\rho})^2}\mathcal{J}^{h}_{\mu\rho}\right)\right]\omega^2, \tag{2.20}$$

$$\mathcal{E}^{s}_{El_u} = \frac{1}{2}\left[\mathcal{J}^{su}_{El_u} + \sum_{\mu=1}^{m}\sum_{\sigma=1}^{s_\mu}\eta^{s}_{\mu\sigma}\frac{1}{(i^{s}_{\mu\sigma})^2}\left(M^{s}_{\mu\sigma}p^{2}_{\mu\sigma} + \mathcal{J}^{s}_{\mu\sigma}\right)\right]\omega^2.$$

Energia cinetică utilă a mașinii va fi dată deci de relația

$$\mathcal{E}_u = \mathcal{E}_{S_u} + \mathcal{E}_{P_u} + \mathcal{E}_{R_{t_u}} + \mathcal{E}_{Tr_u} + (\mathcal{E}^{v}_{El_u} + \mathcal{E}^{h}_{El_u} + \mathcal{E}^{s}_{El_u}), \tag{2.21}$$

în care se va ține seama de expresiile stabilite mai sus ale termenilor ei.

Dacă se introduc notațiile

$$\mathcal{J}^{u}_{1} = \mathcal{J}^{u}_{S_r} + \mathcal{J}^{u}_{P_r} + \mathcal{J}^{u}_{R_{t_r}} + \mathcal{J}^{u}_{Tr_r} + \mathcal{J}^{vu}_{El_r} + \mathcal{J}^{hu}_{El_r} + \mathcal{J}^{su}_{El_r} = \mathcal{J}^{u}_{1}(\theta), \tag{2.22}$$

$$\mathcal{J}^{u}_{2} = \sum_{\mu=1}^{m}\left[\sum_{\lambda=1}^{l_\mu}\eta^{v}_{\mu\lambda}\left(M^{u}_{\mu\lambda}V^{2}_{\mu\lambda} + \frac{1}{(i^{v}_{\mu\lambda})^2}\mathcal{J}^{v}_{\mu\lambda}\right) + \sum_{\rho=1}^{r_\mu}\eta^{h}_{\mu\rho}\left(M^{h}_{\mu\rho}H^{2}_{\mu\rho} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{1}{(i^{h}_{\mu\rho})^2}\mathcal{J}^{h}_{\mu\rho}\right) + \sum_{\sigma=1}^{S_\mu}\eta^{S}_{\mu\sigma}\frac{1}{(i^{S}_{\mu\sigma})^2}\left(M^{S}_{\mu\sigma}p^{2}_{\mu\sigma} + \mathcal{J}^{S}_{\mu\sigma}\right)\right] = \mathcal{J}^{u}_{2}(\theta), \tag{2.23}$$

și

$$\mathcal{J}^{u}_{3} = \mathcal{J}^{u}_{R_t} + \sum_{\mu=1}^{m}\left[\sum_{\nu=1}^{n_\mu}\frac{1}{i^{2}_{\mu\nu}}\mathcal{J}^{u}_{\mu\nu} + \sum_{\lambda=1}^{l_\mu}\frac{1}{(i^{v}_{\mu\lambda})^2}\mathcal{J}^{vu}_{\mu\lambda} + \right.$$

$$\left. + \sum_{\rho=1}^{r_\mu}\frac{1}{(i^{h}_{\mu\rho})^2}\mathcal{J}^{hu}_{\mu\rho} + \sum_{\sigma=1}^{S_\mu}\frac{1}{(i^{S}_{\mu\sigma})^2}\mathcal{J}^{Su}_{\mu\sigma}\right] = \lambda^{u}_{1}\mathcal{J}^{u}_{R_t}, \tag{2.24}$$

cu

$$\lambda^{u}_{1} = 1 + \sum_{\mu=1}^{m}\left[\sum_{\nu=1}^{n_\mu}\frac{\mathcal{J}^{u}_{\mu\nu}}{\mathcal{J}^{u}_{R_t}}\frac{1}{i^{2}_{\mu\nu}} + \sum_{\lambda=1}^{l_\mu}\frac{\mathcal{J}^{vn}_{\mu\lambda}}{\mathcal{J}^{u}_{R_t}}\frac{1}{(i^{v}_{\mu\lambda})^2} + \sum_{\rho=1}^{r_\mu}\frac{\mathcal{J}^{hu}_{\mu\rho}}{\mathcal{J}^{u}_{R_t}}\frac{1}{(i^{h}_{\mu\rho})^2} + \sum_{\sigma=1}^{r_\mu}\frac{\mathcal{J}^{Su}_{\mu\sigma}}{\mathcal{J}^{u}_{R_t}}\frac{1}{(i^{S}_{\mu\sigma})^2}\right], \tag{2.25}$$

se va putea scrie pentru energia cinetică utilă a mașinii expresia

$$\mathcal{E}_u = \frac{1}{2}(\mathcal{J}^{u}_{1} + \mathcal{J}^{u}_{2} + \lambda^{u}_{1}\mathcal{J}^{u}_{R_t})\,\omega^2. \tag{2.26}$$

Separînd în această ecuație, prin introducerea notației

$$\mathcal{J}^{u}_{1} + \mathcal{J}^{u}_{2} = \mathcal{J}^{u}(\theta), \tag{2.27}$$

termenii depinzînd de variabila θ de termenii constanți, se va mai putea scrie

$$\mathcal{E}_u = \frac{1}{2}\left(\mathcal{J}^u(\theta) + \lambda_1^u \mathcal{J}_{R_t}^u\right)\omega^2, \tag{2.28}$$

rezultînd astfel pentru ecuația diferențială a mașinii reale următoarea formă finală

$$\left(\mathcal{J}^u(\theta) + \lambda_1^u \mathcal{J}_{R_t}^u\right)\ddot{\theta} + \frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}\mathcal{J}^u(\theta)}{\mathrm{d}\theta}\dot{\theta}^2 = Q. \tag{2.29}$$

3. Concluzii

1. Ecuația (2.29), cu semnificațiile stabilite în lucrare pentru mărimile $\mathcal{J}^u(\theta)$, λ_1^u, $\mathcal{J}_{R_t}^u$ și Q, corespunde unor condiții de funcționare din cele mai generale ce pot fi întîlnite în practica inginerească. Ea poate fi particularizată cu ușurință la cazurile mai simple cum sînt : mașina cu un singur subansamblu de lucru, mașina cu organe de lucru cu mișcări relative mai simple, mașina fără mișcarea de transport etc.

2. Pentru randamente egale cu unitatea, se regăsește ecuația stabilită în literatură pentru mașina ideală.

3. Modul de determinare a ecuației de mișcare, expus în lucrare, poate fi extins cu ușurință și la modele mai complicate de mașini decît cel, destul de general de altfel, adoptat în lucrare.

4. O parte din autorii lucrării au aplicat această ecuație la studiul funcționării în regim tranzitoriu a unor mașini de transportat și ridicat, stabilind cu ajutorul ei o formulă generală pentru determinarea timpului de frînare a acestor utilaje, formulă care se particularizează în cele cunoscute în literatură pentru diverse tipuri concrete de mașini din această categorie.

Primită la 15 decembrie 1972

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de tehnologia construcției
de mașini și mecanică agricolă
și
Catedra de mecanică teoretică

BIBLIOGRAFIE

1. Артоболевский И. И., *Теория механизмов и машин.* ГИТТЛ, М., 1953.
2. Irimiciuc N., *Mecanica.* EDP, Buc., 1965.
3. Linde C., Irimiciuc N., Ibănescu I., *Asupra ecuației mișcării mașinii reale.* (I) *Calculul energiei cinetice a mașinii,* Bul. Inst. polit. Iași, XVIII (XXII), *3 – 4* (1972).
4. Лойцянский Л. Г., Лурье А. И., *Курс теоретической механики.* ГИТТЛ, М., 1955.
5. Vâlcovici V., Bălan Șt., Voinea R., *Mecanică teoretică.* Ed. tehn., Buc., 1968.
6. Whittaker E. T., *Analytical Dynamics.* Cambridge, 1937.

SUR L'ÉQUATION DU MOUVEMENT DE LA MACHINE RÉELLE

II. Établissement de l'équation du mouvement

(Résumé)

Dans cette Note, qui continue la Note [3], sont établies les expressions des forces généralisées actives qui sollicitent les éléments d'une machine et on trouve une formule (1.20), qui permet de calculer la force généralisée à l'aide des rendements des couplages des éléments, dans l'hypothèse que ces rendements restent constants. Tout en introduisant la notion d' *énergie utile* de la machine, on établit finalement une nouvelle forme, (2.5), de l'équation différentielle de la machine réelle.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 1—2, 1973
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621

CINETOSTATICA GRUPELOR CONDUCĂTOARE CU ACŢIONARE PRIN CILINDRU-PISTON (II)

DE

CEZAR DUCA şi I. SIMIONESCU

1. Introducere

Mecanismele cu acţionare hidraulică, prevăzute cu cilindru mobil, sînt utilizate foarte mult în construcţia maşinilor şi instalaţiilor agricole, încărcătoarelor, basculantelor, etc. Aceste mecanisme nu pot fi studiate pe baza clasificării structurale a lui I. I. Artobolevski, deoarece fiecare coordonată generalizată caracterizează poziţia unui element mobil în raport cu alt element mobil (pistonul în raport cu cilindrul).

Într-o lucrare precedentă [7], s-a enunţat un principiu general de formare, care permite descompunerea oricărui mecanism, indiferent de modul de acţionare, în grupe Assur şi grupe conducătoare [5]. În felul acesta, studiul cinetostatic al mecanismului se reduce la aplicarea, pentru fiecare grupă componentă, a procedeului de calcul specific. În lucrarea [7] s-au prezentat aceste procedee pentru 6 grupe conducătoare, iar în lucrarea de faţă se tratează alte 5 grupe, dintre cele mai uzuale.

2. Grupa conducătoare 5/3 c 4 (fig. 1)

Reacţiunea $\mathbf{R}_{61}$ se descompune după direcţia AF ($\mathbf{R}^n_{61}$) şi perpendicular pe AF ($\mathbf{R}^t_{61}$), iar reacţiunea $\mathbf{R}_{75}$ după GF ($\mathbf{R}^n_{75}$) şi perpendicular pe GF ($\mathbf{R}^t_{75}$). Componenta R^t_{61} se determină din ecuaţia de momente în raport cu F, pentru elementele *1*, *2*, *3*, *4*, iar componenta R^t_{75}, din ecuaţia de momente în raport cu F, pentru elementul *5* :

$$R^t_{61} = -\frac{M_F(\mathbf{F}_1) + M_F(\mathbf{F}_2) + M_F(\mathbf{F}_3) + M_F(\mathbf{F}_4) + \sum_{i=1}^{4} M_i}{l_{AF}}, \tag{1}$$

$$R^t_{75} = -\frac{M_F(\mathbf{F}_5) + M_5}{l_{FG}}. \tag{2}$$

Ecuația forțelor pentru întreaga grupă permite calculul grafic al componentelor R^n_{61} și R^n_{75} (fig. 1 *b*) :

$$\mathbf{R}^n_{61} + \mathbf{R}^t_{61} + \sum_{i=1}^{5} \mathbf{F}_i + \mathbf{R}^n_{75} + \mathbf{R}^t_{75} = 0. \tag{3}$$

Din ecuația forțelor pentru elementul *5*, rezultă $\mathbf{R}_{35}$ (fig. 1 *b*),

$$\mathbf{R}_{75} + \mathbf{F}_5 + \mathbf{R}_{35} = 0. \tag{4}$$

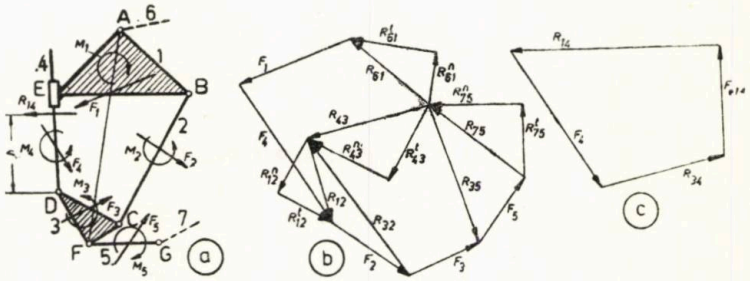


Fig. 1

Reacțiunile $\mathbf{R}_{43}$, $\mathbf{R}_{12}$ și $\mathbf{R}_{23}$ se calculează ca în cazul unei diade de aspectul *1*, formată din elementele *2*, *3* și cuplele *B*, *C*, *D* (fig. 1 *b*).

Se scrie, apoi, ecuația forțelor pentru elementul *4* și se calculează R_{14} și F_{e14} (fig. 1 *c*)

$$\mathbf{R}_{34} + \mathbf{F}_4 + \mathbf{R}_{14} + \mathbf{F}_{e14} = 0. \tag{5}$$

Suportul reacțiunii $\mathbf{R}_{14}$ se stabilește pe baza ecuației de momente în raport cu *D*, pentru elementul *4* :

$$h = -\frac{M_D(\mathbf{F}_4) + M_D(\mathbf{F}_{e14}) + M_4}{R_{14}}. \tag{6}$$

3. Grupa conducătoare 5/3 c 5 (fig. 2)

Reacțiunea $\mathbf{R}_{61}$ se descompune după direcția *AG* și perpendicular pe *AG*, reacțiunea $\mathbf{R}_{14}$ se descompune după *ED* și perpendicular pe *ED*, iar reacțiunea $\mathbf{R}_{12}$, după *BC* și perpendicular pe *BC*. Componenta R^t_{61} se determină din ecuația de momente în raport cu *G*, pentru întreaga grupă, componenta R^t_{14} rezultă din ecuația de momente în raport cu *D*, pentru elementul *4*, iar R^t_{12}, din ecuația de momente în raport cu *C*, pentru elementul *2* :

$$(7)\quad R_{61}^{t} = -\frac{M_G(\mathbf{F}_1) + M_G(\mathbf{F}_2) + M_G(\mathbf{F}_3) + M_G(\mathbf{F}_4) + M_G(\mathbf{F}_5) + \sum_{i=1}^{5} M_i}{l_{AG}},$$

$$(8)\quad R_{14}^{t} = -\frac{M_D(\mathbf{F}_4) + M_4}{l_{ED}},$$

$$(9)\quad R_{12}^{t} = -\frac{M_C(\mathbf{F}_2) + M_2}{l_{BC}}.$$

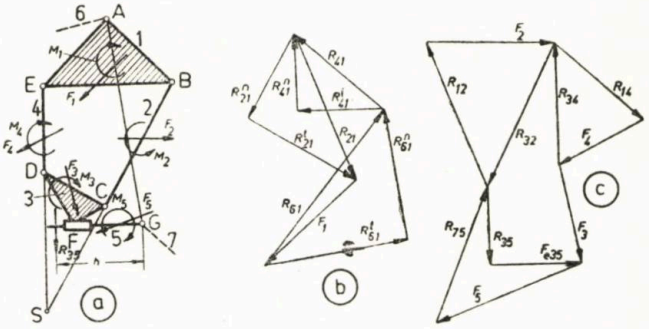


Fig. 2

Se scrie, apoi, ecuația de momente în raport cu punctul singular S, pentru elementul *1*, de unde rezultă R_{61}^{n} :

$$(10)\quad R_{61}^{n} = -\frac{M_S(\mathbf{F}_1) + M_1 + M_S(\mathbf{R}_{61}^{t}) + M_S(\mathbf{R}_{41}^{t}) + M_S(\mathbf{R}_{21}^{t})}{h_{61}}.$$

În această relație, h_{61} reprezintă lungimea perpendicularei din S pe AG.

Din ecuația forțelor pentru elementul *1* rezultă R_{41}^{n} și R_{21}^{n} (fig. 2 *b*), iar din ecuația forțelor pentru elementele *2*, *3*, *4*, *5* se obține $\mathbf{R}_{75}$ (fig. 2 *c*).

$$(11)\quad \mathbf{R}_{41}^{n} + \mathbf{R}_{41}^{t} + \mathbf{F}_1 + \mathbf{R}_{61} + \mathbf{R}_{21}^{n} + \mathbf{R}_{21}^{t} = 0,$$

$$(12)\quad \mathbf{R}_{12} + \mathbf{R}_{14} + \sum_{i=2}^{5} \mathbf{F}_i + \mathbf{R}_{75} = 0.$$

Reacțiunea R_{35} și forța de echilibrare $\mathbf{F}_{e35}$ rezultă din ecuația forțelor pentru elementul *5* (fig. 2 *c*)

$$(13)\quad \mathbf{F}_{75} + \mathbf{F}_5 + \mathbf{R}_{35} + \mathbf{F}_{e35} = 0.$$

Ecuațiile forțelor pentru fiecare din elementele *4* și *2* conduc la determinarea reacțiunilor $\mathbf{R}_{34}$ și $\mathbf{R}_{32}$ (fig. 2 *c*) :

$$\mathbf{R}_{14} + \mathbf{F}_4 + \mathbf{R}_{34} = 0, \tag{14}$$

$$\mathbf{R}_{12} + \mathbf{F}_2 + \mathbf{R}_{32} = 0. \tag{15}$$

Poziția suportului reacțiunii $\mathbf{R}_{35}$ se obține cu ajutorul ecuației de momente în raport cu G, pentru elementul *5*

$$h = -\frac{M_G(\mathbf{F}_5) + M_G(\mathbf{F}_{e35}) + M_5}{R_{35}}. \tag{16}$$

4. Grupa conducătoare 5/3 c 6 (fig. 3)

Reacțiunile $\mathbf{R}_{61}$, $\mathbf{R}_{75}$ și $\mathbf{R}_{35}$ se determină după procedeul indicat la grupa 5/3 *c* 4, iar reacțiunile $\mathbf{R}_{34}$, $\mathbf{R}_{21}$ și $\mathbf{R}_{14}$ se obțin ca în cazul unei diade de aspectul *1*, formată din elementele *1*, *4* și cuplele *B*, *E*, *D* (fig. 3 *b*).

Reacțiunea $\mathbf{R}_{32}$ și forța de echilibrare $\mathbf{F}_{e32}$ rezultă din ecuația forțelor pentru elementul 2 (fig. 3 *c*)

$$\mathbf{R}_{12} + \mathbf{F}_2 + \mathbf{R}_{32} + \mathbf{F}_{e32} = 0. \tag{17}$$

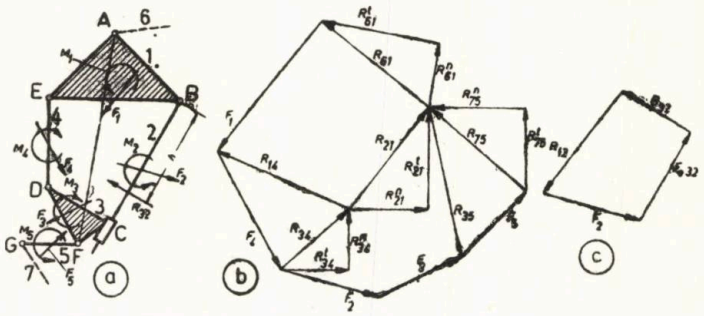


Fig. 3

Suportul reacțiunii $\mathbf{R}_{32}$ se determină prin ecuația de momente în raport cu *B*, pentru elementul *2*

$$h = -\frac{M_B(\mathbf{F}_2) + M_B(\mathbf{F}_{e32}) + M_2}{R_{32}}. \tag{18}$$

5. Grupa conducătoare 4/1 c 2 (fig. 4)

Reacțiunea $\mathbf{R}_{51}$ se descompune după direcția *AD* și perpendicular pe *AD*, iar $\mathbf{R}_{64}$, după direcția *ED* și perpendicular pe *ED*. Scriind ecuațiile de momente în raport cu *D*, pentru elementele *1*, *2*, *3* și, separat, pentru elementul *4*, se obțin R_{51}^t și R_{64}^t:

$$R_{51}^t = -\frac{M_D(\mathbf{F}_1) + M_D(\mathbf{F}_2) + M_D(\mathbf{F}_3) + \sum_{i=1}^{3} M_i}{l_{AD}}, \tag{19}$$

$$R_{64}^t = -\frac{M_D(\mathbf{F}_4) + M_4}{l_{ED}}. \tag{20}$$

Din ecuația forțelor pentru întreaga grupă rezultă R_{51}^n și R_{64}^n (fig. 4 *b*) :

$$\mathbf{R}_{51}^n + \mathbf{R}_{51}^t + \sum_{i=1}^{4} \mathbf{F}_i + \mathbf{R}_{64}^n + \mathbf{R}_{64}^t = 0. \tag{21}$$

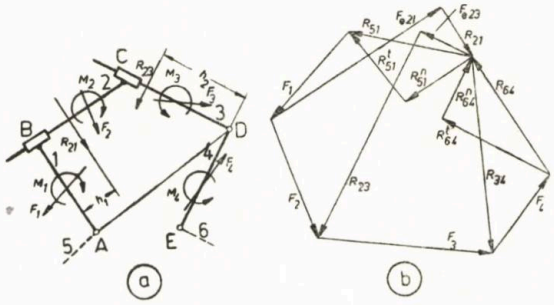


Fig. 4

Se scriu ecuațiile forțelor pentru fiecare dintre elementele *1*, *4* și *3*, de unde se obțin R_{21} , F_{e21} , R_{34} , R_{23} și F_{e23} (fig. 4 *b*) ;

$$\mathbf{R}_{51} + \mathbf{F}_1 + \mathbf{R}_{21} + \mathbf{F}_{e21} = 0, \tag{22}$$

$$\mathbf{R}_{64} + \mathbf{F}_4 + \mathbf{R}_{34} = 0, \tag{23}$$

$$\mathbf{R}_{43} + \mathbf{F}_3 + \mathbf{R}_{23} + \mathbf{F}_{e23} = 0. \tag{24}$$

Suportul reacțiunii $\mathbf{R}_{21}$ se determină din ecuația de momente în raport cu *A* pentru elementul *1*, iar suportul reacțiunii $\mathbf{R}_{23}$, din ecuația de momente în raport cu *D*, pentru elementul *3* :

$$h_1 = -\frac{M_A(\mathbf{F}_1) + M_A(\mathbf{F}_{e21}) + M_1}{R_{21}}, \tag{25}$$

$$h_2 = -\frac{M_D(\mathbf{F}_3) + M_D(\mathbf{F}_{e23}) + M_3}{R_{23}}. \tag{26}$$

6. Grupa conducăroare 4/1 c 3 (fig 5)

Reacțiunea $\mathbf{R}_{51}$ se descompune după direcția *AC* și perpendicular pe *AC*, iar reacțiunea $\mathbf{R}_{64}$, după direcția *BC* și perpendicular pe *BC*. Componentele R_{51}^t și R_{64}^t se determină din ecuații de momente scrise în raport

cu C, pentru elementele *1*, *2* și, separat, pentru elementele *3*, *4*:

$$F_{51}^{t} = -\frac{M_C(\mathbf{F}_1) + M_1 + M_C(\mathbf{F}_2) + M_2}{l_{AC}}, \tag{27}$$

$$R_{64}^{t} = -\frac{M_C(\mathbf{F}_3) + M_3 + M_C(\mathbf{F}_4) + M_4}{l_{EC}}. \tag{28}$$

Componentele R_{51}^{n} și R_{64}^{n} se deduc pe baza ecuației forțelor pentru întreaga grupă (fig. 5 *b*) (21).

Din ecuațiile forțelor scrise pentru fiecare dintre elementele 1 și 4, rezultă R_{21}, F_{e21}, R_{34} și F_{e34} (fig. 5 *b*):

$$\mathbf{R}_{51} + \mathbf{F}_1 + \mathbf{R}_{21} + \mathbf{F}_{e21} = 0, \tag{29}$$

$$\mathbf{R}_{64} + \mathbf{F}_4 + \mathbf{R}_{34} + \mathbf{F}_{e34} = 0. \tag{30}$$

Reacțiunea $\mathbf{R}_{32}$ se obține din ecuația forțelor pentru elementele *1*, *2* (fig. 5 *b*):

$$\mathbf{R}_{51} + \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{R}_{32} = 0. \tag{31}$$

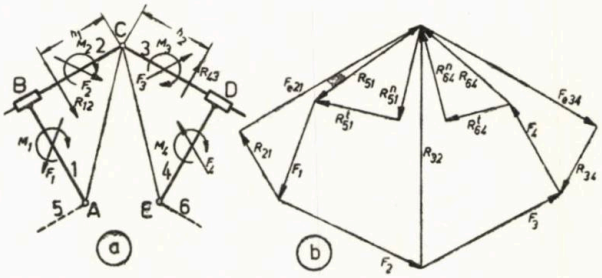


Fig. 5

Suportul reacțiunii $\mathbf{R}_{12}$ se stabilește prin ecuația de momente în raport cu C, pentru elementul *2*, iar suportul reacțiunii $\mathbf{R}_{43}$, din ecuația de momente în raport cu același punct, pentru elementul *3*:

$$h_1 = -\frac{M_C(\mathbf{F}_2) + M_C(\mathbf{F}_{e12}) + M_2}{R_{12}}, \tag{32}$$

$$h_2 = -\frac{M_C(\mathbf{F}_3) + M_C(\mathbf{F}_{e43}) + M_3}{R_{43}}. \tag{33}$$

Primită la 6 decembrie 1971

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de organe de mașini și mecanisme,
Laboratorul de teoria mecanismelor

BIBLIOGRAFIE

1. Artobolevski I. I., *Teoria mecanismelor și mașinilor* (trad. din l. rusă). Ed. tehn., Buc., 1955.
2. Manolescu N. I., *Sinteza numerică, structurală și cinematică a grupelor Assur, a lanțurilor cinematice, a mecanismelor și mecanismelor-motor plane articulate.* Teză, Institutul politehnic din București, 1969.
3. Manolescu N. I., *Pentru adoptarea unui punct de vedere unitar în studiul analizei structurale a lanțurilor cinematice și a mecanismelor.* St. și cerc. de Mec. apl., Buc., **28**, *2* (1969).
4. Manolescu N. I., Maroș D., *Teoria mecanismelor și mașinilor. Cinetostatica și dinamica.* Ed. tehn., Buc. 1958.
5. Duca C., Simionescu I., *Un principiu general de formare a mecanismelor.* St. și cerc. de Mec. apl., Buc. (sub tipar).
6. Altschul R., Ihme W., *Getriebetechnik.* Maschinenbautechnik, *6* (1964).
7. Duca C., Simionescu I., *Cinetostatica grupelor conducătoare cu acționare prin cilindru-piston* (I). Bul. Inst. polit. Iași, **XVIII (XXII)**, *3 — 4*, s. IV (1972).

THE KINETOSTATICS OF INPUT GROUPS WITH CYLINDER-PISTON DRIVE (II)

(Summary)

Means for the determination of reactions from kinematic coupling for 5 input groups with cylinder-piston drive are presented. A graphical-analitical method is used for this purpose.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 1—2, 1973
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.829.8

VALORI EXPERIMENTALE PENTRU COEFICIENTUL DE FRECARE LA ALUNECARE DIN RULMENŢII RADIALI CU MIŞCARE OSCILANTĂ [1])

DE

LIVIU T. HOSTIUC

1. Introducere

Într-o lucrare [1], înserată în acelaşi *Buletin*, s-a demonstrat apariţia mişcării de alunecare a corpurilor de rulare ce oscilează în zonele marginale ale epurei de încărcare a unui rulment radial ce execută o mişcare de oscilaţie periodică într-un plan perpendicular pe axa rulmentului.

Acest fenomen, specific funcţionării rulmenţilor radiali cu mişcare oscilantă, determină în cadrul epurei de încărcare (fig. 1), zona de portanţă dinamică, delimitată de unghiurile $\pm \varphi_r$, zonă în interiorul căreia corpurile de rulare portante (Z_{p1}) se rostogolesc fără alunecare pe cele două inele ale rulmentului; în zonele marginale ($\psi_0 - \varphi_r$) corpurile de rulare execută o mişcare de rostogolire cu alunecare pe inelul mobil (de regulă inelul interior) şi o mişcare de rostogolire fără alunecare pe inelul fix.

În practica proiectării lagărelor pe rulmenţi cu mişcare oscilantă, calculul unghiului φ_r, cu relaţia (22) din [1], este necesar deoarece durabilitatea şi capacitatea dinamică de bază a acestor rulmenţi, pentru care se preconizează relaţia (55) din aceeaşi lucrare, este funcţie de numărul corpurilor de rulare portante Z_{p1} ce oscilează în zona $\pm \varphi_r$, calculat cu $Z_{p1} = Z\varphi_r/\pi$, unde Z este numărul total de corpuri de rulare al rulmentului.

În legătură cu cele expuse mai sus, în lucrarea de faţă se prezintă rezultatele unui şir de experienţe care au avut drept scop determinarea unor valori concrete pentru coeficientul de frecare static la alunecare μ_0, parametru de bază ce intervine în relaţia de calcul a unghiului φ_r.

---

[1]) Prezentată la sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 2—4 iulie 1970.

2. Considerații teoretice

Pentru calculul unghiului φ_r, la rulmenți radiali cu inel interior oscilant, în [1] se propune relația

$$\cos \varphi_r = 1 - 2\bar{\varepsilon}\left[1 - \left(\frac{E_{max}}{\gamma_1 Q_{max}}\right)^{1/t}\right], \tag{1}$$

unde,

$$\begin{cases} E_{max} = |(\varepsilon_c)_{max}| = |\varepsilon_{max}| \dfrac{1-\gamma}{2\gamma_0}, \\ \gamma_1 = \dfrac{\mu_0 D_k}{I_0(1+\gamma) + I_k \gamma_0^2} = \mu_0 \gamma_3, \qquad \gamma = \gamma_0 \cos\alpha = \dfrac{D_k}{D_m} \cos\alpha, \end{cases} \tag{2}$$

și unde $\bar{\varepsilon}$ este parametrul epurei de încărcare (fig. 1), cu valori concrete în [2]; Q_{max} — sarcina maximă a epurei de încărcare ce apare pe direcția forței radiale exterioare; F_r, I_k, I_0, — momentele de inerție masice ale corpului de rulare în raport cu axa de oscilație a rulmentului, respectiv propria axă de oscilație; ε_c — accelerația unghiulară a mișcării de oscilație a corpului de rulare față de centrul instantaneu de rotație (punctul de contact a corpului de rulare cu inelul fix); ε_{max} — valoarea maximă a accelerației unghiulare a mișcării de oscilație a rulmentului în ansamblu, pe parcursul unei perioade; D_k și D_m — diametrele corpului de rulare respectiv diametrul mediu al rulmentului, și μ_0 — coeficientul de frecare static la alunecare între corpul de rulare și inelul mobil.

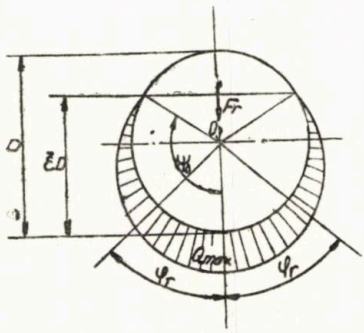


Fig. 1. — Epura de încărcare pe cele două inele ale unui rulment radial, solicitat din exterior sub sarcină combinată.

Relația (1) se particularizează pentru rulmenții pur radiali $\bar{\varepsilon} = 0{,}5$ [2], devenind

$$\cos \varphi_r = \left(\frac{E_{max}}{\mu_0 \gamma_3 Q_{max}} \right)^{1/t}, \tag{3}$$

unde $t = 3/2$ — pentru rulmenţi cu bile sau role butoi şi $t = 1{,}1$ — pentru rulmenţi cu role cilindrice sau conice.

Se exprimă acum Q_{max} în funcţie de sarcina radială exterioară [3]

$$Q_{max} = \frac{K_0 F_r}{Z}. \tag{4}$$

Din (3) şi (4) rezultă :

$$\mu_0 = \frac{E_{max} Z}{K_0 \gamma_3 F_r (\cos \varphi_r)^t}. \tag{5}$$

Pentru un rulment a cărei geometrie este cunoscută şi care are o mişcare de oscilaţie periodică $\varepsilon = \varepsilon(t)$ determinată univoc, se pot calcula E_{max} şi γ_3 cu relaţia (2), constanta K_0 după [3], în timp ce unghiul φ_r ce delimitează zona de rostogolire fără alunecare a corpurilor de rulare pe cele două inele (fig. 1), şi sarcina F_r corespunzătoare acestui unghi, se pot determina

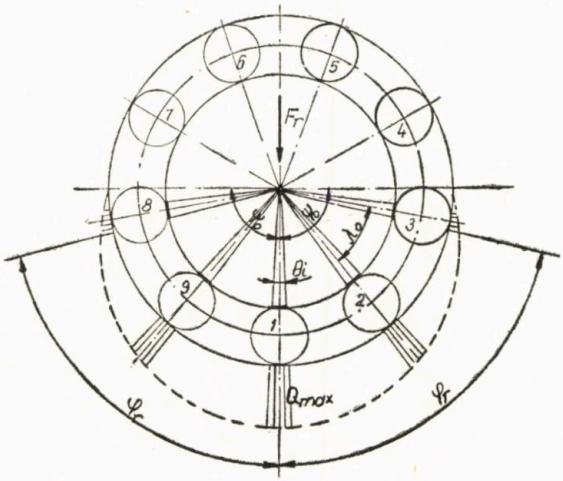


Fig. 2. — Poziţia de montare a rulmentului 6207 necesară determinării coeficientului de frecare μ_0.

experimental, cu o precizie suficientă, după cum urmează. Se montează rulmentul într-o maşină de încercat rulmenţi cu mişcare oscilantă, cu corpurile de rulare dispuse simetric faţă de direcţia forţei radiale de încărcare, ca în fig. 2, dacă numărul corpurilor de rulare este fără soţ, sau fig. 3, dacă numărul corpurilor de rulare este cu soţ.

La o sarcină de încărcare F_r de valoare mare, după un timp de funcționare mai îndelungat (minim 24 ore), cu un unghi de oscilație sub valoarea unghiului critic θ_{cri} (noțiune definită în [1]) apar pe căile de rulare ale celor două inele amprente de culoare mai închisă, care marchează urmele lăsate de corpurile de rulare în timpul unei perioade de oscilație ; numărul acestor amprente vizibile este egal cu numărul de corpuri de rulare portante cuprinse în zona încărcată a rulmentului $\pm \varphi_r$ (5, în cazul fig. 2, și 6, în cazul fig. 3). Dacă toate amprentele de pe inelul interior oscilant sînt de lungimi egale înseamnă că cele Z_p corpuri de rulare portante au funcționat în interiorul zonei $\pm \varphi_r$ (fig. 1), adică toate au avut o mișcare de rostogolire fără alunecare.

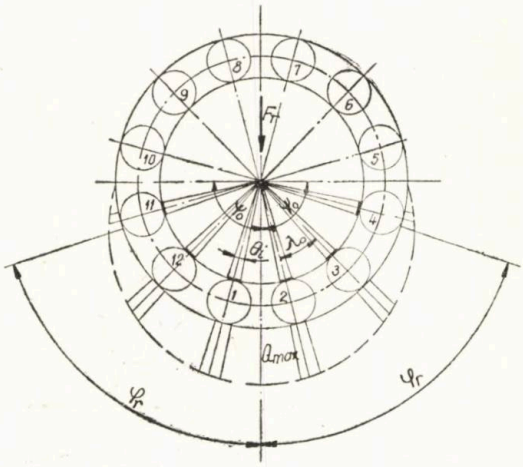


Fig. 3. — Poziția de montare a rulmentului NJ 206 necesară determinării coeficientului de frecare μ_0.

Formarea amprentelor se datorează turtirii microneregularităților în porțiunile călcate de corpurile de rulare și ecruisării materialului în zonele respective. Aceste amprente nu scot din uz rulmentul și deci nu pot fi considerate defecte de funcționare specifice.

Micșorînd sarcina de încărcare F_r, unghiul φ_r al zonei de rostogolire fără alunecare se micșorează, așa cum rezultă din relația (1) ; la o anumită valoare a sarcinii F_r amprentele de pe inelul interior ale corpurilor de rulare portante ce oscilează la extremitatea zonei încărcate dispar (amprentele corpurilor de rulare *3* și *8*, în cazul fig. 2, sau amprentele corpurilor de rulare *4* și *11*, în cazul fig. 3). În această situație, corpurile de rulare ale căror amprente au dispărut oscilează în afara zonei $\pm \varphi_r$, (fig. 2 și fig. 3), rostogolindu-se cu alunecare pe inelul interior oscilant (s-a demonstrat în [1] că alunecarea poate apare numai între corpul de rulare și inelul mobil).

Pentru această situație se poate scrie :

$$\varphi_r = \frac{(Z_p - 1)\,\lambda_0 - \theta_i}{2}, \tag{6}$$

unde

$$\theta_i = \theta_0(1+\gamma), \qquad Z_p = \frac{\psi_0 Z}{\pi} + 1, \quad \lambda_0 = \frac{2\pi}{Z}, \tag{7}$$

și unde θ_0 este amplitudinea mișcării de oscilație, iar ψ_0 — unghiul maxim al epurei de încărcare (fig. 1).

Dacă se notează cu F_0 valoarea forței F_r la care dispar amprentele corpurilor de rulare ce oscilează la extremitatea zonei încărcate $\pm \varphi_r$, din relațiile (5) și (6) rezultă :

$$\mu_0 = \frac{ZE_{max}}{K_0 F_0 \gamma_0 \left[\cos \frac{(Z_p - 1)\,\lambda_0 - \theta_i}{2}\right]^t}. \tag{8}$$

3. Încercări experimentale

Determinarea coeficientului de frecare μ_0 s-a efectuat utilizînd rulmenți radiali cu bile pe un rînd tip 6207 (STAS 3041—68) produși de Uzina „Rulmentul" — Brașov și rulmenți radiali cu role cilindrice pe un rînd tip NJ 206 (STAS 6288—68) produși de „Fabrica de Rulmenți"—Bîrlad. Utilajul întrebuințat a constat din patru mașini de încercat rulmenți cu mișcare oscilantă de același tip, ce funcționează în Laboratorul de organe de mașini al Institutului politehnic din Iași, descrise în documentațiile propunerilor de invenție nr. 65514 și 65515/1971.

Aplicînd relația (8) în cazul rulmenților încercați se obține :

a) pentru rulmentul radial cu bile tip 6207 :

$$\mu_0 = 799{,}3786 \frac{|\varepsilon_{max}|}{F_0 \left[\cos\left(\frac{4\pi}{9} - 0{,}3017\,\theta_0\right)\right]^{1{,}5}}; \tag{9 a}$$

b) pentru rulmentul radial cu role cilindrice tip NJ 206 :

$$\mu_0 = 516{,}2067 \frac{|\varepsilon_{max}|}{F_0 \left[\cos\left(\frac{5\pi}{6} - 0{,}2907\,\theta_0\right)\right]^{1{,}1}}. \tag{9 b}$$

Rulmentul tip 6207 s-a montat în poziția indicată în fig. 2, avînd numărul de bile fără soț ($Z = 9$), iar rulmentul tip NJ 206 — ca în fig. 3, avînd numărul de role cu soț ($Z = 12$).

S-au efectuat în total 8 experiențe, cîte 4 pentru fiecare tip de rulment, în cazul ungerii cu uleiuri M 20 și M 30 (STAS 751—70) și unsorilor consistente RUL 100 și RUL 165 (STAS 1608—65); la fiecare experiență au fost necesare 3—4 demontări ale mașinii de încercat, durata unei experiențe fiind în medie 200 ore. Nu a fost posibilă stabilirea cu precizie a forței F_0, ci s-au determinat două valori extreme: o valoare F_{01}, la care amprentele bilelor *3* și *8* (fig. 2), respectiv *4* și *11* (fig. 3), se mai observă, și o valoare F_{02} la care aceste amprente dispar; corespunzător lui F_{01} și F_{02} s-au determinat, cu relațiile (9 a) și (9 b), două valori μ_{01} și μ_{02} între care se găsește valoarea adevărată μ_0.

Parametrii mișcării de oscilație s-au stabilit la: $\theta_0 = 7°$ și $E_{max} = 545{,}12$ rad/s^2, pentru ambele tipuri de rulment. Rezultatele experiențelor sînt prezentate în tabelul 1.

Tabelul 1

Rezultatele experiențelor efectuate pentru determinarea coeficientului de frecare μ_0

Nr. experiență	Tip rulment	Lubrifiant	F_0		μ_0	
			F_{01}	F_{02}	μ_{01}	μ_{02}
1	6207	ulei M 20	4 500	4 250	0,0055	0,0058
2	6207	ulei M 30	4 250	4 000	0,0058	0,0062
3	6207	RUL 100	2 500	2 000	0,0099	0,0123
4	6207	RUL 165	2 500	2 000	0,0099	0,0123
5	NJ 206	ulei M 20	1 250	1 000	0,0067	0,0084
6	NJ 206	ulei M 30	1 250	1 000	0,0067	0,0084
7	NJ 206	RUL 100	750	500	0,0112	0,0168
8	NJ 206	RUL 165	750	500	0,0112	0,0168

În legătură cu rezultatele din tabelul 1 se propun, pentru coeficientul de frecare μ_0, următoarele valori:

a) în cazul lubrifierii cu ulei mineral, cu indice de vîscozitate Dean Davis min. 90 (STAS 751—70): pentru rulmenți cu bile, $\mu_0 = 0{,}006$; pentru rulmenți cu role, $\mu_0 = 0{,}0075$.

b) în cazul lubrifierii cu unsoare consistentă neaditivată, RUL 100 sau RUL 165 (STAS 1608—65): pentru rulmenți cu bile, $\mu_0 = 0{,}011$; pentru rulmenți cu role, $\mu_0 = 0{,}014$.

4. Concluzii

1. Determinarea coeficientului de frecare μ_0, din relația (1), cu care se calculează unghiul $\pm \varphi_r$ al zonei de rostogolire pură a corpurilor de rulare pe cele două inele, s-a făcut pentru cazul lubrifianților cei mai utilizați la ungerea rulmenților: uleiurile minerale M 20 și M 30 și unsorile consis-

tente RUL 100 și RUL 165. Valorile coeficientului μ_0 determinate experimental pot fi extinse și la celelalte uleiuri minerale subțiri (de exemplu I 35, K 40, etc.) și unsori consistente neaditivate, deoarece o eroare de $\pm$ 5 % de la valoarea adevărată a coeficientului μ_0 afectează valorile unghiului γ_{ir} cu $\pm$ 0,5 %, ceea ce nu influențează calculul numărului de corpuri de rulare portante Z_{p1} (relația (50) din [1].

2. Pentru coeficientul de frecare μ_0 se propun valorile :

a) în cazul lubrifierii cu ulei mineral subțire (vîscozitate relativă max. 10^0 *E*) ; pentru rulmenți cu bile, $\mu_0 = 0{,}006$; pentru rulmenți cu role, $\mu_0 = 0{,}0075$;

b) în cazul lubrifierii cu unsoare consistentă neaditivată, pe bază de săpun de calciu sau săpun de sodiu : pentru rulmenți cu bile, $\mu_0 = 0{,}011$; pentru rulmenți cu role, $\mu_0 = 0{,}014$.

Primită la 15 octombrie 1972

Institutul politehnic, Iași,
Laboratorul de organe de mașini

BIBLIOGRAFIE

1. Popinceanu N. G., Hostiuc L. T., *Particularités du comportement des roulements à mouvement oscillant.* Bul. Inst. polit. Iași, XVII(XXI), *1—2*, s. IV (1971).
2. Harris T. A., *Rolling Bearing Analysis.* John Wiley & Sons, Inc., New-York, 1966.
3. Beizelman R. D., Țîpkin B. V., *Rulmenți* (trad. din l. rusă). Ed. tehn., Buc, 1956.

VALEURS EXPÉRIMENTALES POUR LE COEFFICIENT DE FROTTEMENT AU GLISSEMENT DANS LES ROULEMENTS RADIAUX À MOUVEMENT OSCILLATOIRE

(Résumé)

Pour déterminer la durabilité de vie et le taux de charge dynamique de base des roulements à mouvement oscillatoire on doit savoir l'angle de portance dynamique [1], donc il est nécessaire de connaître le coefficient de frottement statique au glissement entre les corps de roulage et l'anneau oscillant. On propose des valeurs expérimentales pour ce coefficient dans le cas des roulements radiaux à billes et rouleaux, lubrifiés à l'huile minérale (IDD min. 90) et des graisses RUL 100 et RUL 165 (STAS 1608—65).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 1—2, 1973
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D. K. 631.327

BEITRAGE ZUR UNTERSUCHUNG DER KINEMATIK UND DINAMIK DER TRAKTORENTRANSMISSION

VON

GH. NIŢESCU und P. SIMA

1. Untersuchungen der Dynamischen Beanspruchungen aus den Mechanischen Getriebekästen der Traktoren

1.1. Allgemeine Betrachtungen über die Getriebekästen der Traktoren

Die Getriebekästen der Traktoren sind Übertragungsmechanismen, welche die Änderung des Übertragungsverhältnisses zwischen der Umdrehung der Kurbelwelle des Motors und der Antriebsräder gestatten während des Fahrens des Traktorens. Dieses gibt dem Traktoren die Möglichkeit den vergrösserten Widerstand der Strasse zu überwinden, sowie auch die Trägheit des Traktorens bei dessen Anlaufen oder während der Beschleunigungen.

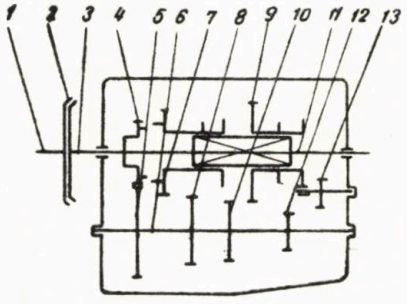


Abb. 1

Die gegenwärtig im Traktorenbau benützten Getriebekasten können in Abhängigkeit von ihren baulichen Eigenheiten eingeteilt werden in gestufte Getriebekästen und stufenlose oder fortschreitende Getriebekästen.

Die gestuften Getriebekästen (Abb. 1) bestehen aus mehreren Getrieben die Erzielung von verschiedenen Übertragungsverhältnissen gestatten.

Die gestuften Getriebekästen kann man vom Standpunkte des zum Mitmachen anhaltens der Zähnräder einteilen, in : Getribekästen mit deplacierbarem Getriebe (Abb. 1), Getriebekästen mit ständiger Miteinbeziehnung und planetarische Getriebekästen.

Die forstschreitenden Getriebekästen erzielen eine unendliche Anzahl von Geschwindigkeitsstufen in Abhangigkeit von Widerstand des Traktorens beim Fahren. Das Übertragungsverhältnis wird meistens automatisch festgesetzt. Die fortschreitenden Getriebekästen können eingeteilt werden in mechanische, hydraulische und elektrische.

1.2. Die Differentialgleichungen der Bewegung

In Anbetracht der Festsetzung der Differentialgleichungen der Bewegung der Wellen des Getriebekästens hat man vorausgesetzt, dass der Traktoren die Dynamisches System vorstellt, welches aus dem Getriebekästen und zwei Wellen mit zwei Schwungrädern besteht (Abb. 2).

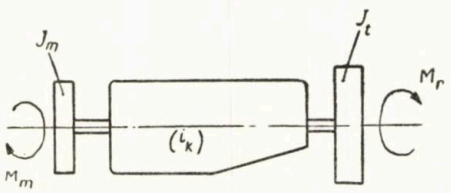


Abb. 2

Das Trägheitsmoment des ersten Schwungrades J_m ist gleich dem Trägheitsmoment, reduziert auf die Achse der Primärwelle des Getriebekastens, der Kurbelwelle des Motors und der an sie gebundenen Massen einschliesslich den Trägheitsmoment der Kupplung. Das Trägheitsmomente, des zweiten Schwungrades J_t ist gleich der Summe der Trägheitsmomente, die reduziert sind auf die Achse der Sekundärwelle des Getriebekastens der Kraftübertragung, des zentralen Reduktionsgetriebes, des Differentialgetriebes, einschliesslich des Trägheitsmoments welches den ganzen von der in fortschreitender Bewegung befindlichen Masse des Traktorens auf den Getriebekasten ausgeübten Einfluss berücksichtigt.

Auf das erste Schwungrad wirkt das äussere Verdrehungsmoment des Motors

$$M_m = 716{,}2\frac{N}{n} \quad [\text{m.Kgf}], \tag{1}$$

und auf das zweite Schwungrad das äussere widerstandsfähige Moment, reduziert auf die Achse der sekundären Welle des Getriebekastens M_r.

Wenn man alle Übertragungselemente als starr voraussetzt und in dem Getriebekasten ein gewisses Übertragungsverhältnis berücksichtigt, sowie das System zerlegt und die Lehrsätze der klassischen newtonischen Mechanik anwendet, so erhält man die Differentialgleichungen der Bewegung.

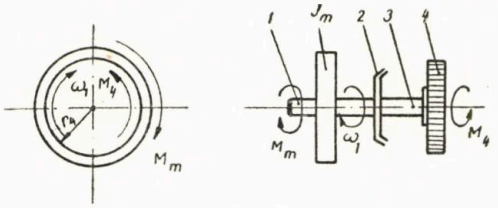


Abb. 3

Wenn man auf diese Weise annimt, dass das System aus dem Schwungrad J_m, der Primärwelle des Getriebekastens *3* besteht, auf der sich die Kupplung *2* und das Zahnrad *4* montiert befinden (Abb. 3), und den Lehrsatz des kinetischen Moments im Verhältnis zur Achse der Primärwelle schreibt, so erhalt man die Gleichung :

$$(J_m + J_3)\frac{d\omega_1}{dt} = M_m - M_4 . \tag{2}$$

Für das System welches aus der Zwischenwelle *6* und den Zahnrädern *5*, *8*, *10* und *12* (Abb. 4) besteht, wird die Gleichung des kinetischen Moments geschrieben :

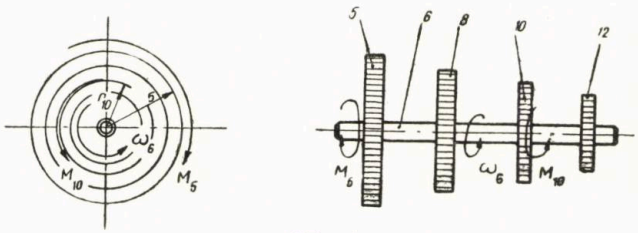


Abb. 4

$$J_6\frac{d\omega_6}{dt} = M_5 - M_{10}. \tag{3}$$

Endlich, wenn man berücksichtigt, dass das System aus der Sekundärwelle des Getriebekastens *11* besteht, auf dem sich die Zahnräder *7* und *9* das Schwungrad J_t (Abb. 5) befinden, so wird die Gleichung des kinetischen Moments geschrieben :

$$(4) \qquad (J_{11} + J_t)\frac{d\omega_{11}}{dt} = M_9 - M_r .$$

In den Beziehungen (2), (3) und (4), M_4, M_5, M_9 und M_{10} gibt es innere Momente welche die Zahnräder *4*, *5*, *9* und *10* antrieben (Abb. 6).

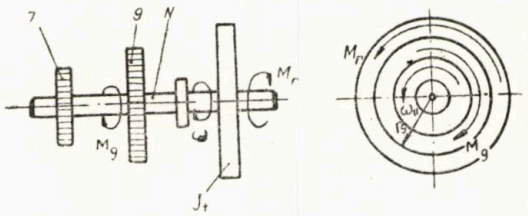


Abb. 5

Wenn man mit : $P_{45} = P_{54}$; $P_{9\,10} = P_{10\,9}$ die tangentialen Kräfte der Zahnräder *4*, *5*, *9* und *10* notiert, so bemerkt man, dass (Abb. 6) :

$$(5) \qquad M_4 = r_4 P_{54}, \quad M_5 = r_5 P_{45}, \quad M_9 = r_9 P_{10\,9}, \quad M_{10} = r_{10} P_{9\,10} .$$

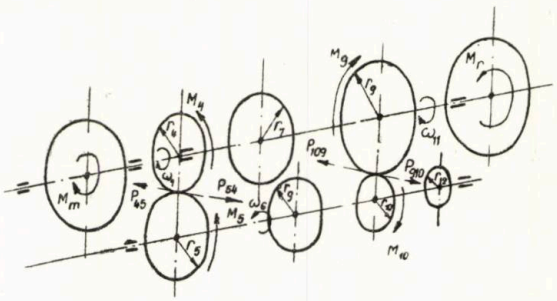


Abb. 6

Wenn man berücksichtigt, dass : $P_{54} = P_{45}$; $P_{10\,9} = P_{9\,10}$, so ergeben sich folgende Beziehungen zwischen den Momenten M_4, M_5, M_9 und M_{10} :

$$(6) \qquad M_5 = \frac{r_5}{r_4} M_4 , \qquad M_{10} = \frac{r_{10}}{r_9} M_9 .$$

Man erhält also folgendes System von Differentialgleichungen :

$$(J_m + J_3)\frac{d\omega_1}{dt} = M_m - M_4, \qquad J_6 \frac{d\omega_6}{dt} = \frac{r_5}{r_4} M_4 - \frac{r_{10}}{r_9} M_9,$$

$$(7) \qquad (J_{11} + J_t)\frac{d\omega_{11}}{dt} = M_9 - M_t .$$

Wenn man berücksichtigt, dass :

$$\omega_1 = \frac{r_5 r_9}{r_4 r_{10}} \omega_{11} = i_k \omega_{11}, \qquad \omega_6 = \frac{r_9}{r_{10}} \omega_{11}, \tag{8}$$

so ergibt sich das System :

$$\begin{cases} i_k (J_m + J_3) \dfrac{d\omega_{11}}{dt} = M_m - M_4, \\ \dfrac{r_9}{r_{10}} J_6 \dfrac{d\omega_{11}}{dt} = \dfrac{r_5}{r_4} M_4 - \dfrac{r_{10}}{r_9} M_9, \\ (J_{11} + J_t) \dfrac{d\omega_{11}}{dt} = M_9 - M_r. \end{cases} \tag{9}$$

Aus (9) erhält man die inneren Momente M_4 und M_0 und die Winkelgeschwindigkeit der Sekundärwelle :

$$M_4 = \frac{i_k (J_m + J_3) M_r + [J_{11} + J_t + (r_4 r_9 / r_5 r_{10}) J_6] M_m}{i_k^2 (J_m + J_3) + J_{11} + J_t + (r_4 r_9 / r_5 r_{10}) J_6}, \tag{10}$$

$$M_9 = \frac{[i_k^2 (J_m + J_3) + (r_4 r_9 / r_5 r_{10}) J_6] M_r + i_k (J_{11} + J_t) M_m}{i_k^2 (J_m + J_3) + J_{11} + J_t + (r_4 r_9 / r_5 r_{10}) J_6}, \tag{11}$$

$$\varepsilon_{11} = \frac{i_k M_m - M_r}{i_k^2 (J_m + J_3) + J_{11} + J_t + (r_4 r_9 / r_5 r_{10}) J_6}. \tag{12}$$

Ans dem Aufbau der Beziehung (12) geht hervor, dass die Winkelgeschwindigkeit sowohl von des Traktoren abhängt.

Die Eigenschaft des Motors werden in der Beziehung (12) vom Moment des Motors M_m und vom herabgesetzten Trägheitsmoment der Massen des in Drehung befindlichen Motors J_m vertreten. Die Eigenschaften des Getriebekastens werden durch die Trägehitsmomente der sich in Drehungsbewegung befindlichen Massen des Getriebekastens vertreten und durch das Übertragungsverhältnis i_k, und die Eigenschaften des Traktorens vom Trägheitsmoment J_t und dem Widerstandsmoment M_r.

Wenn man in Formel (12) das Trägheitsmoment der Zwischenwelle und der an diese gebundenen in Drehbewegung befindlichen Massen vernachlässigt, so erhält man die ungefähre Formel :

$$\varepsilon_{11} = \frac{i_k M_m - M_r}{i_k^2 (J_m + J_3) + J_{11} + J_t}. \tag{12'}$$

Das Trägheitsmoment reduziert auf die Achse der Sekundärwelle des Getriebekastens der Massen des Traktorens wird berechnet mittels der Beziehung :

$$J_t = \left(\frac{G}{g} r_k^2 + J_k\right) \frac{1}{i_0^2}, \tag{13}$$

in welcher : G das Gewicht des ganzen Traktorens in kp bedeutet ; r_k — den Radius des Antriebsrads, in m ; J_k — die Summe der polaren Trägheitsmomente der Räder in m kp s² ; i_0 — das Übertragungsverhältnis des Hauptgetriebes ; g — die Beschleunigung der Schwerkraft = 9,81 m/s².

Das Widerstandsmoment hängt von Widerstand der Strasse ab, vom Widerstand der Luft, vom Radius des Rades und dem Übertragungsverhältnis der Hauptübertragung :

$$M_r = \frac{(\psi G + wv^2)\, r_k}{i_0 \eta_0}, \tag{14}$$

wo : ψ — der Koeffizient des Widerstand gegenuber der Bewegung ist ; w — der Widerstandsfaktor der Luft, in kp. s²/m² ; v — die Geschwindigkeit des Traktorens, in m/s ; η_0 — die Leistung der Hauptübertragung.

In Abb. 7 wird das Schaubild der Winkelgeschwindigkeitd $d\omega_{11}/dt$ in Abhängigkeit vom Übertragungsverhältnis i_k vorgezeigt.

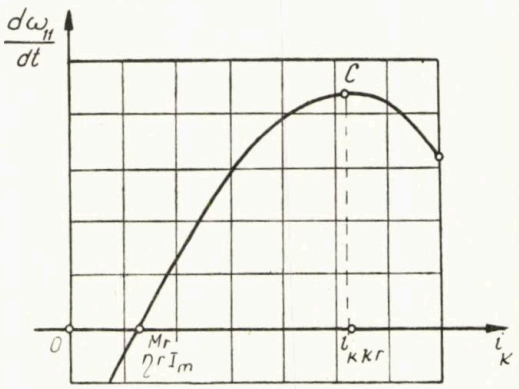


Abb. 7

Man beobachtet, dass die Winkelgeschwindigkeit bedeutungslos ist für :

$$i_k = \frac{M_r}{M_m}. \tag{15}$$

Man erhält die extremen Werte der Winkelgeschwindigkeit der Sekundärwelle indem man die teilweise Derivierte dieser, die in Abhängigkeit vom Übertragungsverhältnis berechnet ist, annuliert. Es geht also hervor :

$$(16) \qquad \frac{\partial}{\partial i_k}\frac{d\omega_{11}}{dt} = \frac{i_k^2 M_m (J_m + J_3) - 2i_k M_r (J_m + J_3) - M_m (J_{11} + J_t)}{[i_k^2 (J_m + J_3) + J_{11} + J_t]^2}.$$

Die pozitive gesuchte Wurzel der Gleichung:

$$(17) \qquad M_m (J_m + J_3) i_k^2 - 2i_k M_r (J_m + J_3) - M_m (J_{11} + J_t) = 0$$

bestimmt das kritische Übertragungsverhältnis; man erhält:

$$(18) \qquad i_{kkr} = \frac{M_r}{M_m} + \sqrt{\frac{J_{11} + J_t}{J_m + J_3} + \frac{M_r^2}{M_m^2}}.$$

Wenn man berücksichtigt, dass das Trägheitsmoment des in Bewegung befindlichen Traktorens viel grösser ist das Trägheitsmoment der Massen der Antriebswelle und zwar:

$$J_t \gg J_m$$

und dass der Widerstandsmoment viel kleiner ist als das Antriebsmoment

$$M_r < M_m,$$

so kann man die Beziehung M_r^2/M_m^2 vernachlässigen und erhalt den ungefähren Ausdruck des kritischen Übertragungsverhältnisse:

$$(18') \qquad i_{kkr.} \approx \frac{M_r}{M_m} + \sqrt{\frac{J_{11} + J_t}{J_m + J_3}}.$$

Wenn man auch das Verhaltnis M_r/M_m vernachlässigt, so erhält man:

$$(18'') \qquad i_{kkr} = \sqrt{\frac{J_{11} + J_t}{J_m + J_3}} = \sqrt{\frac{(G/g) r_k^2 + i_0^2 J_{11} + J_k}{i_0^2 (J_m + J_3)}}.$$

Aus der Formel (18'') des kritischen Übertragungsverhältnisse geht hervor dass das Übertragungsverhältnis i_k des Getriebekastens auf Grund der zwischen den Trägheitsmomenten J_m und J_t des Systems bestehenden Beziehungen bestimmt wird.

Eingegangen am 30. Dezember 1971 *Technische Hochschule, Braşov*

LITERATURVERZEICHNIS

1. Barger E. L., *Tractors and their Power Units.* Chapman and Hall, Ltd., London, 1952.
2. Берски И. Б., *Конструирование и расчет тракторов.* Машгиз, М., 1962.
3. Blumenthal R., *Traktoren.* VEB Verlag Technik, Berlin, 1961 und 1966.
4. Buschmann H., Koessler P., *Taschenbuch für den Kraftfahrzeug-Ingenieur.* Deutsche Verlags-Anstalt, Stuttgart, 1963.

5. Crouse H. W., *Automotive Transmission and Power Trains.* Mc. Graw-Hill, London, 1955.
6. Чюдаков Д. А., *Основы теорий трактора и автомобилия.* Селинозиздат, М., 1962.
7. Львов Е. Д., *Теория трактора.* Машгиз, М., 1960.
8. Niţescu Gh., *Teoria, calculul şi construcţia tractoarelor şi vehiculelor pe şenile.* Lit. învăţ. Braşov, 1957 şi 1959.
9. Niţescu Gh., Năstăsoiu S., Popescu. S., *Tractoare.* EDP, Buc., 1964.
10. Sima P., *Culegere de probleme de mecanică tehnică.* EDP, Buc., 1964.
11. Трепененков И. И., *Эксплуатационые показатели селикохозяственных тракторов,* Машгиз, М., 1963.

CERCETĂRI PRIVIND CINEMATICA ȘI DINAMICA TRANSMISIEI TRACTOARELOR

(Rezumat)

Se analizează mecanismul de transmisie a mișcării la tractoare, stabilindu-se ecuațiile diferențiale ale mișcării. Se cercetează diferite cazuri particulare mai importante și se stabilește expresia raportului de transmisie critic.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 1—2, 1973
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D. K. 624.072.2 ; 530 17

UNTERSUCHUNG ÜBER DIE VERTEILUNG DER TORSIONSSPANNUNGEN IM QUERSCHNITT EINES SPIRALBOHRERS MITTELS DER METHODE DER ELEKTRISCHEN ANALOGIE[1])

VON

VICTOR BAUȘIC, D. HORBANIUC, IULIAN MIROȘ, COSTACHI GIRIADĂ und VALERIAN PALIHOVICI

1. In dieser Arbeit bestimmen die Verfasser experimentell die Verteilung der Torsionsspannungen längs eines Querschnittsrandes des Spiralbohrers.

Die Bestimmung der Spannungsgrössen geschieht auf Grund der elektrischen Analogie [1], indem man ein mit Gleichstrom gespeistes Widerstandsnetz anwendet, das die Lösung der Differentialgleichung vom Poisson-Typ erlaubt :

$$\frac{\partial^2 U(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U(x, y)}{\partial y^2} = -2G\theta . \tag{1}$$

2. Das angewendete Netz mit quadratförmigen Maschen ist origineller Bauart :

Auf eine Platte aus Isolierstoff wurden Netzmaschen mit einer Kantenlänge von 1,5 bis 2 cm genau gezeichnet. Es ist ersichtlich, dass man eine hohe Genauigkeit erreichen wird, wenn man die Grösse der Netzmaschen erhöht. Die Verfasser verfolgten die Erzielung einer Anlage kleineren, leicht durchführbaren Ausmasses mit geringerem Zeit- und Stoffaufwand.

Vor den so gezeichneten Netzknoten werden Bohrungen senkrecht zur Platte angebracht ; in die Bohrungen werden Kupferleiter (von 0,9 mm$\varnothing$) leicht eingepresst. Die Leiter treten auf der einen Seite der Platte 1 bis 2 mm und auf der anderen 3 bis 4 cm heraus. An den Enden dieser Leiter (auf der Seite mit 1 bis 2 mm Länge) wird ein Chrom-Nickel-Draht (von 0,1 mm$\varnothing$) mittels einer einfachen Vorrichtung auf die beiden Richtungen des Netzes gestreckt.

---

[1]) **Mitgeteilt an dem wissenschaftlichen nationalen Kongress für Mechanik, Bukarest, September 1965.**

Man lötet den Chrom-Nickel-Draht an die Kupferleiter. Auf die andere Seite der Platte lötet man an die Kupferleiter (von 3—4 cm Länge) die Knotenspeisewiderstände. Man benützte Kohlenschichtwiderstände von 2 KΩ mit einer Abweichung von $\pm$ 3%, gewonnen durch die Auswahl einer grösseren Menge von Kohlenschichtwiderständen geläufiger Erzeugung (Abweichung $\pm$ 10%).

Die Herstellungsgenauigkeit des Netzes wurde an einem rechteckigen Netz versucht (19 mal 12 Maschen und also mit 456 Widerständen), indem man das Netz längs der beiden Richtungen speiste und die Knotenspannungen mass. Die Abweichungen überschritten nicht 2,5%.

Die Speisung des Netzes erfolgte mit Hilfe einer Akkumulatorenbatterie mit einer regelbaren Spannung von 0 bis 24 V. Die Messungen der Knotenspannungen wurden mit einem Millivoltmeter von 50 mV, mit einem Verbrauch von 50 μA und einer Präzisionsklasse von 2,5 durchgeführt.

Die Ströme in den Speisewiderständen von ungefähr 10 mA also der Verbrauch des Apparates, konnte vernachlässigt werden.

Die Batteriespannung war so geregelt, dass die maximale Petentialdifferenz von 50 mV sein musste, um die ganze Skala zu benutzen.

Da die Randbedingung für die einfach-konnexen Querschnitte die Funktion $U(x, y) = 0$ ist, wurde der Rand des Querschnitts aus Kupferdraht von 0,9 mm ∅ gefertigt.

Im Falle irgendwelcher Querschnitte (kreisförmig, der Querschnitt des Spiralbohrers) wurde der Querschnittsrand mit Knoten versehen. Der Widerstand der Netzmasche ist in diesen Punkten verhältnismässig zur geometrischen Länge des Drahtes bis zum Rande. Selbstverständlich bildet das eine Annäherung, aber auch die anderen Rechnungsmethoden dieser Widerstände in der Nähe des unregelmässigen Randes sind ebenfalls ungefähr [2].

Die Werte der Knotenspeisewiderstände in der Nähe des unregelmässigen Randes wurden nach [1] und [2] gerechnet, also ungekehrt der entsprechenden vektoriellen Oberfläche.

Die Differenzen, falls man auch für diese Knoten dieselben Speisewiderstände wie für die regelmässigen Knoten benütze, sind trotzdem sehr klein (siehe Abb. 9 und 10).

Die Bestimmungsgenauigkeit der Spannungswerte und ihre Verteilung im Querschnitt eines gedrillten Stabes wurde mit Hilfe eines solchen elektrischen Netzes geprüft, in dem man einige rechteckige Querschnitt mit verschiedenen Seitenverhältnissen untersuchte.

In Abb. 1 werden die Spannungswerte in den Netzknoten für ein Rechteck mit dem Seitenverhältnis von $\frac{11}{7}$ und in Abb. 2 für eine Verhältnis von $\frac{21}{7}$ gegeben.

An Grund der Angaben in Abb. 1 und 2 wurden in Abb. 3 und 4 die Querschnitte in die Oberfläche der Spannungsfunktion gezeichnet. Wir

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	8,3	13,5	17	19	20	20	19,5	18	14,4	9,4	0
0	13	22,2	28	32	33,4	33	31,5	28,5	23	15	0
0	15,5	28,4	34,5	38,5	39,5	39,5	37,5	33,5	26,5	16,5	0
0	16	32,5	36	38,5	39,5	39,5	37,5	34	26,5	16	0
0	15,5	25	29,5	32,5	33,5	33,5	30,5	28	20,4	13,5	0
0	9,5	15	18	20	21	20	19	17	13,5	8,5	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Abb. 1

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	8,5	13,5	16,5	19	20,3	21,5	22,5	23,5	23,8	24	
0	13	22	17,5	32	34	35,8	37	38,2	39,2	40,2	
0	15	26	22,5	38	40,5	42,5	44	45	46	47	
0	16	26,5	23	38	40,5	42,5	44	45	46,5	47	
0	15,5	23	18	32	33,5	35	37,5	38	40	40	
0	9	14	17	19,4	21	21,5	22	22,5	23,5	24	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

Abb. 2

bemerken, dass durch das Aufzeichnen dieser Kurven mit Hilfe des Kurvenlineals (in einem vergrösserten Massstab), wird die Messgenauigkeit verbessert.

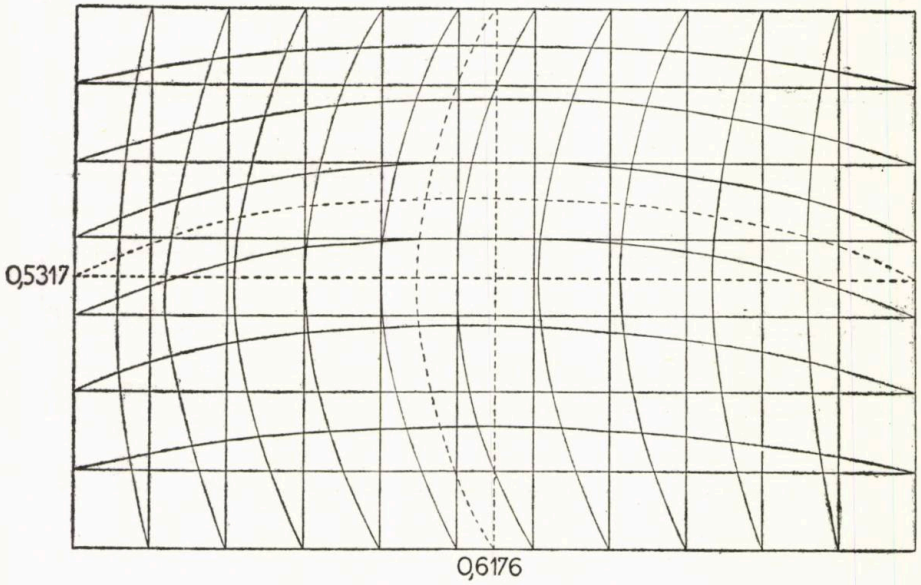


Abb. 3

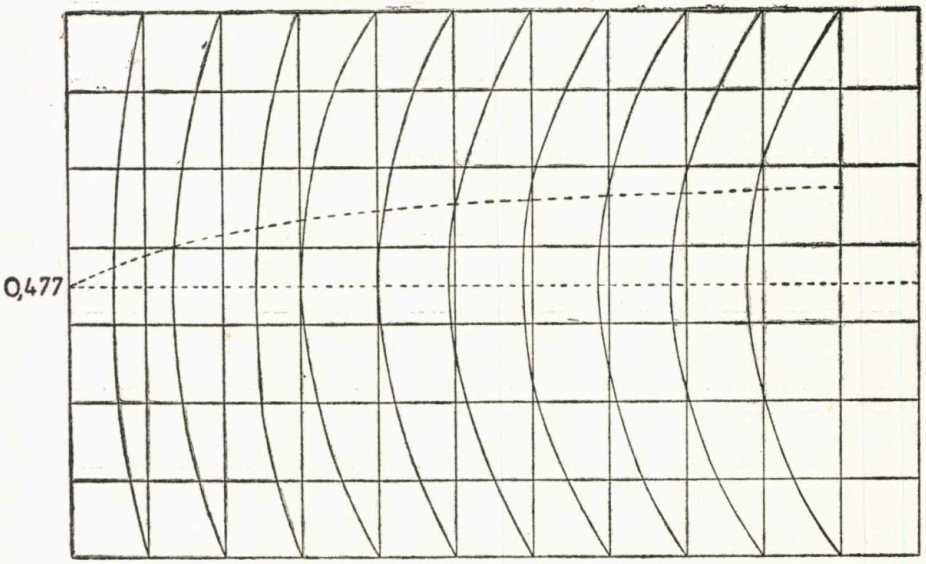


Abb. 4

3. Für die Wertbestimmung des Tangentenwinkels, den die Tangente bei den so gezeichneten Kurven erzeugt, wurde ein Tangenz—„Lineal" gebaut (siehe Abb. 5). Zum Zeichnen der auf diesem „Lineal" dargestelten Linien, die verallgemeinerten Traktrix mit konstanter Tangentenlänge (in diesem) Fall Abb. 5 ; $l = 150$ mm) wurde ein Sondergerät [3] Abb. 6 gebaut, das aus einem metallischen Rahmen *a*, der sich zwischen den Spitzen der Radachse *b* drehen kann, aus einer Spitze *c* (ein Kugelschreiber) aus einer Spitze *d*, die nach Belieben in einer der Bohrungen *e* eingebaut ist (in diesem Fall wurden drei Bohrungen *e* vorgesehen, so dass der Abstand *cd* von 100, 150 und 200 mm sein soll) besteht.

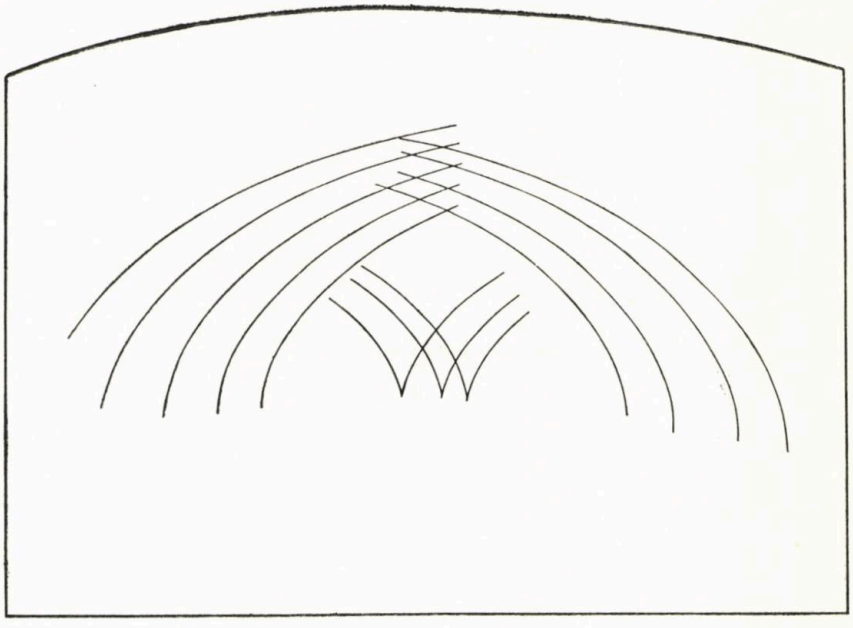


Abb. 5

Für eine bessere Stabilität des Apparates wöhrend des Aufzeichnens kann man in den Punkten *c* und *f* zusätzliche Gewichte anbringen.

Bewegt man die Spitze *d* auf dem äusseren Kontur des „Lineals", so erhält man die in Abb. 5 dargestellte Kurvenfamilie, die auf eine dünne Zelluloidplatte gezeichnet wurden. Alle Kurven haben die Eigenschaft, dass die Tangente in einem ihrer Punktes bis zum äusseren Kontur des „Lineals" dieselbe Länge beziechungsweise den Abstand *xd* hat, mit dem sie gezeichnet wurden.

Die Anwendungsweise dieses „Lineals“ ist folgende:

In dem Punkt, in dem wir die Tangente zur untersuchten Kurve zeichen wollen, überlagern wir eine der Kurven auf dem „Lineal“ durch Transparenz.

Ist die Überlagerung vollkommen, so zeichnen wir mit dem Bleistift den „Lineal“—Rand. Wir entfernen das „Lineal“ und zeichnen mit dem Kompass einen Kreisbogen in dem Punkt, in welchem wir die Tangente zeichnen wollen von der Spannweite des Segments *cd* bis sie die Spur des äusseren „Lineal“ — Konturs schneidet, die wir mit ben Bleistift gezeichnet haben. Durch die Verbindung der zwei so erhaltenen Punkte zeichnen wir mit einer sehr guten Genauigkeit die Tangente zu einer Kurve in einem gegebenen Punkt.

Für das Rechteck in der Abb. 4 haben wir nach [4]:

$$w_k = \beta b^3, \tag{2}$$

wo $\beta = 0{,}367$ für $h/b = 11/7 = 1{,}57$, also $w_k = 0{,}367 \cdot 7^3 = 125{,}88$ cm³.

Aus den Versuchsangaben wird das Volumen der Spannungsfunktion (die Summe der Knotenwerte) berechnet; $V = 1\,486$ cm³, $\operatorname{tg} \alpha_1 = 0{,}6176$,

$$\operatorname{tg} \alpha = S \operatorname{tg} \alpha_1 \tag{3}$$

wo $\operatorname{tg} \alpha_1$ der Tangetenwert auf der Zeichnung zum konventionellen Massstab S der Massstabkoeffizient und $\operatorname{tg} \alpha$ der entsprechende Neigungswert der Spannungsfunktion ist.

In unserem Fall $\operatorname{tg} \alpha = 40 \cdot 0{,}6176 = 24{,}704$ und

$$w = \frac{2V}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{2.1486}{24{,}704} = 120{,}5 \text{ cm}^3. \tag{4}$$

Der Fehler ist von 4,3 %.

In der anderen Richtung haben wir nach [4]

$$w_k = \frac{\beta b^3}{\gamma}, \tag{5}$$

wo $\gamma = 0{,}85$ für $h/b = 1{,}57$ und also $w_k = 148{,}09$ cm³.

Nach den Versuchsbestimmungen haben wir:
$\operatorname{tg} \alpha = 40 \cdot 0{,}5317 = 21{,}268$ und $w = 2 \cdot 1486/21{,}268 = 139{,}5$ cm³;
in dem der Fehler von 5,8 % ist.

Für das Rechteck in der Abb. 5 haben wir nach [4]

$$w_k = \frac{\beta b^3}{\gamma} = \frac{0{,}801 \cdot 7^3}{0{,}753} = 364{,}8 \text{ cm}^3.$$

Nach den Versuchsbestimmungen:

$$\operatorname{tg} \alpha = 40 \cdot 0{,}447 = 17{,}8, \quad V = 3\,265{,}8 \text{ cm}^3,$$

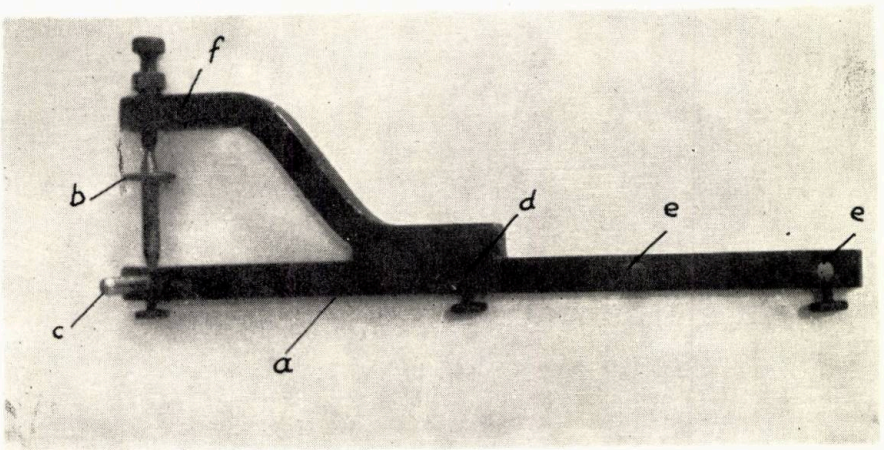


Abb. 6

$$w = 2 \cdot 3\,265{,}8/17{,}88 = 365{,}3 \text{ cm}^3.$$

Der Fehler ist von 0,138 %.

5. Um den Einfluss eines unregelmässigen Konturs auf die Genauigkeit der verwendeten Methode zu untersuchen, wurde ein kreisförmiger Abschnitt untersucht und dank der Symmetrie wurde nur ein Viertel des Abschnitts untersucht.

Die in Potentialwerte in den Knoten sind in der Abb. 7 angegeben.

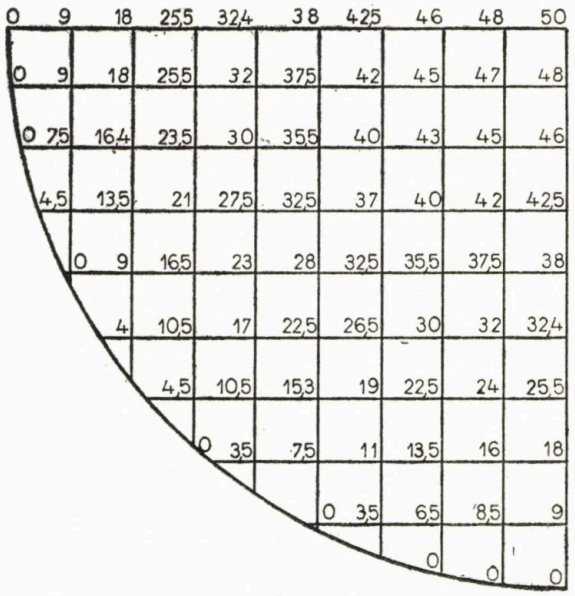


Abb. 7

Die in radialer Richtung vorgezeichneten in Abb. 8 dargestellten Kurven haben fast dieselbe Konturneigung und gleich 0,5317.

Durch Berechnung erhält man

$$w_k = \frac{\pi D^3}{16} = \frac{\pi 18^3}{16} = 1144{,}3 \text{ cm}^3.$$

Experimentell : $V = 5\,908{,}4 \text{ cm}^3$, $\operatorname{tg} \alpha_1 = 0{,}5317$, $\operatorname{tg} \alpha = 20 \cdot 0{,}5317 = 10{,}634$,

$$w = 2 \cdot 5\,908{,}4/10{,}634 = 1\,111{,}23 \text{ cm}^3.$$

Der Fehler ist von 2,9 %.

Es geht hervor, dass der Fehler, in den dargestellten Arbeitsbedingungen keinesfalls 6% überschritten hat, indem er im Durchschnitt von 4% ist.

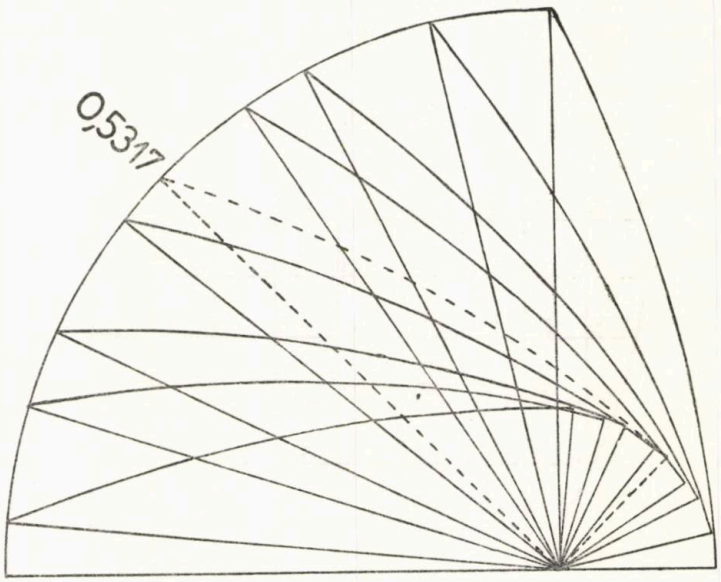


Abb. 8

6. Man ging dann zur Untersuchung der Verteilung der Torsionsspannungen im Querschnitt eines Spiralbohrers über.

Dazu wurde auf einer Schleifmachine ein Spiralbohrer von 16,5 mm Durchmesser durchschnitten. Der so gewonnene Querschnitt wurde durch Fotografieren zu einem Durchmesser von 39 cm vergrössert.

Auf den Querschnitt wurde das Netz gebaut, in dessen Knoten die Potentialdifferenzen gemessen wurden.

Die Ergebnisse sind in den Abb. 9 und 10 dargestellt. In Abb. 9 sind die Spannungswerte in den Knoten angegeben, wenn die Knoten speisewiderstände für alle Knoten gleich sind und in der Abb. 10 werden die Spannungswerte für die mit dem Kontur benachbarten Knotenspeisewiderstände angegeben, die gemäss der vektoriellen Oberflächen berechnet wurden.

Auf Grund der Angaben in Abb. 10, wurden die Kurven in Abb. 11 in vertikale und horizontale Richtungen gezeichnet.

Die in einem Konturpunkt gemessene Neigung ist:

$$\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha_1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_2}, \tag{6}$$

wo $\operatorname{tg} \alpha_1$ und $\operatorname{tg} \alpha_2$ die Tangentenwerte bei Kurven in der einen, bzw. in der zweiten Richtung sind.

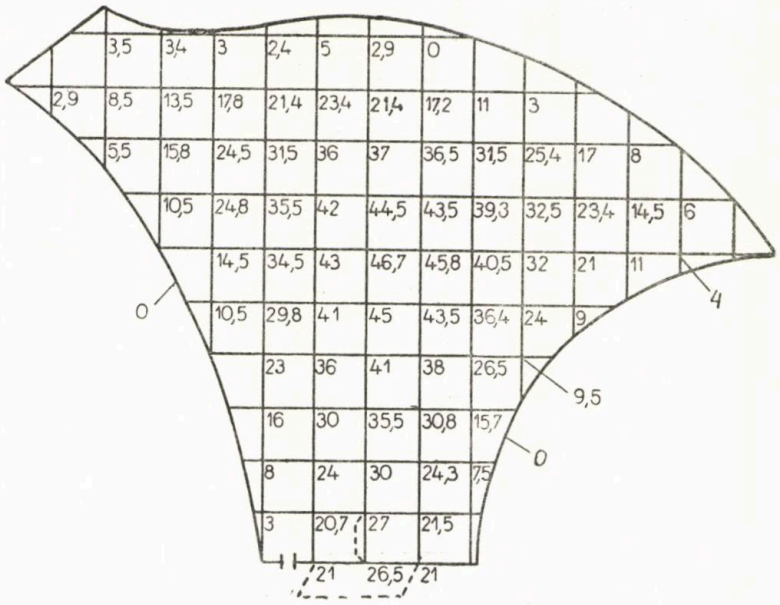

3,5 3,4 3 2,4 5 2,9 0
2,9 8,5 13,5 17,8 21,4 23,4 21,4 17,2 11 3
5,5 15,8 24,5 31,5 36 37 36,5 31,5 25,4 17 8
10,5 24,8 35,5 42 44,5 43,5 39,3 32,5 23,4 14,5 6
14,5 34,5 43 46,7 45,8 40,5 32 21 11
0
10,5 29,8 41 45 43,5 36,4 24 9
4
23 36 41 38 26,5
9,5
16 30 35,5 30,8 15,7
0
8 24 30 24,3 7,5
3 20,7 27 21,5
21 26,5 21

Abb. 9

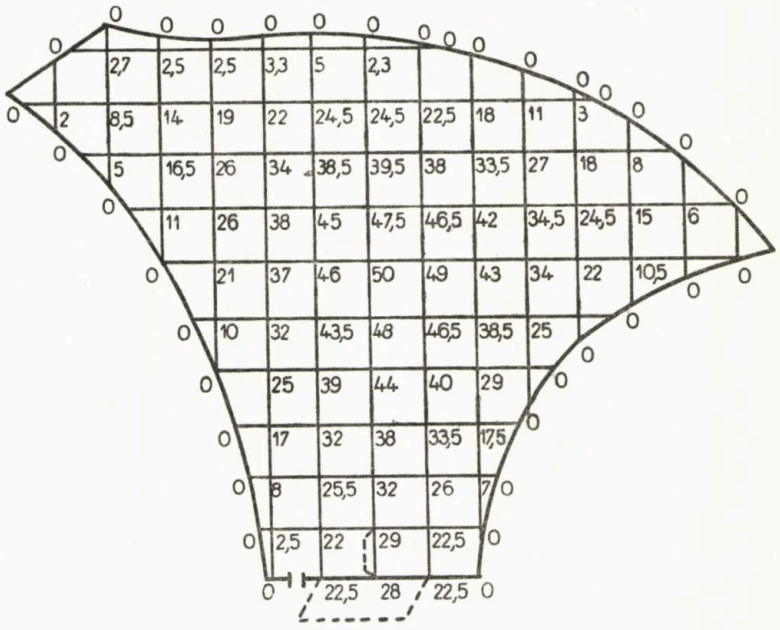

2,7 2,5 2,5 3,3 5 2,3
2 8,5 14 19 22 24,5 24,5 22,5 18 11 3
5 16,5 26 34 38,5 39,5 38 33,5 27 18 8
11 26 38 45 47,5 46,5 42 34,5 24,5 15 6
21 37 46 50 49 43 34 22 10,5
10 32 43,5 48 46,5 38,5 25
25 39 44 40 29
17 32 38 33,5 17,5
8 25,5 32 26 7
2,5 22 29 22,5
22,5 28 22,5

Abb. 10

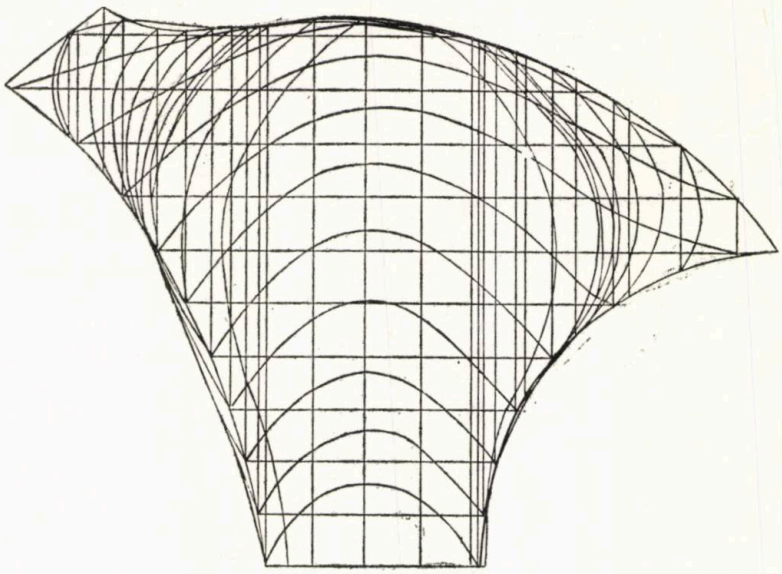


Abb. 11

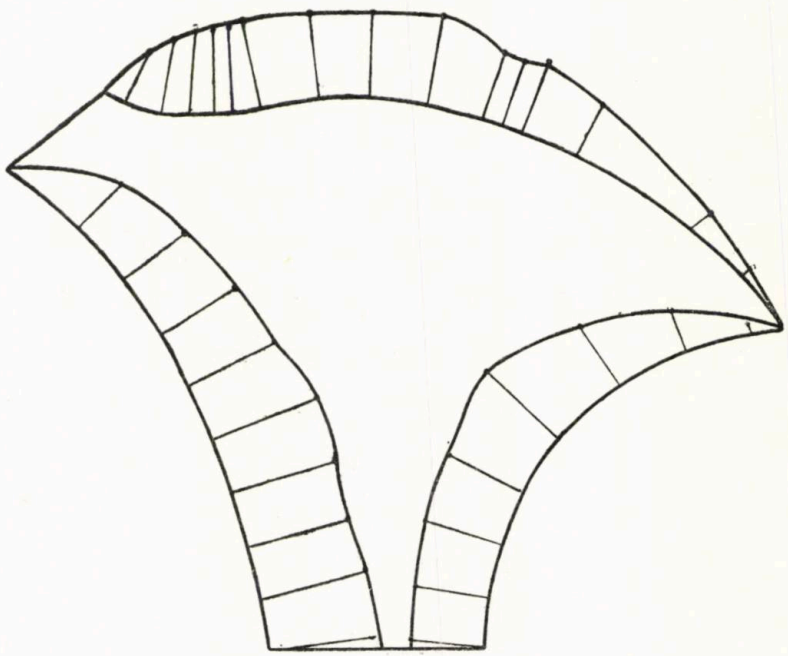


Abb. 12

Auf Grund der in allen Konturpunkten so errechneten $tg\alpha$ Werte, wurde das Schaubild der Verteilung der Torsionsspannungen auf dem Kontur zusammengestellt, das in Abb. 12 dargestellt wird.

Aus den Versuchsangaben ergibt sich;

$$w = \frac{2V}{tg\,\alpha} = \frac{2 \cdot 1\,8765{,}7}{32} = 1\,172{,}85\ \text{cm}^3 = 0{,}0198\ d^3.$$

Der Wert entspricht den experimentell durch Reissversuche der Bohrer [5] erhaltenen Werten $w = (0{,}018...0{,}022)\ d^3$ bei denen die grossen Werte den Durchmessern von 24 mm, und die kleinen Werte dem Durchmesser von 7,5 mm entsprechen. Interpoliert man, so kann man gerade den von uns bestimmten Wert finden.

Schlussfolgerungen

1. Das verwendete Stromnetz ist originell, billig und kann in jedem Labor hergestellt werden. Es wird ein einziges Messgerät verwendet und zwar ein Millivoltmeter.

2. Die Herstellung des „Lineals" zum Aufzeichnen der Tangenten zu den Kurven welche die Spannungsfunktion darstellen.

3. Die Methode wird abschnittsweise untersucht, bei denen die Verteilung der Torsionsspannungen bekannt ist; rechteckige Querschnitte mit verschiedenen Seitenverhältnissen [4] und kreisförmige Querschnitte. Der mittlere Fehler ist von 4%.

4. Es wird die Verteilung der Torsionsspannungen für Spiralbohrer bestimmt.

Eingegangen am 22. März 1971

Technische Hochschule, Jassy
Lehrstuhl von Festigkeitslehre

LITERATURVERZEICHNIS

1. Walter J., Karplus Ph. D., *Analog Simulation (Solution of Field Problems).* New York — Toronto — London, 228—232, 1958.
2. Тетельбаум И. М., *Электрическое моделирование.* М., стр. 303—305, 1959.
3. Меиер цур Капеллен, *Математические инструменты.* М., стр. 173—174 и 277—278, 1950.
4. Беляев Н. М., *Сопротивление материалов.* М., стр. 212—213, 1950.
5. Барбашов Ф. А., *Исследование динамических зависимостей при сверлении.* М., стр. 85, 1963.

STUDIUL PRIN METODA ANALOGIEI ELECTRICE, A REPARTIŢIEI EFORTURILOR UNITARE TANGENŢIALE ÎN SECŢIUNEA TRANSVERSALĂ A UNUI BURGHIU SPIRAL SUPUS LA RĂSUCIRE

(Rezumat)

Reţeaua electrică folosită este originală, ieftină şi uşor de realizat în orice laborator. Pentru trasarea tangentelor la curbele ce reprezintă funcţiile de tensiuni se realizează un linial construit după [3]. Metoda a fost verificată pe secţiuni la care repartiţia tensiunilor tangenţiale este cunoscută [4], eroarea medie fiind de 4%. Final s-a determinat repartiţia tensiunilor tangenţiale pentru burghie spirale.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 1—2, 1973
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D.K. 532.526 ; 536.25

EINE NEUE METHODE ZUR VEREINFACHUNG DES DIFFERENTIALGLEICHUNGSSYSTEMS DER THERMISCHEN GRENZSCHICHT BEI FREIER KONVEKTION[1])

VON

P. GHENGHEA

1. Festlegung des Differenzialgleichungssystems für eine senkrechte erwärmte Platte

Für eine senkrechte, erwärmte Platte, die von Luft umgeben ist, ist das System vektorieller Gleichungen, welches den ganzen Strömungsvorgang bei freier Konvektion bestimmt, folgendes [4] :

$$\rho \frac{D\mathbf{w}}{D\tau} = \rho\mathbf{g} - \operatorname{grad} p + \mu\Delta\mathbf{w} + \frac{1}{3}\operatorname{grad}(\operatorname{div}\mathbf{w}), \tag{1}$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial\tau} + \operatorname{div}(\rho\mathbf{w}) = 0, \tag{2}$$

$$\rho g \frac{\mathrm{D}}{\mathrm{D}\tau}(c_p, T) = \frac{\mathrm{D}p}{\mathrm{D}\tau} + \lambda\Delta T + \operatorname{grad}\lambda \times \operatorname{grad} T + \mu\Phi, \tag{3}$$

$$\frac{p}{\rho} = gRT. \tag{4}$$

Auf das System cartesischer Koordonaten übergehend, wird eine neue Notierung für die Temperatur $\vartheta = T - T_\infty$ eingeführt, die das Ansteigen der Temperatur der erwärmten Luftpartikeln im Verhältnis zu den kalt gebliebenen darstellt. Die Temperatur T kann zwischen der Oberflächen-

[1]) Auszug aus der Dissertation des Verfassers : *Verwendung der Auspuffgase zur Heizung der Züge un Beiträge zum Studium der thermischen Grenzschicht bei freier Konvektion an einer senkrechten Platte.*

temperatur T_p der erwärmten Platte und der Temperatur T_∞ der Luft en weiter Entfernung von der Platte variieren.

Indem der Ausdruck der Auftriebskraft $g\rho\beta\vartheta$ je Volumeneinheit eingeführt wird, wobei $\beta = 1/T$, ρ — Masse vor der Erwärmung und der Vektor $\mathbf{g}$ — die Schwerkraftbeschleunigung mit den drei Komponenten g_x, g_y, g_z und indem die substantiellen Beschleunigungen nach den drei Koordonatenachsen berücksichtigt werden, kann man die Navier-Stockeschen Gleichungen in cartesischer Form schreiben [7]:

$$(5)\quad \rho\frac{\partial u}{\partial \tau}+\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p}{\partial x}+\rho g_x\beta\vartheta+\mu\left[\Delta u+\frac{1}{3}\frac{\partial}{\partial x}\operatorname{div}\mathbf{w}\right],$$

$$(6)\quad \rho\frac{\partial v}{\partial \tau}+\rho\left(u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p}{\partial y}+\rho g_y\beta\vartheta+\mu\left[\Delta v+\frac{1}{3}\frac{\partial}{\partial y}\operatorname{div}\mathbf{w}\right],$$

$$(7)\quad \rho\frac{\partial w}{\partial \tau}+\rho\left(u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p}{\partial z}+\rho g_z\beta\vartheta+\mu\left[\Delta w+\frac{1}{3}\frac{\partial}{\partial z}\operatorname{div}\mathbf{w}\right]$$

dann, die Kontinuitätsgleichung:

$$(8)\quad \frac{\partial \rho}{\partial \tau}+\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}=0$$

und die Energiegleichung:

$$(9)\quad \begin{aligned}\rho g c_p\frac{\partial T}{\partial \tau}+\rho g c_p\left(u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}+w\frac{\partial T}{\partial z}\right)&=\lambda\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right)+\\&+\left[\frac{\partial p}{\partial \tau}+u\frac{\partial p}{\partial x}+v\frac{\partial p}{\partial y}+w\frac{\partial p}{\partial z}\right]+\mu\Phi.\end{aligned}$$

Diesem System wird die thermische Zustandsgleichung:

$$(10)\quad \frac{p}{\rho}=gRT$$

zugefügt.

In den Beziehungen (5)...(7) wirken die Zähigkeitskräfte beschleunigend, denn der Geschwindigkeitsgradient in der Grenzschicht ist nicht konstant. Die Zähigkeitskräfte werden folglich proportional dem Viskositätskoeffizienten und der Summe der partiellen Ableitungen zweiter Ordnung der Geschwindigkeit zu der noch der Divergenzgradient des Geschwindigkeitsvektors der Partikeln hinzugefügt wird. Nach den drei cartesischen Richtungen, werden die Komponenten der Reibung somit folgende Form erhalten:

$$(11)\quad F_{r_x}=\mu\left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}+\frac{1}{3}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)\right],$$

$$(12) \qquad F_{r_y} = \mu\left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{1}{3}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)\right],$$

$$(13) \qquad F_{r_z} = \mu\left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \frac{1}{3}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)\right].$$

Desgleichen ist in der Beziehung (9) die Funktion der Dissipation Φ durch den Ausdruck :

$$\Phi = 2\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2\right] + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right)^2 + \\ + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 - \frac{2}{3}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)^2$$

gegeben.

Der Übergang von dem vektoriellen Aspekt zur cartesischen Form der mathematischen Ausdrücke, die den gesamten Strömungsvorgang bei freier Konvektion an einer senkrechten erwärmten Platte umfassen, war notwendig, um durch Vereinfachungen zu einer integrierbaren Form zu gelangen.

In dem Gleichungssystem (5)...(10) mit den sechs Unbekannten u, v, w, p, ρ, T wurde ein Viskositätskoeffizient $\mu = c^t$ angenommen, da in diesem kompressiblen Medium der Vorgang bei einem mittleren Temperaturunterschied studiert wurde, also unter 100°C.

2. Die Reduktion des Systems der Gleichungen auf die ebene Bewegung

Da bei einer senkrechten, erwärmten Platte die Bewegung eben und zweidimensional ist, reduziert sich das System der Gleichungen (5)...(10) nur auf vier Gleichungen :

$$(14) \qquad \frac{\partial u}{\partial \tau} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + g_x\beta\vartheta + \nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right),$$

$$(15) \qquad \frac{\partial v}{\partial \tau} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right),$$

$$(16) \qquad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0,$$

$$(17) \qquad \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + u\frac{\partial \theta}{\partial x} + v\frac{\partial \theta}{\partial y} = a\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}\right),$$

wobei notiert wurde :

$$a = \frac{\lambda}{c_{p,m}\gamma_m}, \qquad \theta = \frac{T - T_\infty}{T_p - T_\infty}.$$

Für die erwärmte Platte, in senkrechter Lage, ist der Druck auf jeder waagerechten Ebene gleich dem Luftdruck, der von der Wirkung der Gravitation bestimmt wird, also konstant.

Ursache der Bewegung ist nur die Differenz zwischen Gravitation und Auftriebskraft. Diese Differenz wird von der Gravitation hervorgerufen.

Im Rahmen der Theorie die Grenzschicht betreffend, muss der Druck als eine aufgeprägte und bekannte Kraft betrachtet werden. Bei Flüssigkeiten und Gasen mit mittelmässigen Geschwindigkeiten, d.h. mit vernachlässigbarer Kompressibilitätswirkung, wird die Hypothese der konstanten Dichte angenommen, also $\rho = c^t$.

Wenn die Dichteänderungen klein sind und die Geschwindigkeit der Partikeln im Verhältnis zu der des Schalls ebenfalls, muss der Divergenzgradient der Gleichungen Navier-Stockes (5)...(7) nicht vernachlässigt werden.

3. Die Vereinfachung des Gleichungssystems mit Hilfe der neuen Annäherungsmethode

Da das Gleichungssystem (14)...(17) cartesisch ausgedrückt ist, kann man eine Analyse aller Grössen, die als Glieder in den vier Differenzialgleichungen erscheinen, machen und erhält auf diese Weise Reduktionen und Vereinfachungen durch die neue Methode der Annäherung.

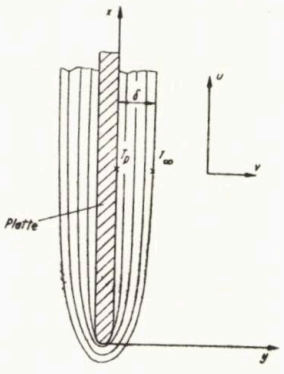


Abb. 1

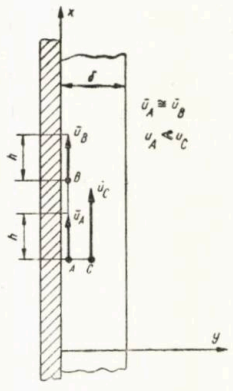


Abb. 2

Es wird angenommen, dass die Achse Ox vertikal in Richtung der Plattenhöhe (Abb. 1) und die Achse Oy perpendikular auf die Platte ausgerichtet sind.

Die Komponenten der Geschwindigkeit sind : u nach der Richtung Ox und v nach der Richtung Oy.

Entsprechend dem physikalischen Modell (Abb. 1) wird, nach Eintritt in das stationäre Regime der Strömung angenommen :

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial v}{\partial \tau} = 0.$$

Da die Luft leicht und die Bewegung frei ist, gibt es keine Druckunterschiede auf der Oberfläche der Platte, d. h. in den Bewegungsgleichungen (14) und (15) sind die Druckgradienten gleich Null :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial y} = 0.$$

Was die Grössenordnungen betrifft, gehören die Höhe x und die Geschwindigkeit u zu einer hohen Grössenordnung (finiten), während y, die Geschwindigkeit v und die Dicke δ der thermischen Grenzschicht einer sehr kleinen Grössenordnung angehören (vernachlässigbar).

Macht man eine Analyse der Grössenordnung der Komponente u der Luftgeschwindigkeit in Richtung Ox zur Komponente v in Richtung Oy, sowie der Dicke δ der Grenzschicht, welche im Verhältnis zur Höhe x der Platte vernachlässigt werden kann (Abb. 2), so sind die Variationen der Geschwindigkeit u in Richtung Ox tatsächlich sehr gering im Verhältnis zu ihren Variationen in Richtung Oy :

$$\frac{\partial u}{\partial x} \ll \frac{\partial u}{\partial y} \qquad \text{und} \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}.$$

In enger Annäherung kann man annehmen, dass $\mathbf{u}_A \approx \mathbf{u}_B$ und folglich :

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx 0.$$

Es folgt daraus, dass man im Laplace-Operator aus der Beziehung (14) annehmen kann :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \approx 0.$$

So wird die Beziehung (14) :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = g_x \beta \vartheta + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}. \tag{14'}$$

Werden die Glieder der Gleichung (15) analysiert, so wird festgestellt, dass die Geschwindigkeitsvariationen v längs der Platte in Richtung der dchse Ox vernachlässigbar sind,

$$\frac{\partial v}{\partial x} = 0 \qquad \text{und} \qquad u\frac{\partial v}{\partial x} \approx 0.$$

Die Geschwindigkeitsvariationen v in der Dicke der Grenzschicht sind ebenfalls vernachlässigbar, so dass man annehmen kann :

$$\frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \text{und} \quad v\frac{\partial v}{\partial y} \approx 0.$$

Aus dem gleichen Grunde werden im Laplace-Operator folgende Glieder auf Null reduziert :

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0, \qquad \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0.$$

Da die Studien in stationärem Regime gemacht werden, sind die Derivierten im Verhältnis zur Zeit gleich Null und wenn man die Annäherungen für die vernachlässigten Glieder in Betracht zieht, reduziert sich die Gleichung (15) zu der Form :

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} = 0. \tag{15'}$$

Der Druck ist also normal an der Platte, denn er ist nicht von y abhängig. Da in Entfernung von der Platte dieser Druck konstant ist, ergibt sich daraus, dass er auf dem ganzen Strömungsfeld konstant ist. Folglich wird die Beziehung (15) aus dem System weggelassen.

In der Energiegleichung (17) ist der Temperaturgradient gleich Null $\partial\theta/\partial x = 0$, d. h. die Temperatur hält sich längs der Höhe Ox der Platte unverändert im Falle eines permanenten stationären Regimes in der laminaren Zone (Abb. 3).

Entsprechend Abb. 3 ergibt sich, dass bei unterschiedlichen Höhen auf der Platte oder unterschiedlichen Werten des x, das Temperaturprofil $\theta = f(y)$ der Grenzschicht dasselbe ist, also $\theta_{x_1} = \theta_{x_2} = \theta_{x_3}$ für das gleiche y, denn der grometrische Ort der Punkte mit gleicher Temperatur bildet Ebenen die zur Platte parallel verlaufen.

Infolgedessen kann die Temperaturänderung längs der Platte in Richtung Ox vernachlässigt werden, also :

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} \approx 0.$$

Wenn die erste Derivate der Temperatur θ im Verhältnis zu x Null ist, kann die zweite Derivate aus dem Laplace-Operator dieser Gleichung um so mehr annulliert werden, also :

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} = 0 \qquad \text{weil} \qquad \frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} \ll \frac{\partial\theta}{\partial x}.$$

Andererseits, da das Regime der Strömung stationär ist, ergibt sich

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau} = 0.$$

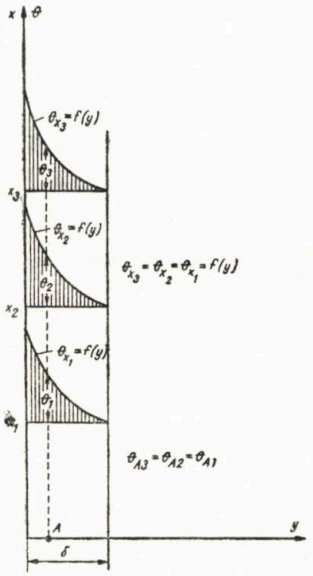


Abb. 3

Wenn diese Vereinfachungen berücksichtigt werden, ergibt sich, dass die Gleichung (17) auf die Form:

$$u\frac{\partial\theta}{\partial x} + v\frac{\partial\theta}{\partial y} = a\frac{\partial^2\theta}{\partial y^2} \tag{17'}$$

reduziert wird.

Die Kontinuitätsgleichung (16) bleibt in der gleichen Form.

Folglich reduziert sich das System mit vier Gleichungen (14)...(17) durch diese Vereinfachungen der Glieder durch Annäherung auf ein System mit nur drei Gleichungen:

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = g\beta\vartheta + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \tag{18}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \tag{19}$$

$$u\frac{\partial \theta}{\partial x} + v\frac{\partial \theta}{\partial y} = a\frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}. \tag{20}$$

Durch Einführen einer neuen gut gewählten Variablen kann dieses System auf eine integrierbare Form gebracht werden.

Eingegangen am 15. Februar 1972

Technische Hochschule,
Bukarest

LITERATURVERZEICHNIS

1. Mc. Adams W. H., *Heat Transmission.* Mc. Graw Hill Book. Co., 1954.
2. Eckert E., Jackson T., *Analysis of Turbulent Free Convection Boundary Layer on a Flat Plate.* NACA Rep. *1015* (1951).
3. Eckert E., *Einführung in den Wärme und Stoffaustausch.* Springer-Verlag, Berlin — Heidelberg — New York, 1966.
4. Fafchamps J., *La convection.* Institut de Thermodynamique, Ed. Univ. de Liège, 1966.
5. Grigull U., *Wärmeübertragung in laminarer Strömung mit Reibungswärme.* Chemie-Ingenieur-Technik (1955).
6. Prandtl L., *Wärmeaustausch und Strömungswiderstand in Flussigkeiten.* Phys. Z., *11*, 1072 (1910).
7. Schlichting H., *Grenzschicht-Theorie.* Verlag Braun, Karlsruhe, 1958.

O NOUĂ METODĂ DE SIMPLIFICARE A SISTEMULUI DE ECUAŢII DIFERENŢIALE ALE STRATULUI LIMITĂ TERMIC, ÎN CONVECŢIA LIBERĂ

(Rezumat)

Plecînd de la sistemul de ecuaţii vectoriale care descrie întregul fenomen al scurgerii în convecţia liberă, se trece la forma lor carteziană. Expresiile diferiţilor termeni din aceste ecuaţii pot fi astfel simplificate prin aplicarea unei noi metode de aproximare.

În cazul modelului considerat, care este o placă verticală încălzită, sistemul de ecuaţii diferenţiale se reduce la cel al unei mişcări plane bidimensionale, cele patru ecuaţii ale sistemului putînd fi simplificate.

Prin aplicarea noii metode de aproximare se studiază comparativ toţi termenii, ajungînd astfel la un sistem simplificat de numai trei ecuaţii, care printr-o schimbare convenabilă de variabilă, poate fi adus ulterior la o formă integrabilă.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 1—2, 1973
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.D. 536.25; 546.213

ANOMALIE THERMIQUE JACQ DANS LA CONVECTION À L'EAU[1])

PAR

EMIL JUGUREANU

1. Considérations générales

Les recherches scientifiques effectuées par J. J a c q dans l'année 1961 [1], [3] ont mis en évidence, pour la première fois, l'existence d'une anomalie thermique, entré ultérieurement dans la littérature sous le nom d'„effet Jacq".

À la différence de la forme classique du champ thermique dans un mur plan parallèle fig. 1), selon la théorie classique, le champ thermique a la forme indiquée par la fig. 2.

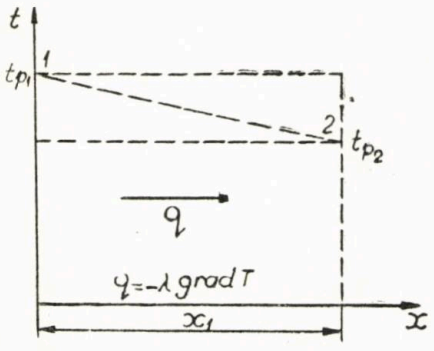


Fig. 1

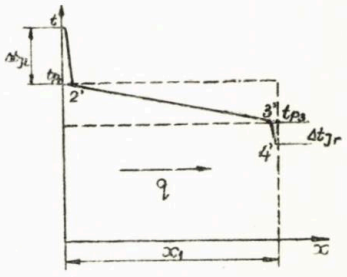


Fig. 2

C'est ainsi que J. J a c q a montré que dans les zones d'entrée du flux thermique, dans une couche de 40 μm il apparaît une chute thermique anormale qui ne se soumet pas à la loi classique de Fourier. À la sortie du flux thermique le phénomène se répète mais avec une intensité plus petite. Dans l'intérieur du corps, le champ thermique respecte la loi classique de Fourier

$$g = -\lambda\,\mathrm{grad}\,t.$$

[1]) Présentée lors de la session scientifique de l'Institut Polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" de Bucarest, le 22—24 mai 1970.

La découverte de J a c q a fait place à de nombreuses discussions concernant l'existence de ce phénomène et son explication théorique Ultérieurement, conformément aux recherches scientifiques effectuées, quelques-uns des chercheurs ont confirmé l'existence de ce phénomène, tandis que les autres l'ont infirmée. Dans les études théoriques de René L u c a s [4] et L. K a i s e r [5] cette anomalie a été différemment traitée. Tandis que René L u c a s explique l'anomalie thermique Jacq par une discontinuité dans la propagation phononique de la chaleur, L. K a i s e r, n'excluant pas la théorie de L u c a s, l'explique par une fluctuation des électrons libres dans le gaz localisé à la surface du métal.

Le prof. Gérard d'A l b o n trouve aussi d'autres explications théoriques par rapport à l'anomalie thermique Jacq [6].

La chaire de thermotechnique de l'Institut Polytechnique de Jassy continue les recherches scientifiques, du point de vue pratique et théorique [6], [7] de ce phénomène, pour lui trouver des nouvelles applications.

2. L'anomalie thermique Jacq dans la convection à l'eau

Les recherches scientifiques effectuées par J. J a c q, ont établi l'existence d'une anomalie thermique dans le cas d'une pièce métallique réchauffée par rayonnement.

La question qui se pose, premièrement, dans la convection à l'eau, c'est de trouver une méthode qui permette l'étude de cette anomalie. La fig. 3 présente l'une des méthodes espérimentales utilisées pour étudier l'anomalie thermique Jacq dans la convection à l'eau.

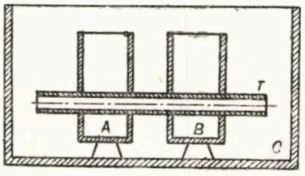


Fig. 3

Dans l'un des récipients *A* ou *B* il y a de l'eau distillée et dans l'autre de l'eau non-distillée. Réchauffant le tuyau qui traverse ces deux récipients, on constate une température plus élevée pour la partie du tuyau du récipient à l'eau distillée. Par conséquent, la température plus élevée du tuyau du récipient à l'eau distillée par rapport à la température du tuyau du récipient à l'eau non-distillée prouve l'existence d'une anomalie thermique dans le cas de l'eau distillée.

3. La détermination des chutes thermiques Jacq et du coefficient α réel dans la convection à l'eau

À la suite des recherches expérimentales effectuées dans la convection à l'eau, on établit, pour la constante K, dans le cas du refroidissement, la valeur

(1) $$K_r = 1{,}27 \cdot 10^{-4},$$

où l'indice r indique que l'anomalie thermique Jacq a été déterminée dans la couche que le flux thermique traverse en sortant de la pièce.

La chute thermique Jacq peut être exprimée par l'équation :

(2) $$\Delta t_{j.r} = K_j \, q \quad [°C],$$

où $\Delta t_{j.r}$ représente la chute thermique Jacq dans la couche traversée par le flux thermique à sa sortie de la pièce et q — flux thermique unitaire en Kcal/m²h.

Comme l'anomalie thermique Jacq apparaît dans une couche sous-superficielle d'une paroi dont l'épaisseur est de l'ordre du dixième de millimètre, il résulte que dans les corps plus minces que cette couche sous-superficielle, l'anomalie thermique Jacq n'apparaîtra pas.

Conformément à ces considérations, on a étudié comparativement un cas où l'effet Jacq existe et un autre ou l'effet Jacq n'existe pas.

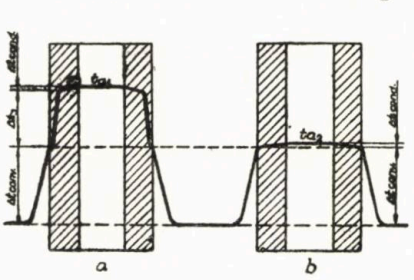


Fig. 4

La fig. 4 *a* montre le champ thermique dans un tuyau métallique ayant des parois épaisses, de l'ordre du dixiéme de millimètre. La fig. 4 *b* montre le champ thermique dans un tuyau de verre recouvert d'une couche métallique homogène, d'une épaisseur de l'ordre du centième de millimètre. En utilisant cette méthode on constate que l'anomalie thermique Jacq n'apparaît que dans le cas à parois épaisses (fig. 4 *a*).

En utilisant cette méthode on constate que l'anomalie thermique Jacq n'apparaît que dans le cas à parois épaisses (fig. 4 *a*).

On a étudié le cas de plusieurs tuyaux, avec des diamètres différents, réchauffés dans l'eau jusqu'à la température de 100°C. Réchauffant des tuyaux par un procédé électrique, on peut déterminer précisément la quantité de chaleur s'écoulant dans le régime stationnaire. On détermine le coefficient de convection α_{cl} pour de différentes températures $\Delta t_{cl} = t_{p\,ext} - t_{eau}$.

On a noté Δt_{cl} et α_{cl} les valeurs obtenues par des méthodes classiques où on n'a pas tenu compte de l'anomalie thermique Jacq. En fonction du flux thermique unitaire q on peut déterminer, par l'équation (2), les chutes thermiques Jacq.

Tab

Détermination du coefficient α réel

No crt.	Matériel	d_{ext} mm	$t_{p\ ext\ classique}$ °C	t_{eau} °C	Δt_{cl} °C	α_{cl} $\frac{Kcal}{m^2 h\ grd}$
1	Al	14	40	20	20	698
2	Cu	12	40	20	20	726
3	Fe	8	40	20	20	796
4	Fe	7,98	40	20	20	816
5	Cu	4	40	20	20	948
6	Cu	4	50	20	30	1 148
7	Cu	4	60	20	40	1 300
8	Cu	4	70	20	50	1 450
9	Cu	4	80	20	60	1 580
10	Cu	4	90	20	70	1 740
11	Cu	4	100	20	80	1 885

Tab

Convection libre à l'eau.

No crt.	Matériel	d_{ext} mm	d_{int} mm	δ mm	ϱ $\frac{\Omega\ mm^2}{m}$	R $\frac{\Omega}{500\ mm}$	$t_{p\ ext\ classique}$ °C	t_{eau} °C
1	Al	14	8	3	0,03	0,000156	40	20
2		14	—	0,01	0,03	0,0368	40	20
3	Cu	12	6	3	0,0172	0,0001084	40	20
4		12	—	0,01	0,0172	0,0249	40	20
5	F	8	5	1,5	0,13	0,0023	40	20
6		8	—	0,01	0,13	0,284	40	20
7	F	7,68	2,68	2,5	0,13	0,00172	40	20
8		7,68	—	0,01	0,13	0,292	40	20
9	Cu	4	2	1	0,0172	0,001	40	20
10		4	—	0,01	0,0172	0,0746	40	20
11	Cu	4	2	1	0,0172	0,001038	50	20
12		4	—	0,01	0,0172	0,0776	50	20
13	Cu	4	2	1	0,0172	0,001071	60	20
14		4	—	0,01	0,0172	0,0803	60	20
15	Cu	4	2	1	0,0172	0,00111	70	20
16		4	—	0,01	0,0172	0,0834	70	20
17	Cu	4	2	1	0,0172	0,001151	80	20
18		4	—	0,01	0,0172	0,0861	80	20
19	Cu	4	2	1	0,0172	0,00119	90	20
20		4	—	0,01	0,0172	0,0890	90	20
21	Cu	4	2	1	0,0172	0,00122	100	20
22		4	—	0,01	0,0172	0,0918	100	20

leau 1

dans la convection libre à l'eau

q_{conv} Kcal / m²h	$\Delta t_{j.r}$ °C	$\Delta t_{p\,ext.réel}$	$\Delta t_{réel}$	$\Delta t_{réel}$ Kcal / m²h grd	$\Delta\alpha$ $\alpha_{réel}-\alpha_{cl}$
13 960	1,77	38,23	18,23	764	66
14 520	1,84	38,16	18,16	801	75
15 920	2,02	37,98	17,98	887	91
16 320	2,07	37,93	17,93	910	94
19 680	2,49	37,51	17,51	120	172
34 440	4,46	45,54	25,54	1 350	202
52 000	6,60	53,40	33,40	1 560	260
72 500	9,20	60,80	40,80	1 770	320
94 800	12,00	68,00	48,00	1 980	400
121 800	15,40	74,60	54,60	2 230	490
150 800	19,10	80,90	60,90	2 420	595

leau 2

Données générales

$\alpha_{classique}$ Kcal / m²h grd	q_{conv} Kcal / m²h	Q_{conv} Kcal / h	10^4Kr	P W	I A	$\Delta t_{j.r}$	$\alpha_{réel}$ Kcal / m²h.grd
698	13 960	307	1,27	357	1 510	1,77	764
698	13 960	307	1,27	357	98,4	—	—
726	14 520	275	1,27	320	1 720	1,84	801
726	14 520	275	1,27	320	113	—	—
796	15 920	201	1,27	234	318	2,02	887
796	15 920	201	1,27	234	28,7	—	—
816	16 320	196	1,27	228	364	2,07	910
816	16 320	196	1,27	228	27,9	—	—
948	19 680	123	1,27	143	378	2,49	1 120
948	19 680	123	1,27	143	43,6	—	—
1 148	34 440	216	1,27	252	492	4,46	1 350
1 148	34 440	216	1,27	252	58	—	—
1 300	52 000	327	1,27	381	596	6,60	1 560
1 300	52 000	327	1,27	381	68,50	—	—
1 450	72 500	456	1,27	542	696	9,20	1 770
1 450	72 500	456	1,27	542	80,60	—	—
1 580	94 800	596	1,27	693	775	12	1 980
1 580	94 800	596	1,27	693	89,50	—	—
1 740	121 800	760	1,27	884	860	15,40	2 230
1 740	121 800	760	1,27	884	99	—	—
1 885	150 800	944	1,27	1 098	943	19,10	2 480
1 885	150 800	944	1,27	1 098	109	—	—

Dans le cas de l'existence de l'anomalie thermique Jacq, la température réelle de la paroi du coup devient

$$t_{p.r} = t_{pcl} - \Delta t_{jr}\,, \tag{3}$$

où $t_{p.r}$ représente la température réelle de la paroi dans le cas de l'existence de l'anomalie thermique Jacq, t_{pcl} représente la température „classique" de la paroi, déterminée dans les conditions de l'omission de l'effet Jacq.

Le coefficient réel de transmission de la chaleur devient

$$\alpha_{réel} = \frac{q}{\Delta t_r} \left[\frac{\text{Kcal}}{\text{m}^2\text{h grd}}\right], \tag{4}$$

où $\alpha_{réel}$ représente le coefficient réel de transmission de la chaleur dans le cas de l'existence de l'anomalie thermique Jacq et q — le flux thermique unitaire, en Kcal/m²h ; $\Delta t_r = t_{pr} - t_{eau}$ représente la différence entre la température réelle de la paroi et la température de l'eau.

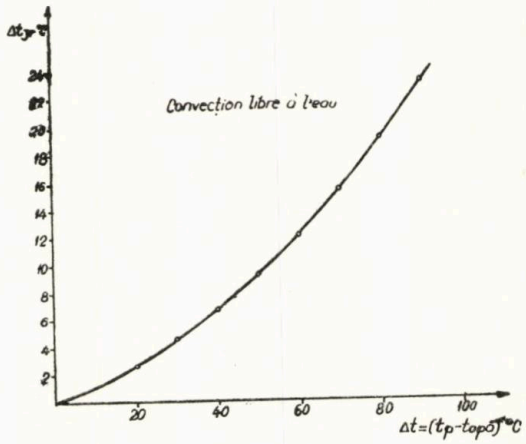


Fig. 5

Dans les tableaux 1 et 2 on donne les valeurs les plus importantes pour les corps qui présentent l'effet Jacq comparativement aux corps dans lesquels l'effet n'existe pas. La fig. 5 montre les chutes thermiques Jacq en fonction de Δt. La fig. 6 reproduit les courbes de variation du coefficient $\alpha_{rèel}$ et $\alpha_{classique}$ pour différentes valeurs du Δt.

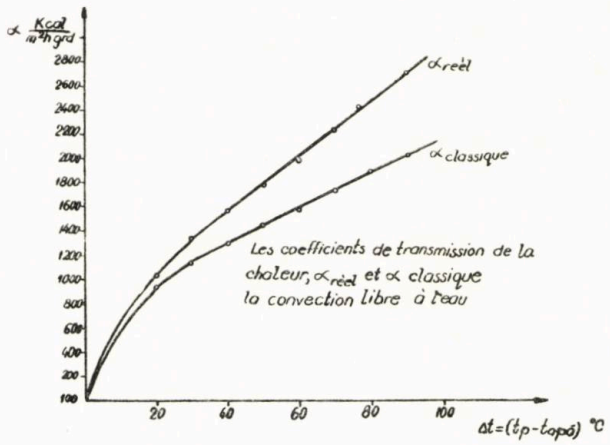


Fig. 6

4. Conclusions

1. Conformément aux données antérieures (tableaux 1 et 2, fig. 5 et 6), dans le cas de l'existence de l'anomalie thermique, les températures réelles d'un corps et le coefficient de transmission de la chaleur diffèrent des valeurs classiques pour lesquelles on n'a pas tenu compte de cette anomalie.

2. Les différences entre les valeurs réelles et classiques augmentent à mesure qu'on fait grandir le flux thermique unitaire.

3. On constate l'existence de l'anomalie thermique Jacq dans la convection à l'eau de même que dans la convection à l'air à la seule différence que

$$K_{r\,\text{eau}} < K_{r\,\text{air}}.$$

4. Si l'on grade les mêmes conditions de chauffage, on peut écrire

$$\Delta t_{j\,\text{eau}} < t_{j\,\text{air}}.$$

Reçue le 4 décembre 1971

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire de Thermotechnique
et de Machines thermiques

BIBLIOGRAPHIE

1. Jacq J., Chateau M., *Anomalie de la distribution de température dans les couches superficielles d'un solide.* C. R. Ac. Sc. Paris, **252**, *2*, 3201—3203 (1961).
2. Jacq J., Chateau M., *Anomalie de la distribution de température dans les couches superficielles d'un solide.* C. R. Ac. Sc. Paris, **252**, *20*, 3011—3013 (1961).

3. J a c q J. *Anomalie de la distribution de température dans les couches superficielles d'une paroi chauffée ou refroidie.* Journées internationales de la Transmission de la Chaleur; éditée par l'Institut Français des Combustibles et de l'Énergie, Paris.
4. L u c a s R., *Théorie du phénomène d'anomalie de température dans les couches superficielles des matériaux.* Journées Internationales de la Transmission de la Chaleur; éditées par l'Institut Français des Combustibles et de l'énergie, Paris.
5. K a i s e r L., *Essai d'une théorie électronique de l'effet Jacq.* Regén. de Thermique, Paris, I, *5*, 21—40 (1962).
6. d'A l b o n G., J u g u r e a n u E., C l o ț a n V., L o z o n s c h i Gh., A p e t r e i N., *Considérations sur l'anomalie thermique Jacq et résultats expérimentaux.* Bul. Inst. polit. Iași, XVI (XX), *3—4* (1969).
7. J u g u r e a n u, E., *L'étude de l'effet Jacq par la méthode du coefficient* α. Bul. Inst. polit. Iași, XVII (XXI), *1—2* (1970).

ANOMALIA TERMICĂ JACQ IN CONVECȚIA CU APĂ

(Rezumat)

Cercetările efectuate de J. J a c q au pus în evidență pentru prima oară existența unei anomalii termice, intrată ulterior în literatură sub numele de efect Jacq.

În cadrul catedrei de termotehnică de la Institutul politehnic din Iași, s-au întreprins ample cercetări prin care s-a căutat să se stabilească diverse metode pentru punerea în evidență a acestei anomalii. În prezenta lucrare se tratează unele aspecte ale anomaliei termice Jacq în cazul convecției cu apă. Se studiază condițiile în care poate apărea această anomalie și de asemenea influența ei asupra unor parametri de bază care caracterizează convecția liberă în apă.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 1—2, 1973
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 637.35

PROPUNERI PRIVIND VALORIFICAREA RADIATOARELOR CU LICHID INTERMEDIAR[1])

DE

GÉRARD D'ALBON, VALERIU CERNESCU, EMIL JUGUREANU, MAIER PERLMAN și D. COSTIN

1. Generalități

1.1. Descriere și principiu

Radiatoarele cu lichid intermediar sînt constituite în principiu dintr-un corp *1*, umplut cu apă încălzită prin intermediul unei serpentine interioare *2*, prin care circulă fluidul încălzitor, apă fierbinte sau abur (fig. 1).

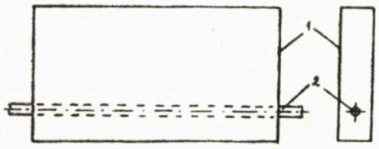


Fig. 1

Spre deosebire de radiatoarele normale, la aceste radiatoare pereții exteriori nu sînt supuși presiunii fluidului purtător de căldură și nici acțiunii corodante a acestuia. De asemenea, o distrugere a acestei suprafețe nu produce o descărcare a fluidului din rețea ci numai o scurgere a apei din elementul deteriorat.

---

[1]) **Prezentată la sesiunea științifică a Institutului politehnic din Galați, din 30—31 mai 1969.**

1.2. Principalele avantaje

Din principiul arătat rezultă că suprafața exterioară poate fi executată din orice material cu grosime minimă care să asigure o bună etanșare și să suporte condițiile de manipulare, transport și montaj precum și o lungă durată de exploatare. Deoarece raporturile dintre coeficienții K_0 de transmitere a căldurii de la mediul din rețea la apa din radiator și coeficientul K_1 de transmitere a căldurii de la apa din radiator la spațiile încălzite are valori cuprinse între 30...80 (în funcție de fluidul primar utilizat și tipul radiatorului) rezultă că suprafața S_0 a serpentinei 2 este o mică fracțiune din suprafața S_1 exterioară a radiatorului.

Întrucît numai suprafața S_0 trebuie să aibă pereți groși pentru a rezista la presiunea fluidului din rețea, rezultă că aceste radiatoare pot fi executate cu un cost și un consum de metal mult mai mic ca la radiatoarele clasice ; un alt avantaj constă în posibilitatea folosirii la transportul căldurii a unor parametri ridicați pentru apă sau abur, beneficiind totuși de condiții optime de confort ale încălzirii cu apă caldă, ceea ce duce la importante economii prin reducerea dimensiunilor rețelei de transport ; în termoficare mai rezultă economii și prin suprimarea elevatoarelor sau a schimbătoarelor de căldură.

1.3. Instalații experimentale realizate

În cursul anilor 1966—1967 s-au realizat și experimentat în orașul Iași două instalații de încălzire cu radiatoare cu lichid intermediar, și anume: prima la laboratorul seismic al INCERC Iași, alimentată cu abur de joasă presiune (1, 2 ata), cu distribuție inferioară monotub ; a doua realizată la un număr de 4 apartamente ale blocului F_{57} al cvartalului Tătărași, folosind drept fluid primar apa supraîncălzită din rețeaua de termoficare a orașului Iași, cu suprimarea elevatoarelor. În cursul anului 1968 au mai fost executate la blocurile de locuințe din cvartalul Tătărași încă două instalații de încălzire cu radiatoare cu lichid intermediar la un număr de 10 apartamente.

Radiatoarele utilizate sînt de tip panou, fiind confecționate din tablă neagră de 0,8 mm grosime, vopsite la exterior.

Urmărind comportarea în funcționare a instalațiilor mai sus menționate s-a constatat realizarea parametrilor impuși și o siguranță deplină în funcționare. Comparînd costurile investițiilor făcute la cele două tipuri de instalații executate cu costul unor instalații similare care s-ar fi executat cu radiatoarele clasice de fontă au rezultat următoarele avantaje economice :

a) la instalația executată la laboratorul seismic al INCERC Iași, economii valorice 42% și economii de metal 62%.

b) la instalațiile realizate în cvartalul Tătărași, economii la corpurile de încălzire, valorice de 30%, de metal de 70%.

La acestea se adaugă economiile de investiție realizate prin suprimarea punctelor elevatoare cifrate la circa 27 lei pe metru pătrat radiator și cele realizate prin renunțarea la mecanicul de deservire a acestor puncte, cifrate la 14 lei/m^2 radiator și an.

2. Tipuri noi de radiatoare experimentate în laborator

2.1. Radiatoare cu elemenți din sticlă

Dintre toate tipurile de radiatoare noi experimentate în laborator, cele executate din elemenți din sticlă apar ca cele mai avantajoase sub aspect tehnic și economic. La aceste radiatoare a fost rezolvată problema preluării dilatării apei conținute în elemenți găsindu-se mai multe variante ce rezolvă în bune condiții tehnice această problemă.

Deși radiatoarele realizate cu elemenți de sticlă, care utilizează în acest scop diferite sticle și borcane găsite în comerț, sînt departe de a avea forma optimă funcțională, totuși caracteristicile lor funcționale și economice apar deosebit de promițătoare. Avantajul rezultă pe de o parte din prețul de cost redus al sticlei, din faptul că materia primă pentru calitatea necesară a acesteia se află în țară, iar pe de altă parte pentru că sticla nu este corodată de apă și nu îmbătrînește avînd o durată nelimitată de utilizare dacă este protejată contra loviturilor prin intermediul unei măști. Experiențele au arătat că sticla se comportă bine la ciclurile încălzire-răcire, așa cum se petrec ele în radiatoarele cu lichid intermediar. S-a studiat în amănunt comportarea termică a elementilor menționați determinînd, cu această ocazie, valorile coeficienților de schimb de căldură și debite calorice.

S-au găsit mai multe soluții bune pentru îmbinările etanșe metal-sticlă ținînd seama că aceste materiale au coeficienți de dilatare diferiți, fără însă a se stabili soluția optimă. Pe baza calculelor economice ce s-au făcut cu elementii executați în laborator au rezultat în medie economii valorice $E_v = 43\%$ și economii de metal $E_m = 70\%$ față de radiatoarele din fontă.

Se menționează că prin folosirea unor elemenți din sticlă fabricați într-o producție de mare serie, precum și prin optimizarea funcțională și constructivă a acestora, caracteristicile lor pot fi sensibil îmbunătățite.

2.2. Radiatoare cu elemenți din material plastic

Comparativ cu sticla, elementii din material plastic prezintă avantajul unic de a suporta deformațiile produse de dilatarea apei. În schimb, în prezent ei au un cost mai ridicat și, din cauza îmbătrînirii materialului, o durată de exploatare necunoscută. Ei vor putea fi propuși pentru tipizare corespunzătoare fabricației de mare serie numai după ce problema îmbătrînirii va fi pe deplin cunoscută, lucru ce implică experiențe de lungă durată.

2.3. Radiatoare din tablă

Radiatoarele din tablă pot fi realizate cu o mare economie de metal și valorică pornind de la ideea verificată experimental că elementii pot fi executați din tablă cu atît mai subțire cu cît au un gabarit mai redus, păstrînd o bună rigiditate.

Din cauză că radiatoarele executate din tablă foarte subțire trebuie protejate cu o mască, ca și cele cu elemenți din sticlă, apare necesară realizarea lor cu un gabarit cît mai redus pentru a micșora costul relativ al măștii. În acest scop, s-au experimentat radiatoarele cu elemenți de diferite grosimi (8...22 mm) stabilindu-se că pentru elementii a căror înălțime este cuprinsă între 200 și 300 mm se pot admite grosimi de 8...10 mm,

Tabe

Nr. crt.	Denumirea corpului de încălzire	Temperatura agent de încălzire °C	Temperatura maximă a corpului de încălzire °C	Temperatura medie a suprafeței de încălzire °C	Cedarea orară de căldură Kcal	Indice consum metal kg/m²	kg /*	kg /**
1	Radiator fontă	90/70	90	80	420	28	66,5	66,5
2	Radiator oțel	90/70	90	80	430	12	28	84
3	Panou radiant clasic din oțel (registre)	90/70	90	80	600	12	20	60
4	Panou radiant din oțel (tablă 2 mm) cu serpentină sudată	95/75	90	60	500	20	40	40
5	Panou radiant din beton	90/70	90	65	500	12	24	24
6	Convectoare	95/75	95	60	240	4,7	15,4	13,4
7	Radiator cu lichid intermediar din tablă subțire A. T.	130/90	85	85	908	8,27	9,1	9,1
8	Idem B. T.	130/90	85	85	526	6,21	12	12
9	Idem C. T.	130/90	85	85 *	552	6,45	11,7	11,7
10	Radiator cu lichid intermediar și elemenți din sticlă A. S.	102	90	90	660	5,5	8	8
11	Idem B. S.	130/90	85	85	564	5,64	10	10
12	Idem C. S.	130/90	85	85	421	3,16	7,5	7,5

* mărime raportată la 1 000 kcal/h

** mărime raportată la $\frac{1\,000 \text{ kcal/h}}{\text{în 45 ani}}$

cîmpul teoretic al elementului rămînînd suficient de uniform. Experiențele au condus la stabilirea elementelor preliminare necesare proiectării radiatoarelor din tablă foarte subțire (0,22...0,28 mm).

2.4. Prezentare comparată între radiatoarele propuse și alte tipuri de radiatoare

În tabelul 1 sînt date valorile principalilor parametri și indici tehnico-economici caracteristici ai radiatoarelor propuse pentru tipizare în prima etapă, în comparație cu parametrii și indicii caracteristicilor corpurilor de încălzire actual utilizate.

lul 1

Indice total greutate			Indice preț de cost				K	E_v		E_m		Observații
kg/m²	kg /*	kg /**	lei/m²	lei/kg	lei /*	lei /**	kcal m²h grd	lei /*	%	kg *	%	
28	66,5	66,5	150	4,65	309	309	7—8	—	—	—	—	—
12	28	84	175	14,60	408	1 224	8	depășit			depășit	—
12	20	60	175	14,60	292	876	10	depășit		16,5	9,8	—
20	40	40	200	10	400	400	10	depășit		26,5	40	—
160	320	820	100	0,625	200	200	10	109	35,5	42,5	64	—
4,7	13,4	13,4	60	12,75	171	171	6	121	39,1	53,1	80	evaluarea s-a făcut fără mască, care variază foarte mult de la un tip la altul
8,27	9,1	9,1	60	7,25	66	66	14	249	80	56	85	evaluarea s-a făcut cu mască
6,21	12	12	58,9	9,33	112	112	8	197	63,7	54,5	82	idem
6,45	11,7	11,7	58,7	9,1	106,5	106,5	8	202,5	65,5	54,8	82	idem
13,2	20	20	69,2	13,06	104,5	104,5	9	204,5	66,2	58,5	88	idem
12,7	22,5	22,5	63,1	11,2	112	112	9	197	63,7	56,5	85	idem
8,1	19,25	19,25	52,2	16,5	124	124	6,5	185	60	59	89	idem

3. Lucrări și acțiuni necesare în continuare pentru realizarea eficientă a radiatoarelor cu lichid intermediar

Necesitatea valorificării în masă a radiatoarelor cu lichid intermediar rezultă în primul rînd din faptul că ele pot fi realizate cu un cost sub 50% din cel al radiatoarelor folosite în prezent și cu o economie de metal de peste 70%. Pentru a se obține un cost cît mai scăzut și o deplină valorificare, ele trebuie introduse în masă generalizîndu-se utilizarea lor la încălzirea locuințelor, a construcțiilor social-culturale și a celor industriale. De asemenea, ele trebuie fabricate folosind o tehnologie cît mai avansată, corespunzătoare fabricației de mare serie.

Prin înlocuirea radiatoarelor clasice din fontă cu radiatoare cu lichid intermediar s-ar putea realiza economii la noi în țară de circa 150 milioane lei anual. Este foarte important ca tipizarea radiatoarelor cu lichid intermediar să se facă la o formă optimă sub multiple aspecte și anume : siguranță în exploatare, tehnologie de fabricație și cost, consum de metal, gabarit și aspect estetic în armonie cu arhitectura actuală a interioarelor.

Toate aceste aspecte, dar în special ultimul, trebuie studiate separat pentru prototipurile ce urmează a se folosi în țară și pentru cele de export. Prototipurile pentru export pot fi concepute spre a fi fabricate în țară sau studiate cu o licență ce poate fi valorificată prin cedarea ei unei întreprinderi străine ce ar dori s-o introducă în fabricație.

Pentru radiatoarele cu elemenți din sticlă și a celor din tablă subțire se poate obține o micșorare a costului, față de prototipurile studiate și experimentate, prin optimizarea dimensiunii elementelor, a distanței între elemenți, a formei lor precum și a măștii utilizate. La aceste radiatoare optimizarea constă în special în corelarea dintre costul măștii și al radiatorului propriu-zis.

Pentru ca aceste lucrări să se desfășoare în bune condiții sînt necesare următoarele măsuri :

a) întocmirea unui studiu de către un colectiv de tehnologi privind fabricarea elementelor din sticlă în mare serie ;

b) fabricarea preliminară a unor elemenți din sticlă pentru a fi cercetați sub raportul comportării termice ;

c) întocmirea unui studiu de către un colectiv de tehnologi specialiști în confecții din tablă ambutisată și sudată, privind confecția elementelor de radiator din tablă subțire, determinarea formelor optime sub aspectul tehnologic de execuție, stabilirea unui cost de fabricație ș. a. ;

d) întocmirea unui studiu privind confecția măștii de radiator și fabricarea preliminară a unor prototipuri de măști și radiatoare cu elemenți din tablă subțire ;

e) întocmirea unui studiu pentru alegerea unor adezivi sintetici cu proprietăți optime pentru îmbinările etanșe sticlă-metal și experimentarea acestor îmbinări ;

f) experimentarea radiatoarelor realizate cu elemenți din sticlă și a celor din tablă de tip AT, BT și CT pentru a se verifica debitul lor caloric și condițiile de reglaj.

Ar trebui prevăzute fondurile necesare pentru realizarea elementilor din sticlă și pentru confecția prototipurilor experimentale cu elemenți din sticlă și din tablă. De asemenea, este necesar să se stabilească întreprinderile care să preia sarcina de a executa aceste prototipuri în termen cît mai scurt.

Primită la 21 iunie 1971

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de termotehnică
și mașini termice

BIBLIOGRAFIE

1. d'Albon G., Brevet de invenție nr. *46826* din 29.X.66. Radiator pentru încălzire centrală, dosar nr. *42605* din 1959, Oficiul de Stat pentru Invenții, București.
2. d'Albon G. ș. a., *Un tip de radiator pentru încălziri centrale.* Bul. Inst. polit. Iași, IX (XIII), *1—2*, 313—326 (1963).
3. d'Albon G. ș. a., *Instalații experimentale de încălzire cu radiatoare cu lichid intermediar.* St. și cerc. INCERC Buc., Ser. Instalații 33, *7*, 125—138 (1968).
4. Kamler W., *Alimentation directe des installations de chauffage des maisons d'habitation en eau surchauffée.* Ann. de l'Inst. techn. du bâtiment et des travaux publics, *192*, 1279—1290 (décembre 1963).

ENSEMBLE DES TRAVAUX PROPOSÉS POUR L'INTRODUCTION DES RADIATEURS À FLUIDE INTERMÉDIARE

(Résumé)

On présente les résultats économiques qui sont à obtenir à l'introduction des radiateurs à fluide intermédiare et un plan de travaux nécessaire pour y aboutir.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 1—2, 1973
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621.951.3

CERCETĂRI TEORETICO-EXPERIMENTALE ASUPRA OPTIMIZĂRII GEOMETRIEI BURGHIELOR ELICOIDALE[1])

DE

VITALIE BELOUS

1. Introducere

Optimizarea geometriei unei scule așchietoare presupune satisfacerea maximală a celor trei criterii principale de optimalitate [1] : rezistența la uzură (durabilitatea efectivă); capacitatea de a așchia ușor, cu forțe și momente de așchiere minime ; precizia și calitatea suprafeței obținute.

În cazul sculelor la care geometria supusă ascuțirilor și reascuțirilor este complexă, ca de exemplu, suprafața de așezare a burghielor elicoidale, intervine în mod inevitabil și un al patrulea criteriu important, cel al tehnologicității ascuțirii.

În cele ce urmează, se prezintă principalele rezultate ale cercetărilor întreprinse în ultimii 14 ani, la Laboratorul de mașini-unelte și scule al Institutului politehnic din Iași, referitoare la optimizarea tehnologic-funcțională a geometriei feței de așezare a burghielor elicoidale și a procedeelor și utilajelor pentru realizarea acesteia.

2. Prima optimizare tehnologică a geometriei feței de așezare a burghiului elicoidal și elaborarea procedeului de ascuțire corespunzător

Realizarea fețelor de așezare ale burghiului elicoidal reprezintă o problemă tehnologică destul de complexă, ca urmare a unor cerințe importante pentru geometria acestora, ca de exemplu : simetria ascuțirii ; creșterea unghiului de așezare de o manieră cît mai pronunțată spre axa burghiului, în vederea realizării unui unghi de degajare al tăișului transversal cît mai mare, cunoscut fiind caracterul deficitar al geometriei acestuia ; calitățile autocentrante ale tăișului transversal ; forma cît mai convenabilă, sub aspectul celor trei criterii principale de optimizare, a tăișului principal.

---

[1]) Prezentată la sesiunea științifică a Institutului politehnic din Galați, din 26—28 mai 1972.

Sînt cunoscute, în acest sens, după natura suprafeței de așezare, ascuțiri convenționale după suprafețe conice, cilindrice circulare, elicoidale și dublu plane. Desavantajele tehnologice principale ale acestor procedee constau, în primul rînd, în complexitatea cinematică a generării acestora, necesitînd prezența a 4 mișcări de lucru, la ascuțirile conice și cilindrice circulare, 5 mișcări de lucru, la toate variantele ascuțirilor elicoidale, și 3 mișcări de lucru și cîte două poziționări pentru fiecare față de așezare, la ascuțirile dublu plane ; pe această bază, utilajele corespunzătoare de ascuțit rezultă complexe, iar productivitatea ascuțirii, relativ redusă.

Din această cauză, primele investigații teoretico-experimentale referitoare la optimizarea geometriei burghielor, întreprinse la Iași încă din anul 1959, au fost subordonate factorului tehnologic, în special prin optimizarea naturii suprafeței de așezare [2]...[6]. Cercetările experimentale au condus la concluzia că forma optimă, de bază, a suprafeței de așezare a burghielor elicoidale este cea cilindro-eliptică, întrucît în acest caz, curba generatoare, de formă eliptică, poate fi materializată direct, de către o muchie circulară a unei pietre oală, dacă directoarea rectilinie este înclinată în raport cu planul care conține această muchie.

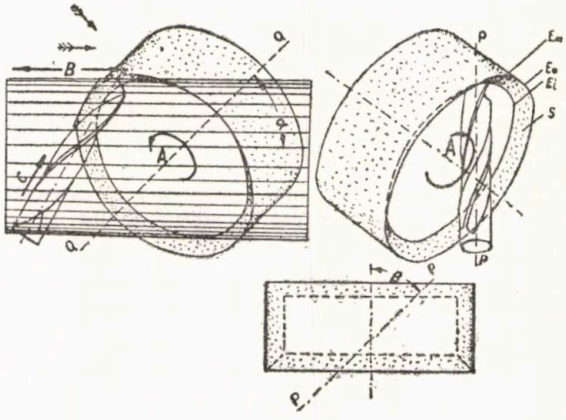


Fig. 1

S-a ajuns astfel, în anul 1960, la un nou procedeu de ascuțire a burghielor elicoidale (fig. 1), ascuțirea cilindro-eliptică simplă, brevetată în țara noastră și peste hotare, distinsă cu medalia de aur și mențiunea specială a juriului pentru nivel științific, la Salonul Invențiilor de la Viena, 1970. Primit cu interes în străinătate, procedeul a fost denumit de către Pier Lorenzo L e v i d'A n c o n a „ascuțirea Iași" [7].

Ascuțirea se realizează cu ajutorul suprafeței frontal-interioare S, hiperboloidale de rotație, a unei pietre oală, a cărei axă era conținută într-un plan Q, înclinat cu un unghi α în raport cu direcția avansului longitudinal B și înclinată, în acest plan, cu un unghi β, în raport cu planul P, care conține axa pietrei și direcția avansului longitudinal B.

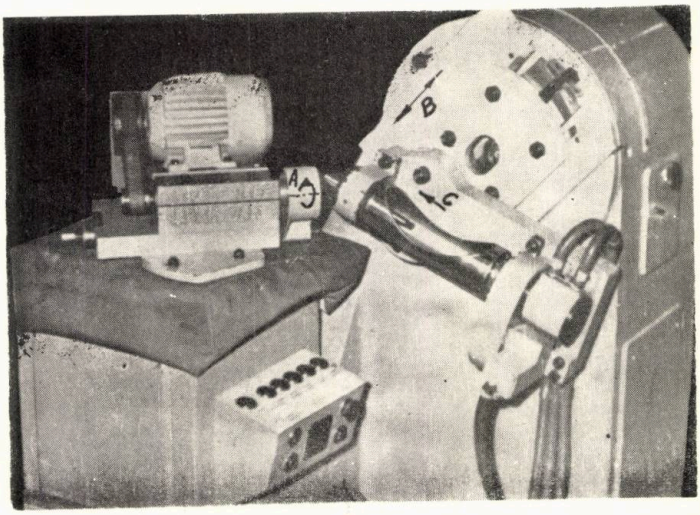


Fig. 2

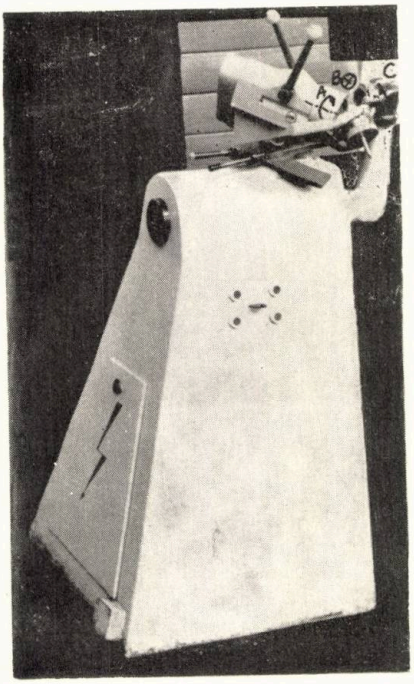


Fig. 3

Suprafața activă a pietrei se realiza inițial cu ajutorul unui vîrf de diamant amplasat pe axa burghiului. Prin deplasarea burghiului, în mișcarea sa de avans longitudinal B, muchia interioară E_i și exterioară E_e generau pe suprafața de așezare a burghiului, două elemente de cilindri eliptici intersectați pe axa burghiului. Pe măsura uzurii, rezultă o singură curbă generatoare E_m, continuă, care începe cu muchia interioară, traversează întreaga suprafață activă S și se racordează cu muchia exterioară astfel încît pe suprafața de așezare a burghiului rezultă practic o porțiune cilindro-eliptică unică.

În afară de avantajul simplificării cinematice, pentru realizarea ascuțirii fiind necesare numai 3 mișcări de lucru, A, B și C, au rezultat și condiții termice convenabile, care au permis ascuțirea fără răcire. De asemenea, nu era necesară corijarea cu diamantul a suprafeței active S, compensarea uzurii realizîndu-se prin simpla deplasare periodică, axială a pietrei.

Mașinile semiautomate concepute după acest procedeu, împreună cu specialiștii Fabricii de scule din Rîșnov (fig. 2), precum și mașinile simple de ascuțit, realizate împreună cu Uzina mecanică Nicolina Iași (fig. 3), în anii 1964—1965, sînt și astăzi în funcțiune și au confirmat avantajele estimate, productivitatea ascuțirii fiind de 3...6 ori mai mare decît la mașinile importate.

În raport cu procedeele de ascuțire cilindro-eliptice apărute aproximativ în aceeași perioadă, în străinătate (BSA și Brierley) [8], noul procedeu se bucura de avantajul folosirii unor pietre de diametru mai mare, mai stabile și mai productive, ca urmare a folosirii elipselor de proiecție E_i și E_e în zone de curbură mare.

2. Prima optimizare funcțională a geometriei burghiului elicoidal din punctul de vedere al rezistenței la uzură

Admițind faptul că factorul esențial exterior, care determină rezistența la uzură, repectiv durabilitatea efectivă a burghiului, este temperatura, a cărei creștere determină o scădere a durabilității, rezultă că pentru mărirea durabilității, este necesar să se micșoreze „încărcarea energetică unitară E", criteriu introdus de către autorul prezentei lucrări, încă în anul 1966 [1], și să se îmbunătățească condițiile de evacuare a căldurii, ceea ce ar fi echivalent cu micșorarea criteriului Bisacre-Chao [9], Vs/λ, în care V este viteza de așchiere, s — avansul, iar λ — conductivitatea termică.

Expresia generală a încărcării energetice unitare, definită ca o putere consumată pe unitatea de lungime a tăișului, este [1],

$$E = C_p V s^{Y_p} \sin K \cos \lambda, \tag{1}$$

în care, în afara notațiilor cunoscute, C_p — constanta forței de așchiere principale, pentru materialul dat ; Y_p — exponentul avansului din expresia experimentală a forței principale de așchiere ; K — unghiul de atac ; λ — unghiul de înclinare.

Este evident că în cazul burghiului, datorită variabilității parametrilor geometrici în lungul tăișului și, în special, datorită creșterii vitezei spre diametrele mari ale burghiului, încărcarea energetică unitară va crește spre diametrele mari, producînd o uzură neuniformă, de lățime crescătoare.

Pe această bază, spre deosebire de alte scule aşchietoare, la care tăişul se uzează uniform, ieşind simultan din uz cu toate porţiunile sale active, tăişul principal al burghiului elicoidal ascuţit după procedee convenţionale, precum şi după procedeul cilindro-eliptic simplu, nu este raţional exploatat, ieşind din uz în zona vîrfurilor principale, într-un moment cînd zona din apropierea miezului mai păstrează rezerve importante de uzură.

Pentru optimizarea formei tăişului principal sub aspectul durabilităţii ar trebui pus condiţia ca încărcarea energetică unitară E să fie constantă pe toată lungimea tăişului principal. Dacă, pentru simplificare, se consideră un tăiş principal conţinut în planul axial al burghiului, atunci $\lambda = 0$, iar

$$E = C_p \, Vs^Y p \sin K = \text{const},$$

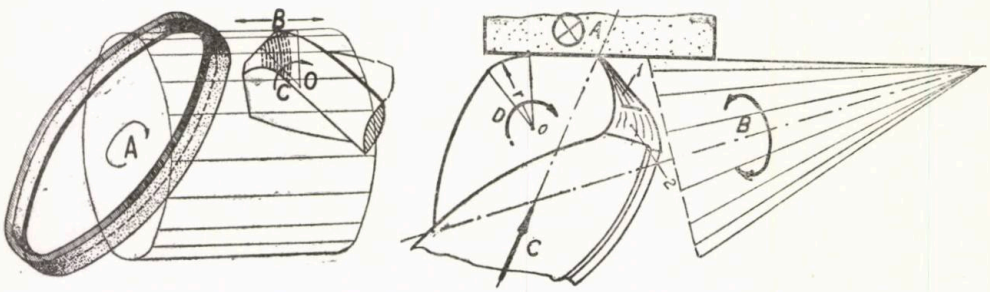
de unde, prin înlocuiri, se ajunge la o condiţie de forma,

$$K = \text{arc sin} \frac{C}{D_x}, \tag{2}$$

în care C este o constantă, în cazul unui burghiu şi regim date, iar D_x — diametrul curent al burghiului.

Forma tăişului trebuie să fie astfel încît să fie respectată legea de variaţie (2) pentru unghiul K. Stabilirea şi utilizarea unei relaţii exacte pentru legea de variaţie optimă a unghiului K este deosebit de laborioasă, şi la aceasta ar trebui să se ţină seama atît de variabilitatea unghiului λ, cît şi de modificarea formei tăişului sculei, din rectilinie, pentru $K = \text{const} = 59^0$, în curbilinie strîmbă, pentru K variabil.

Este evident că, pentru realizarea condiţiei (2), tăişul burghiului trebuie să rezulte curbiliniu, cu unghiul K descrescător spre diametrele mari. Întrucîtva, această condiţie este realizată de ascuţirile duble sau triple, dar aceste ascuţiri presupun două sau trei poziţionări ale burghiului în raport cu piatra, determinînd o scădere apreciabilă a productivităţii ascuţirii.



a *b*

Fig. 4

Dat fiind faptul că, în general, o curbă continuă plană poate fi aproximată printr-un arc de cerc, încă în cadrul procedeului brevetat în 1960, printr-o variantă a acestuia (fig. 4 *a*), era prevăzută posibilitatea realizării unei forme curbilinii convexe, optimizate, a tăişului principal. La această variantă, mişcarea de avans pe adîncime C (fig. 1) era înlocuită printr-o mişcare lentă de rotaţie C, în jurul unei axe O, perpendiculare pe planul definit de axa burghiului şi direcţia avansului longitudinal B (fig. 4 *a*); în felul acesta, suprafaţa de aşezare a burghiului pătrundea lent pe adîncime, realizîndu-se şi o zonă de racordare toroidal-eliptică.

Experimentîndu-se un astfel de burghiu, s-a constatat o creștere a rezistenței la uzură de 2...3 ori în raport cu ascuțirile convenționale sau cilindro-eliptice simple. Șapte ani mai tîrziu, François L h o m m e și Bernard L e g u i brevetează un procedeu și o mașină de ascuțit burghie după suprafețe conice, racordate cu suprafețe sferice sau toroidal-circulare (fig. 4 *b*) [10], echivalent cu procedeul cilindro-eliptic racordat cu o suprafață toroidal-eliptică, din punctul de vedere al calităților aschietoare ale burghielor ascuțite, dar reprezentînd un regres din punct de vedere tehnologic ; într-adevăr, în afară de mișcările *A*, *B* și *C*, specifice ascuțirilor conice, procedeul presupunea și prezența unei mișcări de rotație lentă *D*, în jurul unei axe *O* situate la o distanță *r* de suprafața activă a pietrei ; dacă la aceste mișcări se adaugă și o mișcare de uniformizare a uzurii sau de diamantare, se ajunge la 5 mișcări, față de trei mișcări la procedeul nostru.

3. A doua optimizare tehnologică, combinată cu cea de a doua optimizare funcțională a geometriei burghiului elicoidal

Din studiile analitice ale procedeului cilindro-eliptic simplu [11], rezultat posibilitatea ascuțirii cilindro-eliptice duble, după două suprafețe cilindro-eliptice intersectate, cu vîrf piramidal autocentrat, ca urmare a

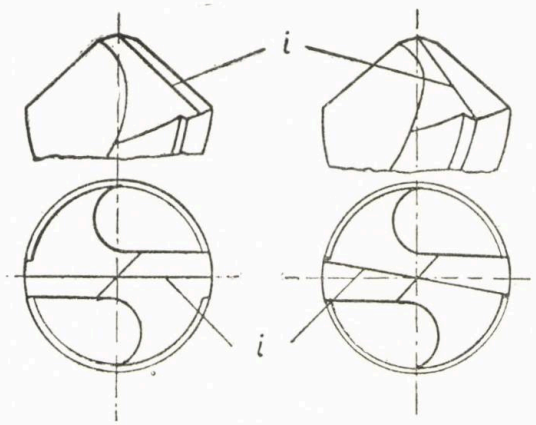


Fig. 5

faptului că cele două curbe generatoare, E_i și E_e (fig. 1), generează doi cilindri eliptici intersectați pe axa burghiului. Dacă în cazul pietrelor oală obișnuite, acest lucru nu se observă, după un anumit număr de ascuțiri, rezultînd o suprafață cilindro-eliptică unică, în cazurile cînd diferența dintre cele două diametre extreme ale pietrei oală, corespunzătoare muchiilor *n* și *m* (fig. 5) este mare, va rezulta și o diferențiere netă între cei doi

cilindri eliptici constituenți ai feței de așezare, diferență care se păstrează și în urma uzurii pietrei.

Pe de altă parte, dacă o suprafață conică interioară a unei pietre se intersectează cu planul P al mișcării de avans longitudinal B al burghiului, curba de intersecție rezultă sub forma unui arc de conică concavă; pornind cu burghiul într-o mișcare de avans rectiliniu B, din fundul concavității, se obține, odată cu această mișcare, și o mișcare de pătrundere treptată a burghiului în piatră, cu eliminarea unui strat de metal de pe fața de așezare de grosime ΔR, ΔT, sau ΔP, funcție de planul secant R, T sau P, în care se măsoară adîncimea concavității. În felul acesta, numărul de mișcări de lucru a fost redus la numai două, procedeul fiind cel mai simplu din acest punct de vedere [12], [14].

Ulterior, în locul unei curbe conice, s-a apelat la o curbă mai convenabilă, astfel încît la capetele cursei avansul indirect pe adîncime să tindă spre zero, curba devenind paralelă cu avansul B. O astfel de curbă este concoida dreptei (concoida lui Nicomede), aplicată prin intermediul unei came de conducere a diamantului generator al suprafeței active a pietrei, pe mașina semiautomată realizată la Laboratorul de mașini-unelte și scule de la Institutul politehnic din Iași (fig. 6).

Un alt important avantaj tehnologic al acestui procedeu, denumit prescurtat „Elbi", îl constituie faptul că, sub aspect geometric, diametrul pietrei nu este limitat, permițînd folosirea unor pietre de diametru, durabilitate și productivitate sporite.

În afară de avantajele tehnologice, noul procedeu realiza și o optimizare a geometriei burghiului din punctul de vedere a două criterii principale de optimalitate :

a) datorită creșterii unghiului de degajare pe tăișul transversal, burghiele ascuțite așchiază cu o forță axială redusă cu 15...25 %;

b) datorită formei piramidale a tăișului transversal, burghiul capătă importante calități autocentrante, cu repercursiunile corespunzătoare asupra preciziei și calității suprafeței burghiate.

Cele două porțiuni cilindro-eliptice ale feței de așezare se intersectează după o muchie i, paralelă sau înclinată în raport cu tăișul principal (fig. 7), și echivalează, practic, noul procedeu, din punct de vedere geometric, cu procedeul dublu plan, ale cărui avantaje au fost demonstrate de către Solnțeva [13], dar prezintă, în raport cu acesta, avantajul realizării feței de așezare dintr-o singură poziționare în dispozitiv.

4. A treia optimizare tehnologică a geometriei burghiului elicoidal

Folosirea hiperboloizilor de rotație înscriși pe suprafața conică interioară a pietrelor abrazive prezenta două dezavantaje :

a) dispozitivul port-burghiu lucra într-un spațiu „înghesuit", cu vizibilitate redusă, ceea ce impunea restricții la proiectarea acestuia ;

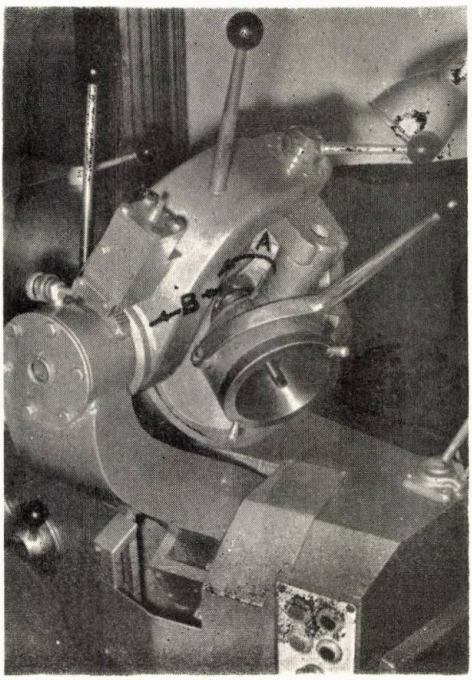


Fig. 6

b) microașchiile se eliminau mai greu, forța centrifugă menținîndu-le pe suprafața activă a pietrei și contribuind la îmbîcsirea acesteia.

Pe această bază, s-a trecut la folosirea hiperboloizilor *a* (fig. 8) înscriși pe suprafața frontală conică exterioară a pietrelor oală, mișcările de lucru *A*, *B* și C_1 fiind aceleași ca și la procedeul „Elbi" precedent.

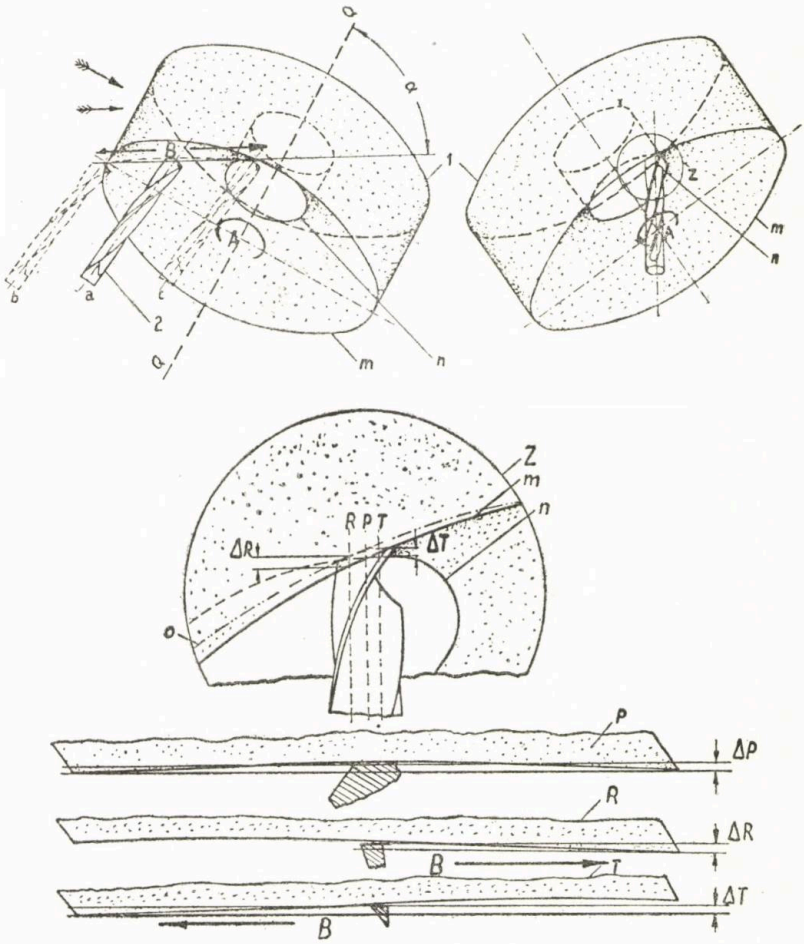


Fig. 7

Noul procedeu, pe lîngă faptul că elimina cele două dezavantaje, prezenta și un al treilea avantaj tehnologic, și anume, cel al unui grad sporit de utilizare a pietrei oală, pînă la scoaterea acesteia din uz. Spre deosebire de procedeul „Elbi" inițial, la procedeul din fig. 8, cele două supra-

fețe d și f ale feței de așezare sînt cilindro-eliptice concave, realizîndu-se o diferență mai mare între cele două unghiuri ale feței de așezare, $\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$.

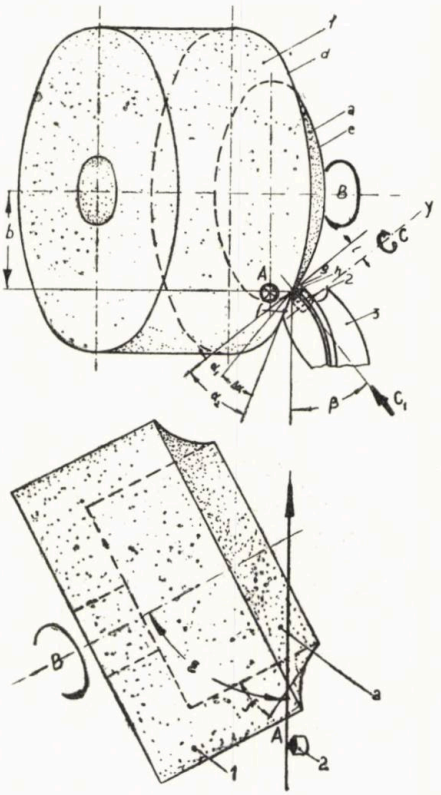
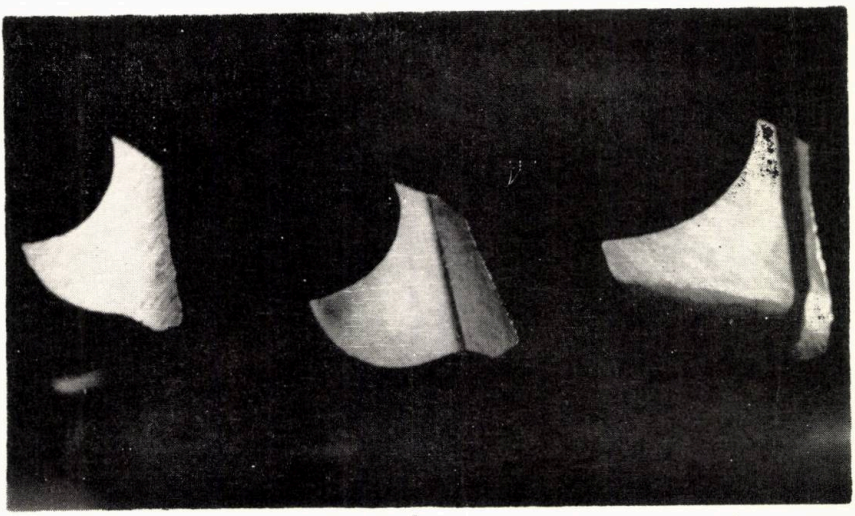


Fig. 8

În conformitate cu cercetările teoretice referitoare la optimizarea geometrică a acestei ascuțiri [14], [15], diferența este dată de relația [15]

$$(3) \qquad \Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1 = \operatorname{arc\,tg} \frac{\cos \varepsilon}{\sqrt{\left(\frac{R_1}{b}\right)^2 - 1}} - \operatorname{arc\,tg} \frac{\cos \varepsilon}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{b}\right)^2 - 1}},$$

în care R_1 — raza interioară, R_2 — raza exterioară, iar unghiul ξ de ascuțire al muchiei interioare a pietrei este dat de



a *b* *c*

Fig. 9

$$\xi = \operatorname{arc\,tg}\left[\operatorname{tg}\varepsilon \sqrt{1-\left(\frac{b}{R_1}\right)^2}\right], \tag{4}$$

valoarea optimă a unghiului ε fiind de 60°...70°.

5. A treia optimizare funcțională a geometriei burghiului elicoidal

Aplicînd principiul de realizare a formei curbilinii a tăișului principal, utilizat la procedeul cilindro-eliptic inițial, la ascuțirea cilindro-eliptică dublă (fig. 8), prin înlocuirea mișcării de avans pe adîncime C_1 printr-o mișcare de rotație lentă C a burghiului în jurul unei axe Y, situate la o distanță l de linia pe care a descris-o diamantul 2 la generarea hiperboloidului de rotație a, pe lîngă cele două suprafețe cilindro-eliptice, a și b (fig. 10), se obțin și două suprafețe toroidal-eliptice, c și d, tăișul principal fiind constituit dintr-o porțiune rectilinie e și una în arc de racordare f, de rază l.

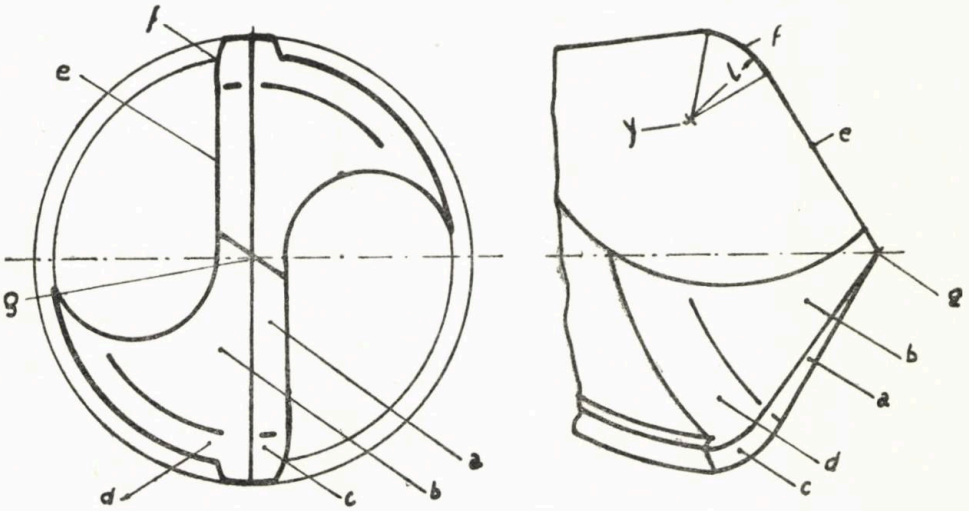


Fig. 10

Încercările de durabilitate a acestui procedeu, denumit prescurtat „Elbitor", au demonstrat că burghiele ascuțite au o durabilitate de 3...8 ori mai mare decît la ascuțirile standard. Încercările comparative de dinamica așchierii au relevat faptul ca forța axială scade cu cca. 20%...25%, în raport cu ascuțirile după suprafețe conice sau cilindrice unice.

Rezumînd drumul parcurs în cei 14 ani de investigații, la Institutul politehnic din Iași, în vederea optimizării funcțional-geometrice și tehno-

logice a burghielor elicoidale, rezultă o dezvoltare a geometriei și tehnologiei ascuțirii de la procedeul cilindro-eliptic simplu (procedeul „EL", fig. 1 și 9 *a*), la procedeul cilindro-eliptic dublu (procedeul „Elbi", fig. 5, 7, 8 și 9 *b*) și, în final, la procedeul cilindro-eliptic dublu, racordat cu o suprafață toroidal eliptică dublă (procedeul „Elbitor", fig. 8. 9 *c* și 10).

Primită la 10 octombrie 1972

Institutul politehnic, Iași,
Laboratorul de mașini-unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Belous V., *Proiectarea sculelor.* (I) *Bazele proiectării sculelor așchietoare,* Rotaprint, Inst. polit. Iași, 1968.
2. Belous V., *O nouă metodă de ascuțire abrazivă a burghielor elicoidale.* Bul. Inst. polit. Iași, XI (XV), *1—2* (1965).
3. Belous V., *Studiul experimental comparativ al detalonării și al dinamicii burghierii, cu burghie ascuțite conic și cilindro-eliptic.* Bul. Inst. polit. Iași, XI (XV), *3—4* (1965).
4. Belous V. ș. a., *Procedeu și mașină pentru ascuțirea burghielor elicoidale.* Brevet și certificat de autor 44 348 combinat cu 44 577, brevet S. U. A. 3.448.545, brevet R. F. G. 1.502.529, brevet francez 1.458.668.
5. Belous V., *Simplificarea cinematicii ascuțirii abrazive a burghielor elicoidale.* Construcția de mașini, *11* (1967); (trad. italiană în Rivista di Mecanica, *429*).
6. Belous V. ș. a., *Două noi tipuri de mașini de ascuțit burghie elicoidale.* Construcția de mașini, *12* (1967).
7. d'Ancona P. L., *Punte a forare.* Giornale dell'Officina, *2—4* (1970).
8. * * * *Internal Cone Wheel Simplifies Drill.* Metalworking Production, *8* (1965).
9. Henkin A., Datsko J., *The Influence of Physical Properties on Machinability.* Trans. of the ASME, Series B, *85*, 4 (1963).
10. Lhome F., Leguy B., *Metodă pentru ascuțirea burghielor elicoidale și mașină pentru aplicarea acestei metode.* Brevet RSR 49.703 (înregistrat la 12.07.67).
11. Belous V., *Studiul și elaborarea metodei de ascuțire cilindro-eliptice a burghielor elicoidale.* Teză, Institutul politehnic din Iași, 1966.
12. Belous V. ș. a., *Procedeu și mașină pentru ascuțirea burghielor elicoidale după suprafețe cilindro-eliptice.* Brevet și certificat de autor 53.622.
13. Solnțeva T. E., *Analiza metodelor moderne de ascuțire a burghielor elicoidale.* Bul. constr. de mașini, *6*, 56—65 (1959) (trad. I.D.T.).
14. Белоус В., *Новый способ цилиндро-эллиптической заточки винтовых сверл.* Bul. Inst. polit. Iași, XVI (XX), *3—4* (1970).
15. Belous V., *Cercetări asupra ascuțirilor cilindro-eliptice multiple și cilindro-hiperbolice a sculelor așchietoare.* Comunicările conferinței din domeniul proceselor și utilaje de prelucrare la rece, Inst. polit. Timișoara, 59—67 (1970).
16. Belous V., *Procedeu de ascuțire cilindro-eliptică dublă a burghielor elicoidale.* Invenție RSR, 64.076, caracterizată la 31.07. 1971; înregistrată în RFG—P.21. 54924.6, Italia—31389, Elveția—16442, Franța—7142507.

ОПТИМИЗАЦИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ВИНТОВЫХ СВЕРЛ

(Резюме)

Принимая стойкостные, динамические, точностные и технологические критерии оптимальности, устанавляется новая геометрия и новый способ двойной цилиндро-еллиптической заточки, с криволинейной гловной режущей крамкой и пирамидальной овтоцентрирующей поперечной крамкой.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 1—2, 1973
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 691.92

TRANSFERUL ERORII DE BAZARE LA RECTIFICAREA INTERIOARĂ FĂRĂ CENTRE CU BAZAREA SEMIFABRICATELOR PE REAZEME FIXE[1])

DE

GH. COMAN

1. Introducere

Rectificarea fără centre cu bazarea semifabricatelor pe reazeme fixe, este un procedeu introdus relativ recent în prelucrarea mecanică (Brevet SUA Nr. 2.478.607). Însă, datorită avantajelor tehnico-economice deosebite pe care le prezintă în comparație cu procedeul clasic de rectificare fără centre, s-a extins foarte mult, devenind procedeul dominant de prelucrare foarte fină a pieselor din clasa discuri, îndeosebi la rectificarea inelelor de rulmenți.

În fig. 1 și 2 se prezintă schematic acest procedeu de rectificare. Inelul de rectificat *1* este orientat (bazat) în vederea rectificării pe reazemele fixe *10* prevăzute cu pastilele de aliaj dur *11*, cu suprafața cilindrică exterioară, și pe flanșa *2*, cu o suprafață frontală, ambele prelucrate prealabil. Semifabricatul este antrenat în mișcarea de rotație printr-o transmisie cu curele trapezoidale prin intermediul roții *7*, instalată cu doi rulmenți radiali-axiali pe arborele principal al mașinii de rectificat. Cuplarea inelului de rectificat *1* cu flanșa de antrenare *2*, pentru a fi antrenat în mișcarea de rotație, se face electromagnetic. Manșonul electromagnetic se compune din bucșele *4* și *5* între care se găsește bobina *9*. Alimentarea bobinei cu curent continuu are loc prin inelul colector *3*, prevăzut cu o bornă de grafit. Aceste elemente sînt izolate față de bucșa exterioară *4*, prin garniturile de textolit *8*. Stabilitatea procesului de lucru se asigură prin deplasarea centrului de rotație C al inelului de rectificat *1* în raport cu centrul de rotație O al platoului *2*, cu mărimile corespunzătoare Δx și Δy, precum și prin alegerea corespunzătoare a valorilor unghiulare α și β. Discul de rectificat *12* are același sens de rotație ca și inelul de rectificat *1*.

În această lucrare se determină pe cale teoretică și experimentală condițiile necesare de reducere a transferului erorii de bazare pe suprafața prelucrată.

---

[1]) Prezentată la sesiunea științifică a Academiei Militare din București, din 16—17 mai 1972.

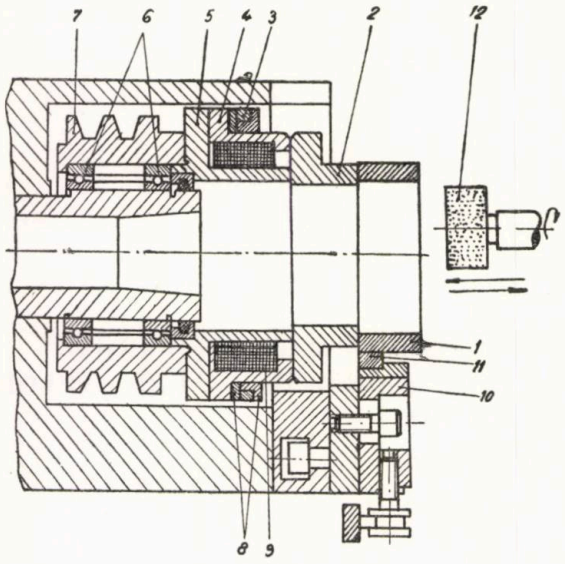


Fig. 1

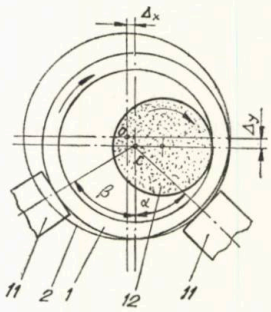


Fig. 2

2. Consideraţiuni teoretice privind transferul erorii de bazare

Valorile unghiulare α şi β influenţează hotărîtor nu numai stabilitatea procesului de lucru ci şi ordinul de mărime al transferului erorii de bazare pe suprafaţa prelucrată. Din acest ultim punct de vedere, considerăm reprezentarea grafică din fig. 3.

În timpul rotirii inelului de rectificat, în dreptul reazemelor m şi n pot ajunge alternativ proeminenţe sau goluri de pe suprafaţa de bazare. Dacă presupunem că în dreptul reazemului m ajunge o proeminenţă, inelul va fi deplasat în lungul razei vectoare $\overline{Om}$ cu mărimea vectorială **K**. Însă, datorită menţinerii contactului în n, centrul de rotaţie O al inelului se va deplasa pe o direcţie perpendiculară pe raza vectoare $\overline{On}$ cu mărimea vectorială **M**.

Proiecţia vectorului **M** pe direcţia $\overline{Om}$ va fi egală cu modulul vectorului **K**, adică $K = M \cos (K, M)$, de unde rezultă

$$M = \frac{K}{\sin (\alpha + \beta)}. \tag{1}$$

Dar, vectorul **M** poate fi descompus după direcţiile Ox şi Oy, obţinînd în acest fel coordonatele de deplasare ale centrului de rotaţie O al inelului din poziţia iniţială,

$$M_x = -\frac{K \cos \beta}{\sin (\alpha + \beta)} \tag{2}$$

și respectiv

$$M_y = \frac{K \sin \beta}{\sin (\alpha + \beta)}. \tag{3}$$

Semnul (—) în relația (2) are semnificația că se consideră pozitivă deplasarea pe orizontală a centrului de rotație a inelului, care îl îndepărtează de centrul de rotație al discului abraziv.

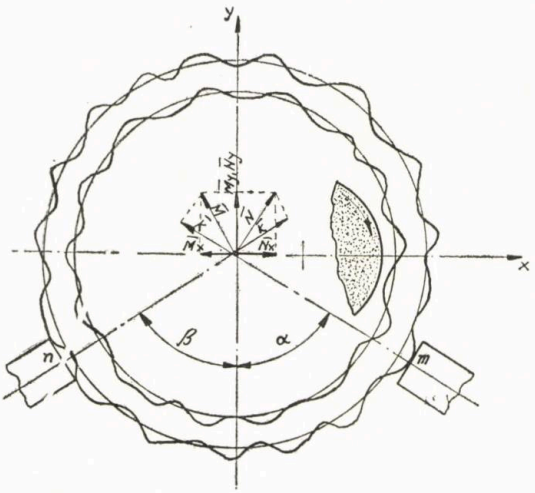


Fig. 3

În mod analog se pot determina coordonatele de deplasare a centrului de rotație O al inelului de rectificat în raport cu poziția inițială, cînd proeminența respectivă ajunge în dreptul reazemului n :

$$N_x = \frac{K \cos \alpha}{\sin (\alpha + \beta)} \tag{4}$$

și respectiv

$$N_y = \frac{K \sin \alpha}{\sin (\alpha + \beta)}. \tag{5}$$

Suprafața de bazare poate fi considerată o curbă cu centrul de simetrie de ordin n ($n \geqslant 2$), astfel că ecuația ei de definiție poate fi scrisă sub forma unei serii Fourier :

$$R = R_0 + \sum \Delta R_n = R_0 + \sum_{n=2}^{\infty} A_n \cos n(x + \theta_n), \tag{6}$$

unde R_0 este o constantă care reprezintă raza unui cerc perfect cu centrul în O ; A_n — amplitudinea armonicii de ordin n ; θ_n — unghiul de defazare inițială a armonicii de ordin n ; x — unghiul curent.

Dar și suprafața prelucrată poate fi considerată o curbă de ordin n ($n \geqslant 2$), cu ecuația de definiție

$$r = r_0 + \sum \Delta r_n = r_0 + \sum_{n=2}^{\infty} a_n \cos n(x + \psi_n). \tag{7}$$

Analiza transferului erorii de bazare pe suprafața prelucrată poate fi efectuată mai simplu dacă se consideră numai armonica de ordin n ($n \geqslant 2$) și se neglijează unghiul de defazare θ_n. De asemenea, se neglijează și influența oscilațiilor centrului de rotație a inelului de rectificat în lungul axei Oy asupra preciziei de prelucrare, deoarece acestea introduc erori avînd un ordin de mărime neglijabil.

Cu aceste considerații, din relațiile (6) și (7) rezultă

$$\Delta R_n = A_n \cos nx \tag{8}$$

și respectiv

$$\Delta r_n = a_n \cos n\,(x + \psi_n). \tag{9}$$

Din relațiile (2) și (4) mai rezultă

$$\Delta r_n = \Delta R_n \frac{\cos \alpha + \cos \beta}{\sin (\alpha + \beta)}; \tag{10}$$

efectuînd înlocuirile necesare se obține

$$\Delta r_n = A_n \frac{\cos \beta \cos nx + \cos \alpha \cos n(x + \varphi)}{\sin (\alpha + \beta)}. \tag{11}$$

Din relația (11) rezultă că eroarea suprafeței prelucrate se reprezintă ca suma a două vibrații armonice coliniare, defazate cu unghiul $\varphi = \alpha + \beta$ și definită deci tot de ecuația unei vibrații armonice (9).

Parametrii vibrației armonice rezultante, definită de ecuația (9), pot fi determinați fie prin dezvoltarea ecuației (11) și identificarea coeficienților lui cos nx și sin nx, fie folosind metoda grafică a lui Fresnel, din care rezultă

$$a_n = A_n \frac{\sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos n(\alpha + \beta)}}{\sin (\alpha + \beta)} \tag{12}$$

și respectiv

$$\psi_n = \frac{\varphi}{2} - \frac{1}{n} \operatorname{arctg}\left[\operatorname{tg} \frac{\alpha + \beta}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha - \beta}{2} \operatorname{tg} \frac{n(\alpha + \beta)}{2}\right]. \tag{13}$$

Dar, relația (12) poate fi pusă sub forma

$$C_n = \frac{a_n}{A_n} = \frac{\sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos n(\alpha + \beta)}}{\sin (\alpha + \beta)}, \tag{14}$$

care permite discutarea condiţiilor în care $C_n < 1$, $C_n = 1$, $C_n > 1$, adică a condiţiilor în care eroarea de bazare se copie la o scară mai mică, egală, sau mai mare pe suprafaţa prelucrată. După efectuarea calculelor necesare, se ajunge la condiţiile :

$$
\begin{aligned}
&C_n < 1, \quad \text{dacă} \quad \cos(\alpha + \beta) < -\cos n(\alpha + \beta),\\
&C_n = 1, \quad \text{dacă} \quad \cos(\alpha + \beta) = -\cos n(\alpha + \beta),\\
&C_n > 1, \quad \text{dacă} \quad \cos(\alpha + \beta) > -\cos n(\alpha + \beta).
\end{aligned} \tag{15}
$$

De obicei, în practică $\alpha + \beta = (\pi/2) + (10...20)°$, pentru care rezultă $\cos(\alpha + \beta) = -(0{,}17365...0{,}34202)$ şi deci, pentru ca $C_n < 1$, este necesară condiţia $\cos n(\alpha + \beta) < 0{,}17365 ... 0{,}34202$. De aici, dependenţa raportului C_n de numărul ondulaţiilor n de pe suprafaţa de bazare. De asemenea, trebuie ţinut seama şi de corelaţia dintre unghiurile α şi β, deoarece dacă $\alpha = \pi/2$ (cum se foloseşte actualmente în cele mai multe cazuri) totdeauna $C_n = 1$, indiferent de suma $\alpha + \beta$.

3. Rezultate experimentale

Pe baza concluziilor teoretice prezentate mai sus, a fost realizat practic un dispozitiv special tipizat, care permite variaţia continuă a unghiurilor α şi β. Acesta a permis efectuarea unor încercări experimentale adecvate, care pun în evidenţă concordanţa dintre concluziile teoretice şi rezultatele practice obţinute la rectificarea inelelor de rulmenţi.

Rezultatele experimentale obţinute sînt concretizate în reprezentările grafice din fig. 4, 5 şi 6, trasate pe Talyrond. În fig. 4 se prezintă diagramele obţinute la rectificarea interioară a inelului 2 (cota internaţională)

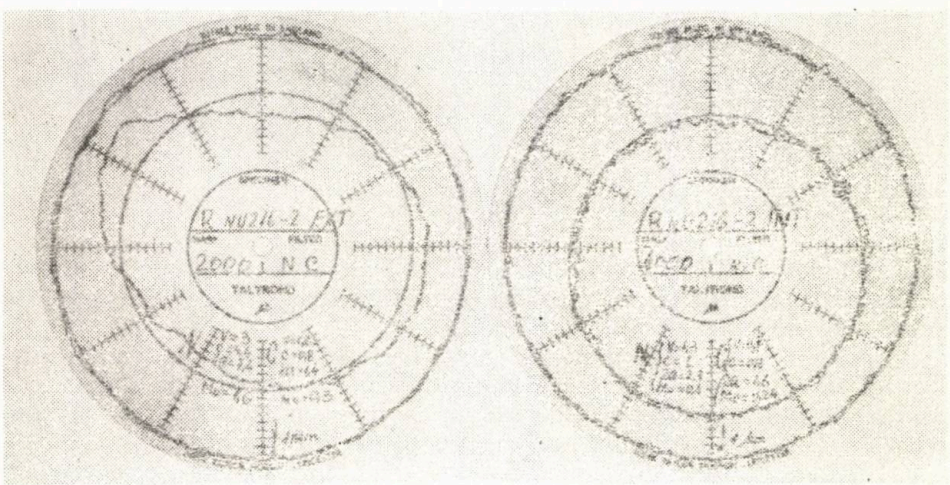


Fig. 4

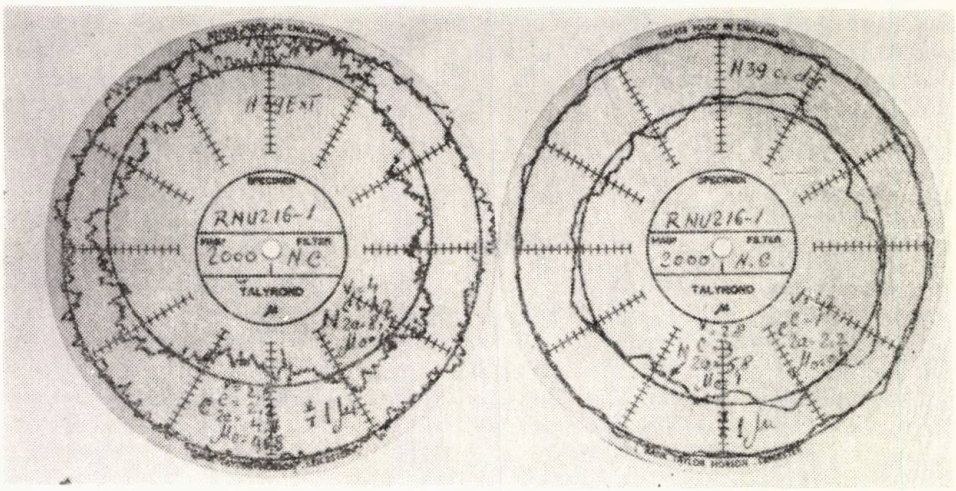


Fig. 5

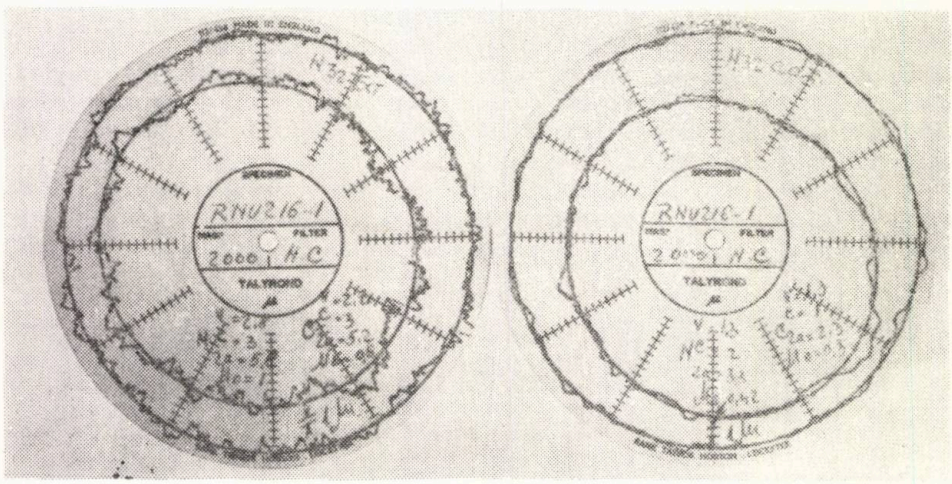


Fig. 6

de la rulmentul NU 216. Se observă că abaterile de formă de la 7,4 μm de pe suprafața de bazare se transferă la mărimea de 2,3 μm pe suprafața prelucrată, măsurate cu filtru normal.

În fig. 5 și fig. 6 se prezintă diagramele obținute la rectificarea interioară a inelului *1* (calea de rulare) de la rulmentul NU 216. Și în acest caz se observă că transferul erorii de bazare se face de la 8,2 μm la 5,8 μm, respectiv de la 5,8 μm la 3,3 μm, măsurate tot cu filtru normal.

În toate cazurile reglarea mașinii de rectificat a avut loc la unghiurile $\alpha = 70°$ și $\beta = 35°$.

4. Concluzii

Cercetările teoretice și experimentale, prezentate mai sus, pun în evidență posibilitatea reducerii ordinului de mărire al transferului erorii de bazare pe suprafața prelucrată, la rectificarea interioară fără centre cu bazarea semifabricatelor pe reazeme fixe.

Această reducere depinde de valorile unghiulare α și β folosite la reglarea mașinii de rectificat, precum și de numărul ondulațiilor n de pe suprafața de bazare, introduse de operațiile tehnologice prealabile rectificării.

Primită la 9 octombrie 1972

Institutul politehnic, Iași,
Laboratorul de tehnologia
construcției de mașini

BIBLIOGRAFIE

1. Алперович Т. А., *Теория копирования погрешностей базовой поверхности при внутреннем бесцентровом шлифовании.* Станки и Инструмент, *5* (1966).
2. Bayley G. A., *Shoe Grinding on a Plain Cylindrical Machine.* Machinery (England), **112**, *2893* (1968).
3. Gyrney J. P., *An Analysis of Centreless Grinding.* Trans. of the ASME, Series **B**, *2* (1964).
4. Kokuda H., *The efect of Outside Roundness Errors on the Internal Surface Errors Form of Centreless Grinding Machines.* Seimitzu Kikai (Japan), **25**, *12* (1959).
5. Mac Kenzie R. V., *Centreless Grinding with Shoes, Disks and Rollers.* Machinery (SUA) **75**, *2* (1968).
6. Picoș C. ș. a., *Tehnologia construcției mașinilor-unelte.* Lit. Inst. polit. Iași, 1970.
7. Reeka D., *Zusammenhang zwischen Schleifspaltgeometrie, Bearbeitungsbeidingungen und Rundheitsfehler beim spitzenlosen Schleifen.* Ind. Anz. (RFG), **90**, *24* (1968).
8. Rowe W. B., *Some Studies of the Centreless Grinding Process.* Dissertation, University of Manchester, 1964.
9. Шулман Х. Х., *Шлифование на неподвижных опорах.* Машиностроитель (СССР) *8* (1964).

EFFECT OF ERRORS INTRODUCED BY INTERNAL CENTRELESS GRINDING

(Summary)

The aim of the paper is to determine the theoretical and practical conditions necessary for the adjustment of internal centreless shoe grinding machines (the microcentric method) so as to minimize the mechanical processing error caused by external surface errors. The first part deals with the essence of the internal centreless shoe grinding method. The second presents a mathematical model for evaluating the effect of the external surface errors on the processed internal surface. The third part describes a few experiments carried out on the adopted mathematical model. In the end a number of general conclusions are given.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 1—2, 1973
Secția IV
MECANICĂ, TEHNICĂ

C. Z. 621.92

CERCETĂRI PRIVIND INFLUENȚA CONDIȚIILOR DE AȘCHIERE ASUPRA GENERĂRII ȘI EVOLUȚIEI AUTOOSCILAȚIILOR LA RECTIFICARE[1])

DE

COSTACHE DRUȚU și SILVIA DRUȚU

1. Introducere

Deformațiile elastice ale structurii mașinii de rectificat, cauzate de forțele interne sau externe sistemului tehnologic mașină-sculă-dispozitiv-piesă (MSDP) sînt, de cele mai multe ori, principala cauză a abaterilor dimensionale, de formă sau poziție ale suprafețelor rectificate. Efectul forțelor constante din sistem poate fi evitat printr-un reglaj inițial ce ține seama de valoarea deformațiilor elastice posibile. Efectul variației forțelor sau a caracteristicilor sistemului în timpul prelucrării unei piese, sau lot de piese, nu mai poate fi înlăturat, decît prin complicate construcții ale mașinii de rectificat, deocamdată inaplicabile în practica industrială. În funcție de raportul în care se află frecvențele deplasărilor elastice și de rotație ale piesei, abaterile care rezultă vor afecta forma în secțiune longitudinală (conicitate, formă butoi sau mosor etc.) sau forma în secțiune transversală (ovalitate, poligonalitate, ondulații).

Structura elastică a mașinii de rectificat formează un sistem cu mai multe grade de libertate care, însă, pentru analiza vibrațiilor ce influențează precizia de prelucrare, se poate reduce la un sistem linearizat cu două mase oscilante, cu două grade de libertate (fig. 1).

Pe fig. 1 s-a notat : m_1, h_1, k_1 — masa, coeficientul de amortizare și constanta elastică a subansamblului discului abraziv; m_2, h_2, k_2 — masa, coeficientul de amortizare și constanta elastică a subansamblului piesei ; x_1 și x_2 — variațiile deplasărilor celor două subansamble ; F_1 și F_2 — forțele perturbatoare ce acționează asupra celor două subansamble ; n_1 — turația discului abraziv ; n_2 — turația piesei ; c_P — coeficientul de proporționalitate între componenta radială P a forței de așchiere și adîncimea de așchiere a.

În analiza comportării sistemului dinamic al mașinii-unelte s-au conturat două căi de abordare matematică, și anume o tratare în domeniul timp, ca în metodele T o b i a s, F i s h w i k [12], S w e e n e y [10], T l u s t i și P o l a c e k [11], P l a i n e v a u x [6], G u r n e y [3], și o tratare după teoria reglării automate, în domeniul variabilei complexe, prin transformarea Laplace, ca în metodele K u d i n o v [5], B a r t a l u c c i, L i s i n i i

---

[1]) Prezentată la sesiunea științifică a Institutului politehnic din Galați, din 26—28 mai 1972.

[1], Shiozaki Susumu, Miyashita Masakazu [9]. În primul grup de metode, analiza stabilității sistemului revine la analiza stabilității soluțiilor unui sistem de ecuații diferențiale prin aplicarea principiilor clasice, de obicei în forma criteriului algebric Routh-Huwitz. În al doilea grup de metode stabilitatea sistemului este cercetată aplicînd criteriul frecvențial Nyquist.

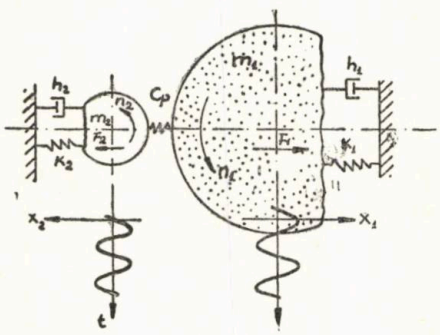


Fig. 1

2. Schema-bloc

Indiferent de modul de abordare matematică a sistemului dinamic al mașinii de rectificat, toți cercetătorii sînt de acord în a considera „efectul regenerativ" formulat de R. S. Hahn ca fiind cauza instabilității sistemului, deci cauza apariției autooscilațiilor.

În fig. 2 este reprezentată schema-bloc a unui sistem parțial al mașinii de rectificat în care s-a luat în considerație „efectul regenerativ" cauzat de înscrierea ondulațiilor pe discul abraziv și revenirea acestora în procesul de așchiere.

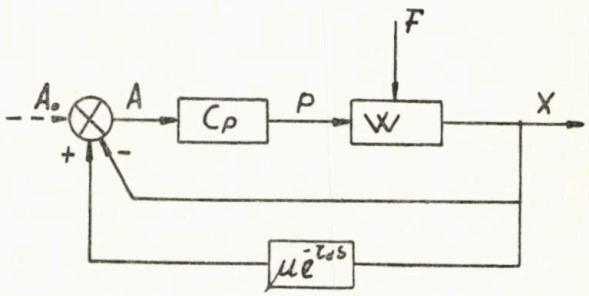


Fig. 2

Pe fig. 2 s-a notat cu A_0, A, P, F, X imaginile Laplace ale variației adausului de prelucrare pe prima trecere $a_0(t)$, adîncimii de așchiere $a(t)$, componentei radiale a forței de așchiere $P(t)$, forței perturbatoare $F(t)$

și deplasării $x(t)$; $W = (ms^2 + hs + k)^{-1}$ — funcția de transfer a sistemului elastic parțial; τ_d — timpul unei rotații a discului abraziv; μ — coeficientul de proporționalitate între variația deplasării și ondulația înscrisă pe disc; s — variabila complexă.

Considerînd ca parametru de intrare un perturbator oarecare $F(t)$ și ca parametru de ieșire deplasarea provocată $x(t)$, se poate scrie funcția de transfer a sistemului închis

$$\Phi = \frac{X}{F} = \frac{1/c_P}{1/(Wc_P) + (1 - \mu e^{-\tau_d s})}. \tag{1}$$

În analiza stabilității, deci a condițiilor de apariție a autooscilațiilor, se va considera ecuația caracteristică

$$C(s) \equiv \frac{ms^2 + hs + k}{c_P} + (1 - \mu e^{-\tau_d s}), \tag{2}$$

ale cărei rădăcini cvasipozitive vor da modurile instabile de oscilație.

Pentru a se stabili condițiile în care pot exista asemenea rădăcini se vor trasa curbele limită $s = j\omega$. Se construiește astfel diagrama S a t c h e (fig. 3).

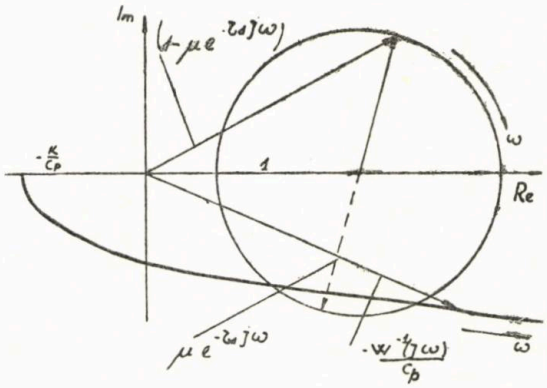


Fig. 3

În experimentările făcute în Laboratorul de mașini-unelte al Institutului politehnic din Iași, frecvența autooscilațiilor apărute este mult mai mare decît frecvența de rotație a piesei. Efectul ondulațiilor înscrise pe piesă este neglijabil, rămînînd activ efectul regenerativ legat de discul abraziv.

Posibilitatea existenței rădăcinilor cvasipozitive pentru ecuația caracteristică (2) rezultă din intersecția curbei $-W^{-1}(j\omega)/c_P$ cu cercul $(1 - \mu e^{-\tau_d j\omega})$.

După cum se vede, apropierea curbei de cerc, și deci posibilitatea apariției autooscilațiilor, se poate produce prin micșorarea părții imaginare a funcției complexe — $W^{-1}(j\omega)/c_P$, cît și prin creșterea lui μ, a cărui valoare maximă poate fi egală cu unitatea. Valorile absolute ale părții imaginare a funcției — $W^{-1}(j\omega)/c_P$ scad odată cu reducerea coeficientului de amortizare h și cu creșterea constantei de proporționalitate c_P. Valoarea lui h depinde de construcția mașinii de rectificat. Valorile lui c_P și μ depind de parametrii regimului de lucru, de caracteristicile discului abraziv și de regimul de îndreptare a discului abraziv.

În lucrarea de față se cercetează modul în care acești factori influențează prin c_P și μ apariția și evoluția autooscilațiilor. Cercetări în domeniul apariției autooscilațiilor au mai fost efectuate de L. Deac [2], Ychiro Inazachi [4], Bartalucci [1], Kudinov [5], Shiozaki Susumu [9] care au remarcat aspecte privind mecanismul producerii autooscilațiilor.

Cercetările făcute la Catedra de mașini-unelte, atît teoretice cît și experimentale, folosind o instalație și o metodologie proprie, ne-au permis formularea unor concluzii care, adăugate la cele deja cunoscute, pot da o imagine mai completă asupra modelării proceselor instabile în sistemul dinamic și, de asemenea, unele concluzii ce pot fi utile pentru practică, privind modul în care condițiile de lucru influențează intervalul pînă la apariția autooscilațiilor pentru a se dispune de un de timp cît mai mare în care să se obțină o bună calitate a suprafeței rectificate.

3. Rezultatele cercetării

Instalația folosită pentru cercetarea apariției și evoluției autooscilațiilor montată pe mașina de rectificat exterior KU 250, este prezentată în fig. 4. Inelele ce se rectifică sînt fixate în dispozitivul *1*, componenta radială a forței de așchiere este sesizată de dinamometrul *2* cu puntea tensometrică *3*, semnalele captoarelor de vibrații *4* și *5* montate pe cele două subansambluri, amplificate în amplificatorul *6*, sînt vizualizate la osciloscopul cu două spoturi *7*.

În fig. 5 este reprezentată una din imaginile fotografiate la osciloscop unde se văd vibrațiile suportului discului abraziv (jos) și ale dispozitivului piesei (sus). Pe vibrograma de sus se văd autooscilațiile cu frecvența de 950 Hz suprapuse peste vibrațiile existente de la începutul rectificării. Frecvența autooscilațiilor este cu puțin inferioară frecvenței proprii de 1 000 Hz a subansamblului respectiv, determinată prin înregistrarea unui răspuns la șoc, ceea ce concordă cu concluziile teoretice.

Pe fig. 6 *a* este prezentată una dintre diagramele abaterilor de la circularitate a discului abraziv, la apariția autooscilațiilor. În fig. 6 *b* este prezentată o diagramă a abaterilor de la circularitate a suprafeței rectificate în prezența autooscilațiilor, înregistrată la aparatul Talyrond. Ținînd

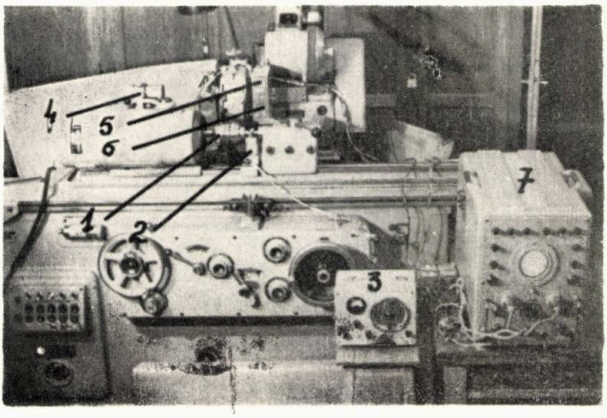


Fig. 4

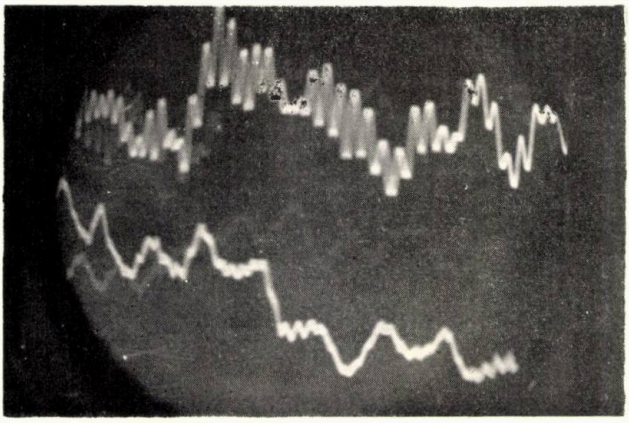
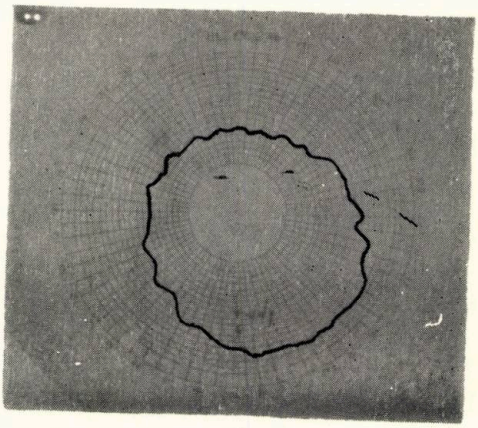
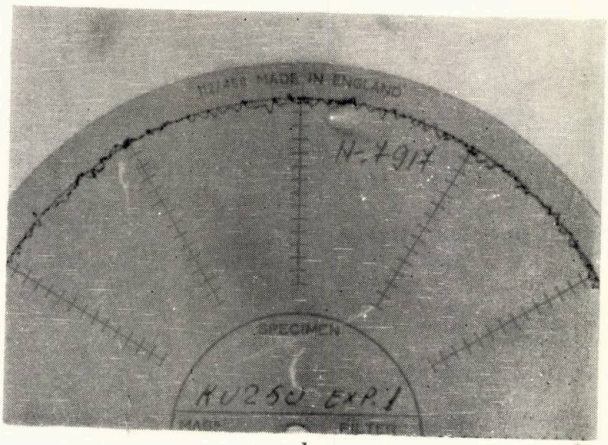


Fig. 5



a



b

Fig. 6

seama de frecvențele de rotație ale discului abraziv și respectiv piesei, se constată prezența în spectrul ondulațiilor a celor provocate de autooscilații. Înălțimea ondulațiilor pe piesă datorate autooscilațiilor este foarte mică (0,7 μm) deoarece ele reprezintă, așa cum a arătat Shiozaki Susumu [9] și Fr. Sagyebo [8], înfășurătoarea pozițiilor succesive ale discului abraziv.

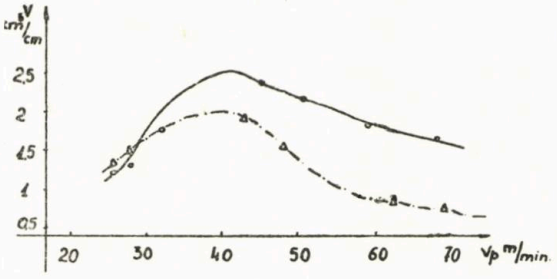


Fig. 7

În graficul din fig. 7 sînt prezentate rezultatele a două serii de experimentări făcute cu discul abraziv Rubin 60 K. S-au rectificat inele de rulmenți din Rul 1 tratate termic $H_{RC} = 60...62$, cu lățimea de 46 mm. Parametrul care a fost ales pentru a caracteriza rezerva de stabilitate a sistemului pînă la apariția autooscilațiilor este volumul maxim de metal așchiat pe unitatea din lățimea discului. Valorile mai mici ale volumului așchiat la al doilea experiment se pot explica prin valorile mai mici ale avansului transversal.

Aspectul variației volumului așchiat cu viteza de avans circular este explicabil dacă ținem seama că sporirea acestei viteze duce la intensificarea procesului de regenerare a discului abraziv, proces care însă, peste o anumită viteză, nu mai reușește să evite creșterea apreciabilă a componentei radiale, ceea ce se traduce prin creșterea lui c_P și astfel sistemul este împins mai repede spre instabilitate.

Existența unui maxim pentru volumul rectificat pînă la apariția autooscilațiilor poate fi importantă pentru practică și ar solicita determinări experimentale pentru fiecare complex de condiții de așchiere în vederea stabilirii vitezei optime.

În graficul din fig. 8 sînt prezentate rezultatele experimentărilor cu avans transversal variabil. Condiții de lucru : disc Rubin 60 K, lățimea de rectificare 46 mm, regim de îndreptare 30 μm ; 10 μm ; 5 μm, $v_t = 9$ cm/min, $v_p = 25{,}4$ m/min.

Se poate afirma deci că o intensificare a regimului de așchiere, în special prin sporirea avansului transversal, are un efect pozitiv prin creșterea volumului de metal așchiat pînă la apariția autooscilațiilor.

Cum era de așteptat, s-a constatat că regimul de îndreptare, cu adîncimi mari, a discului abraziv are o influență pozitivă asupra volumului maxim de metal așchiat. Rezultatele sînt prezentate în tabelele 1 și 2.

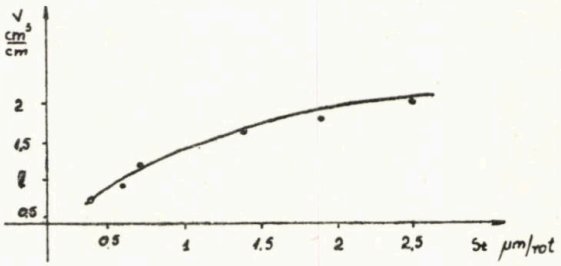


Fig. 8

Tabelul 1

Nr. crt.	Regimul de îndreptare	v_i cm/min	v cm³/cm
1	30 — 10 — 5 μm	9	1,63
2	40 — 20 — 10 μm	9	1,91
3	50 — 20 — 10 μm	9	2,00
4	70 — 30 — 10 μm	9	2,50
Disc 60 K, lățimea de rectificare 46 mm, v_p = 25,4 m/min, s_t = 1 μm/rot			

Tabelul 2

Nr. crt.	Regimul de îndreptare	v_i cm/min	v cm³/cm
1	40 — 20 — 10 μm	9	2,77
2	50 — 30 — 10 μm	9	2,90
3	100 — 30 10 μm	9	3,14
4	150 — 30 — 10 μm	9	6,37
Disc 60 M, lățimea de rectificare 40 mm, v_p = 45,5 m/min, s_t = 0,6 μm/rot			

Concluzia care se poate trage în urma acestor experimentări este că, periodic, sînt necesare îndreptări mai adînci ale discului abraziv, între care îndreptările pot fi mai mici, fără a se afla sub o valoare minimă ce depinde de discul abraziv.

S-au făcut experimentări pentru a se constata influența caracteristicilor discului abraziv asupra duratei pînă la apariția autooscilațiilor. În tabelul 3 sînt prezentate rezultatele experimentărilor cu trei discuri abrazive la inele cu lățimea de 40 mm.

Diferențele relativ mari între volumele maxime ce au putut fi rectificate nu pot fi puse numai în legătură cu duritatea discului ci și cu o serie de alte caracteristici între care natura materialului abraziv joacă un rol important. În această direcție pare a fi necesar un test efectuat fie de producători, fie de beneficiari privind comportarea discului abraziv față de generarea autooscilațiilor.

Tabelul 3

Disc abraziv	Regimul de îndreptare	v_p m/min	s_t μm/rot	V cm³/cm
60 K	40 — 20 — 10 μm	42,5	0,6	4,13
60 K	100 — 30 — 10 μm	42,5	0,6	4,33
60 L	40 — 20 — 10 μm	42,5	0,7	5,00
60 L	100 — 30 — 10 μm	42,5	1,0	6,90
60 M	40 — 20 — 10 μm	42,5	0,5	2,77
60 M	100 — 30 — 10 μm	42,5	0,5	6,37

Cum era de așteptat creșterea lățimii de rectificare reduce durata pînă la apariția autooscilațiilor, ca în tabelul 4.

Tabelul 4

Lățimea de rectificare mm	Disc abraziv	Regimul de îndreptare	v_p m/min	s_t μm/rot	V cm³/cm
40	60 K	40 — 20 — 10 μm	42,5	0,6	4,13
	60 L	40 — 20 — 10 μm	42,5	0,6	5
46	60 K	40 — 20 — 10 μm	42,5	0,6	1,91
	60 L	40 — 20 — 10 μm	42,5	0,6	4,13

Se impune soluția ca la sistemele tehnologice MDSP, de la început instabile, să se reducă lățimea de rectificare pentru a se dispune de o durată de timp acceptabilă pentru rectificare.

4. Concluzii

1. Sistemul tehnologic la rectificare este aproape de starea de instabilitate în cele mai multe situații normale, dar această situație nu poate fi considerată supărătoare în cazurile în care ondulațiile sau aspectul piesei nu au o importanță deosebită.

2. Cînd însă suprafeței rectificate i se impun restricții asupra ondulațiilor este important a se cunoaște condițiile în care se poate rectifica fără apariția autooscilațiilor.

Primită la 15 iunie 1972

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini-unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Bartalucci B., Lisini G. G., *Grinding Process Instability.* Trans. of the ASME, ser. B, **91**, *3* (1969).
2. Deac L., *Contribuţii la studiul preciziei la rectificare.* Teză, Institutul politehnic din Cluj.
3. Gurney J. P., Tobias S. A., *A Graphical Analysis of Regenerative Machine-Tool Instability.* Trans. of the ASME, ser. B, *1*, **84** (1962).
4. Inazaki I., Yonetsu S., *Surface Wawes Generated on the Grinding Wheel.* Bul. of JSME, **11**, *47* (1968) ; **12**, *50* (1969).
5. Кудинов В. А., Тодоров Н. Т., *Закономерности развития колебаний и волнистости круга изделия при врезном шлировании.* Станки и инструмент, *2* (1970).
6. Plaienevaux J. E., *Théorie du broutement dans les opérations de rectification cylindrique.* Rev. gén. de mécanique, *94* (1956) ; *98* (1957).
7. Pluhar L., Polacek M., *Lo stato attuale delle ricerche relative alle vibratione autoeccitate nelle operazione di rettifica.* Macchine, *9* (1965).
8. Sagyebo Fr., *Contribuţii la determinarea preciziei de prelucrare prin rectificare.* Teză, Institutul politehnic din Cluj.
9. Susumu S., Masakazu M., *Generation and Growing Up Process of Self-Excited Chater Vibration in Grinding.* Bul. of the JSME, **13**, *63* (1970).
10. Sweeney G., Tobias S. A., *Un metodo algebrico per la determinazione della stabilita dynamica delle macchine utensili.* Macchine, *5* (1965).
11. Tlusti J., Polacek M., *Teoria autooscilaţiilor care apar în timpul prelucrării şi calculul de stabilitate al maşinilor-unelte şi scule.* IDT, Buc., *3—4* (1956).
12. Tobias S. A., *Machine-Tool Vibration.* Blackie, London, 1967.

ИССЛЕДОВАНИЯ ВЛИЯНИИ УСЛОВИЕМ РЕЗАНИЯ НА ПРОИЗВЕДЕНИИ И РАЗВИТИИ АВТОКОЛЕБАНИЯ ПРИ ШЛИФОВАНИИ

(Резюме)

Динамическая система при шлифовании находится в близи неустоичивой состоянии из-за существовании обратных связей с запаздыванием, откуда и следует практическая полезность исследования условием резания которые продолжают шлифовании без наличии автоколебании.

В этом работе, после представление механической модели и блок схемои присоединеные динамическими системи станка, излагается результаты экспериметов сделаны в лаборатории станков политехнического института из Яссы относительно влияний условием резания на обём металла удалён до наличии автоколебания.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 1—2, 1973
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.941 ; 621—50

STUDIU PRIVIND UN SISTEM DE URMĂRIRE HIDRAULIC INTERESANT UTILIZAT PE UN STRUNG DE COPIAT AL FIRMEI G. F. (I)

DE

I. CONDREA

1. Introducere

În construcția de mașini-unelte de copiat care utilizează sisteme de urmărire hidraulice (SUH), cele mai obișnuite sînt sistemele cu astatism de ordinul întîi după acțiunea de comandă (deplasare), fiind sisteme statice (de poziție) după perturbație (forța de așchiere). Astfel de sisteme sînt simple, cu fiabilitate ridicată. Sînt de tipul cu sertar cu 1, 2 sau 4 muchii.

Avînd un domeniu larg de utilizare, astfel de sisteme prezintă inconvientele :

a. existența erorilor de copiere în funcție de sarcină și viteza de urmărire, ceea ce limitează domeniul de aplicabilitate la viteze de urmărire mici (este dificilă copierea profilelor transversale) și la prelucrări de degroșare și semifinisare ;

b. dificultatea realizării unui regim termic stabil datorită debitelor mari prin sertar, ceea ce introduce noi erori ;

c. existența fenomenului de obliterație a fantelor mici (la debite mici), ceea ce reduce precizia la viteze mici de urmărire ;

d. imposibilitatea folosirii unor sertare cu acoperire negativă importantă și a presiunilor înalte, din considerente de stabilitate, impunînd mecanisme de execuție grele cu consecințe privind viteza de reacție și eroarea de copiere.

Experiența unor fabrici de mașini-unelte de copiat și utilizarea metodelor moderne de analiză și sinteză a sistemelor de urmărire, oferite de teoria comenzii automate, au permis construcția unor mașini-unelte cu SUH mai complexe. În literatura de specialitate [1] ... [3] sînt prezentate sisteme cu astatism de ordinul doi. Acestea nu prezintă inconvientele enumerate mai sus, putînd fi utilizate pentru orice fel de prelucrare prin așchiere (strunjire, frezare, rectificare), în realizarea unor mașini de copiat cu una sau două coordonate, cu viteze de urmărire și sarcini mici sau mari, realizînd o precizie ridicată a prelucrării. Dacă la sistemele cu astatism de ordinul întîi rezerva de stabilitate este în general destul de mare [4], aceasta poate constitui o problemă în cazul sistemelor cu astatism de ordin superior. Un sistem „intermediar" este folosit de firma „Georges Fischer" pe un strung de copiat (fig. 1).

Elementele principale ale sistemului sînt : sertarul cu o muchie activă *1* (sertar pilot, primul etaj de amplificare), sertarul cu 3 muchii de construcție specială *2*, și mecanismul de execuție (cilindru diferențial). Sania, solidară cu cilindrul mobil, este în echilibru sub acțiunea forței rezultante R și a forțelor datorite presiunilor p_1 (în camera cu tijă) și p_2 (în camera fără tijă). Sertarul *2* realizează fantele f_1 , f_2 și f_3 și se află în echilibru sub acțiunea forței arcului $F + ky$ și a presiunilor p_1' și p_2' din camerele a_1 și a_2. Camerele A_1 și a_1 comunică prin droselul de secțiune ajustabilă f', iar camerele A_2 și a_2, prin droselul fix de secțiune f''. Sertarul pilot realizează fanta f_0, proporțională cu deplasarea palpatorului

(mărimea de intrare). La viteză nulă, $f_0 > 0$, $f_1 > 0$, $f_2 \geqslant 0$, $f_3 \geqslant 0$, ultimele două putînd fi realizate chiar cu o anumită acoperire. Pe circuitul pompă $-f_1 - A_1 - f_0 -$ rezervor se stabilește un curent de lichid. De asemenea, cînd $f_2 > 0$ și $f_3 > 0$, se stabilește un curent de lichid și pe circuitul pompă $-f_2 - f_3 -$ rezervor. Deplasînd palpatorul în sus, f_0 crește și

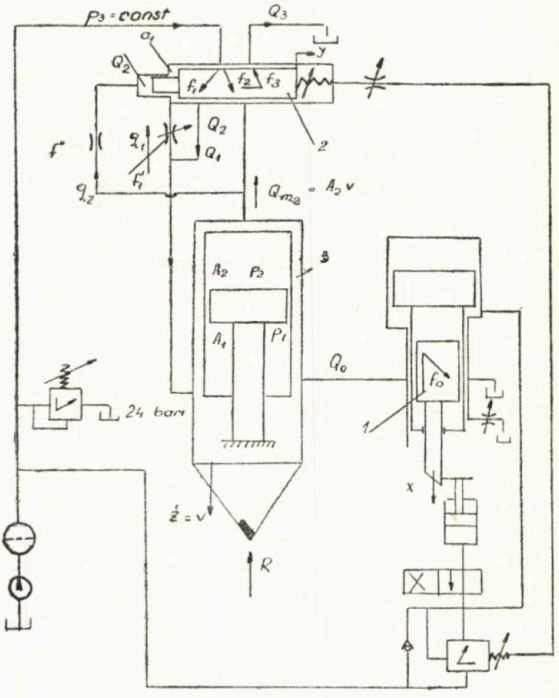


Fig. 1

presiunea p_1 scade, ceea ce duce la scăderea lui p_1' și deci sertarul *2* se deplasează la stînga. Fantele f_1 și f_3 se reduc, iar f_2 crește. Debitul de la pompă spre camera A_2 crește și, de asemenea, din camera A_1 spre rezervor. Cilindrul cu sania se deplasează în sus. Prin legătura inversă negativă principală (corpul sertarului *1* este solidar cu sania) se realizează urmărirea. Sistemul are și o legătură inversă secundară, realizată prin legarea camerelor A_2 și a_2. Creșterea presiunii p_2 ca urmare a acțiunii de comandă, prin deschiderea fantei f_2, provoacă creșterea presiunii p_2' în a_2, și deci deplasarea sertarului *2* în sens invers, anticipînd efectul legăturii inverse principale.

La deplasarea palpatorului în jos, p_1 crește ca urmare a reducerii fantei f_0. În consecință, sertarul *2* se deplasează la dreapta, f_1 și f_3 cresc, iar f_2 scade (sau continuă să rămînă închisă). Debitul spre camera A_1, prin f_1, crește și, de asemenea, din A_2, prin f_3, spre rezervor. Sania se va deplasa în jos. Prin legăturile inverse principală și secundară se realizează urmărirea.

Lucrarea de față își propune un studiu teoretic și experimental al strungului utilizat la F. R. Bîrlad. Se prezintă caracteristicile statice și se stabilesc schema structurală, funcția de transfer și ecuația caracteristică.

2. Caracteristicile statice

Schema funcțională din fig. 1 este echivalentă cu schema în punte din fig. 2. Caracteristicile statice exprimă dependența funcțională dintre eroarea de copiere, viteza de urmărire și sarcina statică aplicată mecanismului de execuție. Pentru simplificare, se neglijează curgerile prin jocurile radiale ale sertarului, iar muchiile sînt considerate ascuțite, fără rotunjiri. Caracteristicile statice rezultă din rezolvarea sistemului de ecuație de continuitate și echilibru static.

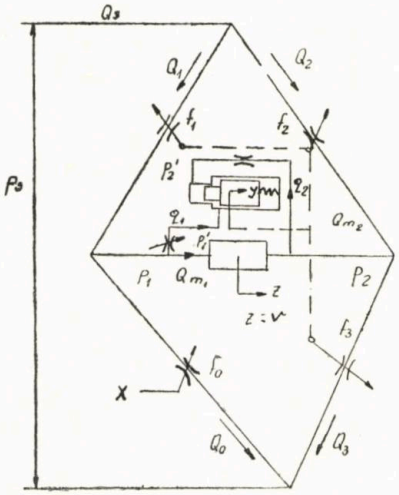


Fig. 2

Fie R — sarcina totală ; v — viteza de urmărire ; p_1, p_2 — presiunile în camerele cu și fără tijă. În regim permanent, $p_1 = p_1'$, $p_2 = p_2'$, $q_1 = q_2 = 0$. La $v = 0$ și $R = 0$, sertarul *1* are o deschidere h_0, iar sertarul *2*, deschiderile h_1, h_2, h_3. Se mai fac notațiile : d_0 — diametrul sertarului *1* ; d_1, d_2 — diametrele mic și mare ale sertarului *2* ; C_d — coeficientul de debit al orificiilor f_0, f_1, f_2, f_3, considerat același ; ρ — masa specifică a uleiului ; p_s — presiunea de alimentare, constantă ; p_1^0, p_2^0 — valorile presiunilor la $v = 0$ și $R = 0$; $A = A_2 = A_1/\alpha$; F — forța arcului sertarului *2* la $v = 0$ și $R = 0$; k — constanta arcului ; H — cursa totală a pistonului.

Debitele prin cele patru orificii sînt date de relațiile :

$$Q_0 = C_d (h_0 - x) \pi d_0 \sqrt{\frac{2}{\rho} p_1}, \tag{2.1}$$

$$Q_1 = C_d (h_1 + y) \pi d_1 \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_s - p_1)}, \tag{2.2}$$

$$Q_2 = C_d\,(h_2 - y)\,\pi d_2 \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_s - p_2)}, \tag{2.3}$$

$$Q_3 = C_d\,(h_3 + y)\,\pi d_2 \sqrt{\frac{2}{\rho}p_2}. \tag{2.4}$$

Din condiția continuității (fig. 1 și 2), rezultă :

$$\alpha A v = Q_1 - Q_0\,, \tag{2.5}$$

$$A v = Q_3 - Q_2\,, \tag{2.6}$$

iar din condiția echilibrului static al cilindrului *3* și sertarului *2*, rezultă:

$$\alpha p_1 - p_2 = \frac{R}{A}\,, \tag{2.7}$$

$$p_1 a_1 + p_2 a_2 = F + k y. \tag{2.8}$$

La $v = 0$ și $R = 0$, $x = y = 0$ și $p_2^0 = \alpha p_1^0$. Din (2.1)...(2.8) rezultă $p_1^0 k_1 = p_2^0 k_2 = p_s/2$, $\alpha = k_1/k_2$, $F/p_s = (a_1/2k_1) + (a_2/2k_2)$, unde

$$2k_1 = 1 + \left(\frac{h_0 d_0}{h_1 d_1}\right)^2 \quad \text{și} \quad 2k_2 = 1 + \left(\frac{h_3}{h_2}\right)^2.$$

Au rezultat anumite relații între diverșii parametri constructivi și funcționali.

Va fi examinat modelul liniarizat al sistemului. Pentru aceasta se ac următoarele ipoteze : nu se manifestă fenomenul de mers sacadat (stik-li p), deviațiile coordonatelor de la valorile de regim sînt mici, procesele ondulatorii în conducte (fiind scurte) se neglijează, supapa de presiune maximă la intrare în sistem este practic fără inerție și menține constantă presiunea în timpul proceselor tranzitorii, adică frecvența proprie a supapei este superioară ca ordin de mărime frecvenței proprii a SUH. Fără pericolul confuziei, variațiile vor fi notate cu aceleași litere.

Liniarizînd expresiile debitelor (2.1)...(2.4), prin dezvoltare în serie Taylor, rezultă :

$$Q_0 = C_d\,\pi d_0 \sqrt{\frac{2}{\rho}}\left[\frac{h_0}{2\sqrt{p_1^0}}\,p_1 - \sqrt{p_1^0}\,x\right] = C_0\,p_1 - B_0\,x, \tag{2.9}$$

$$Q_1 = C_d \pi d_1 \sqrt{\frac{2}{\rho}}\left[\sqrt{p_s - p_1^0}\;y - \frac{h_1}{2\sqrt{p_s - p_1^0}}\,p_1\right] = B_1\,y - C_1\,p_1\,, \tag{2.10}$$

$$Q_2 = C_d \pi d_2 \sqrt{\frac{2}{\rho}}\left[-\sqrt{p_s - p_2^0}\;y - \frac{h_2}{2\sqrt{p_s - p_2^0}}\,p_2\right] = -B_2\,y - C_2\,p_2 \tag{2.11}$$

$$Q_3 = C_d \pi d_2 \sqrt{\frac{2}{\rho}}\left[\sqrt{p_2^0}\,y + \frac{h_3}{2\sqrt{p_2^0}}\,p_2\right] = B_3\,y + C_3 p_2\,, \tag{2.12}$$

iar (2.8) devine

(2.13) $$p_1 a_1 + p_2 a_2 = ky.$$

Din (2.9)...(2.12), (2.5)...(2.7) și (2.13), rezultă

(2.14) $$v = \frac{1}{\alpha A}\left(B_1 - \frac{C_1 + C_0}{a_1 + \alpha a_2} k\right) y + \frac{B_0}{\alpha A} x - \frac{(C_1 + C_0)\, a_2}{A^2 (a_1 + \alpha a_2)} R = ay + bx - cR,$$

(2.15) $$v = \frac{1}{A}\left(B_3 + B_2 + \frac{C_3 + C_2}{a_1 + \alpha a_2} k\alpha\right) y - \frac{(C_3 + C_2)\, a_1}{A^2 (a_1 + \alpha a_2)} R = dy - eR.$$

Eliminînd y din (2.14) și (2.15) rezultă caracteristica statică

(2.16) $$v = \frac{bd}{d - a} x - \frac{cd - ae}{d - a} R = k_v x - \frac{k_v}{k_R} R.$$

Coeficientul lui x este factorul de amplificare după viteză $k_v = \left|\frac{\partial y}{\partial x}\right|_{R=0} = \frac{bd}{d - a}$, iar k_R este factorul de amplificare după sarcină, $k_R = \left|\frac{\partial R}{\partial x}\right|_{v=0}$.
Se mai numește rigiditatea sistemului. Luînd în considerație raportul de transmitere mecanic al palpatorului, i, eroarea de copiere $\varepsilon = x/i$, și

$$v = k_v \varepsilon i - \frac{k_v}{k_R} R,$$

se obține

(2.17) $$\varepsilon = \frac{v}{ik_v} + \frac{R}{ik_R}.$$

Factorii k_v și k_R sînt importanți în determinarea stabilității, a răspunsului în frecvență și a altor caracteristici dinamice :

(2.18) $$k_v = \frac{B_0}{\alpha A}\left[1 + \frac{\frac{1}{\alpha}\left(B_1 - \frac{C_1 + C_0}{a_1 + \alpha a_2} k\right)}{B_3 + B_2 + \frac{C_3 + C_2}{a_1 + \alpha a_2} k\alpha - \frac{1}{\alpha}\left(B_1 - \frac{C_1 + C_0}{a_1 + \alpha a_2} k\right)}\right].$$

Relația (2.18) pune în evidență faptul constatat din examinarea schemei funcționale, și anume : valva pilot *1* controlează mecanismul de execuție atît direct (primul termen al relației (2.18), cît și prin intermediul valvei *2*, cu care formează o cascadă de două etaje. Factorul de amplificare rezultă ca o funcție complicată de parametrii constructivi și funcționali ai valvelor și mecanismului de execuție.

$$k_v = f(d_0,\ d_1,\ d_2,\ h_0,\ h_1,\ h_2,\ h_3,\ a_1,\ a_2,\ A,\ \alpha,\ \rho,\ p_s)\,.$$

O relaţie destul de complicată rezultă şi pentru rigiditatea globală

$$k_R = \frac{bd}{dc - ae}\,. \tag{2.19}$$

3. Studiul SH în regim dinamic

Precizia şi rigiditatea SUH, definite prin caracteristicile statice, pot fi obţinute numai în condiţiile stabilităţii mişcării. Vom considera modelul liniarizat, neglijînd neliniarităţile importante de tipul frecării uscate, saturaţiei sau de tip releu.

Ecuaţiile de echilibru ale saniei *3* şi plunjerului valvei *2*, conform principiului d'Alembert, sînt :

$$M\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + Nv = \alpha A p_1 - A p_2 - R, \tag{3.1}$$

$$m\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2} + n\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + ky = p_1' a_1 + p_1' a_2\,. \tag{3.2}$$

Din condiţia continuităţii, considerînd comprimarea uleiului, rezultă ecuaţiile :

$$Q_1 - Q_0 = \alpha A v + \frac{\alpha A H_1}{E_0}\frac{\mathrm{d}p_1}{\mathrm{d}t} + \mathrm{a}_1\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\,, \tag{3.3}$$

$$Q_3 - Q_2 = Av - \frac{AH_2}{E_0}\frac{\mathrm{d}p_2}{\mathrm{d}t} - a_2\frac{\mathrm{d}y}{dt}\,, \tag{3.4}$$

unde H_1, H_2 — lungimile camerelor inferioară şi superioară ale cilindrului în momentul considerat ; E_0 — modulul de elasticitate al uleiului.

Ecuaţiile orificiilor f' şi f'', considerate liniare, sînt :

$$q_1 = C'(p_1 - p_1'), \tag{3.5}$$

$$q_2 = C''(p_2 - p_2'). \tag{3.6}$$

Din condiţia continuităţii,

$$q_1 = a_1\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\,, \tag{3.7}$$

$$q_2 = a_2\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\,. \tag{3.8}$$

Avînd în vedere (3.5)...(3.8), relaţia (3.2) devine :

$$m\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2} + \left(n + \frac{a_1^2}{C'} + \frac{a_2^2}{C''}\right)\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + ky = a_1 p_1 + a_2 p_2\,. \tag{3.9}$$

Sub formă operatorială, aplicînd transformata Laplace, ecuațiile (3.1), (3.9), (3.3) și (3.4) se scriu :

$$(Ms + N)\, v = \alpha A p_1 - A p_2 - R, \tag{3.10}$$

$$(ms^2 + hs + k)\, y = a_1 p_1 + a_2 p_2\,, \tag{3.11}$$

$$Q_1 - Q_0 = \alpha A v + \frac{\alpha A \psi H}{E_0}\, s p_1 + a_1 s y, \tag{3.12}$$

$$Q_3 - Q_2 = A v - \frac{AH(1-\psi)}{E_0}\, s p_2 - a_2 s y, \tag{3.13}$$

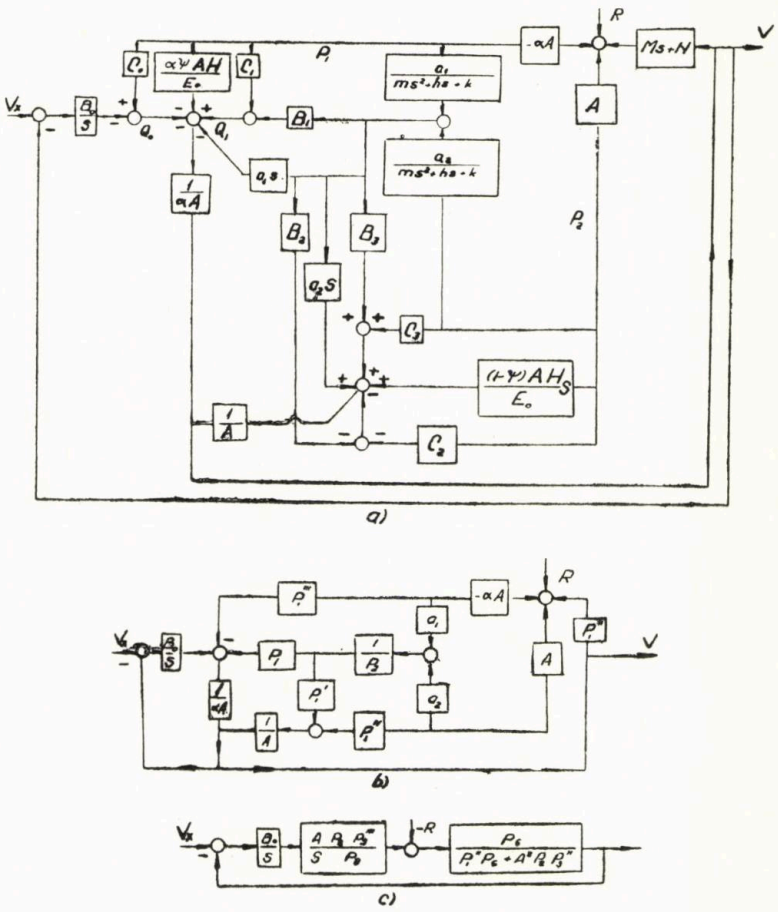


Fig. 3

unde

$$h = n + \frac{a_1^2}{C'} + \frac{a_2^2}{C''}, \qquad H_1 = \psi H, \qquad H_2 = (1 - \psi) H .$$

Ecuația legăturii inverse este :

$$v_x - v = s\varepsilon. \tag{3.14}$$

Cu ajutorul ecuațiilor (2.9)...(2.12) și (3.10)...(3.14) se construiește schema structurală din fig. 3 *a*, din care, prin transformări [5], rezultă schemele echivalente 3 *b*, 3 *c*.

Funcția de transfer a sistemului deschis în funcție de acțiunea de comandă (viteza palpatorului), este :

$$W(s) = \frac{B_0 A P_2 P_3'''}{s P_7} = \frac{K_x}{s} \frac{\mathcal{P}_2 \mathcal{P}_3}{\mathcal{P}_7}, \tag{3.15}$$

de unde rezultă funcție de transfer a sistemului inchis

$$\Phi(s) = \frac{W(s)}{1 + W(s)} \tag{3.16}$$

și ecuația caracteristică

$$1 + W(s) = 0, \tag{3.17}$$

unde

$$P_1 = B_1 - a_1 s, \quad P_1' = B_2 + B_3 + a_2 s, \quad P_1'' = Ms + N,$$

$$P_1''' = C_0 + C_1 + \frac{\alpha\psi HA}{E_0} s, \quad P_1^{IV} = C_2 + C_3 + \frac{(1 - \psi) HA}{E_0} s,$$

$$P_2 = ms^2 + hs + k, \quad P_3 = P_2 P_1''' - P_1 \frac{a_1}{a_2^2},$$

$$P_3' = \frac{P_1}{a_1} + P_2 P_1^{IV}, \quad P_3'' = P_3 + \alpha^2 P_3' - \alpha\left(\frac{P_1}{a_2} - \frac{P_1'}{a_1}\right),$$

$$P_3''' = \alpha P_3' + \frac{P_1'}{a_1}, \qquad P_7 = P_1''\left(\frac{P_1 P_1'}{a_1 a_2} + P_3 P_3'\right) + A^2 P_2 P_3^{II},$$

$$K_3 = \alpha E_1 + E_2, \quad K_7 = N(a_2 B_1 E_2 + E_3 E_1) + \frac{A^2}{k}(E_3 + \alpha^2 E_1 -$$

$$- \alpha a_2 B_1 + \alpha E_2),$$

$$E_1 = (B_2 + B_3)\, a_1 + (C_2 + C_3)\, k,$$

$$E_2 = (B_2 + B_3)\, a_1, \qquad E_3 = k\,(C_0 + C_1) - a_1 B_1,,$$

$$K_x = \frac{B_0 A k K_3}{K_7}, \qquad \mathcal{P}_i = \sum a_1 s^i; \qquad a_0 = 1.$$

Primită la 1 ianuarie 1973

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de maşini-unelte şi scule

BIBLIOGRAFIE

1. Дудников В. Т., Бойков А. Д., *Гидрокопировальная следящая система с астатизмом второго порядка и методика выбора ее параметров.* În vol. "Автоматизация приовода и управления машин", Наука, М., 251—263, 1967.
2. Сосонкин В. Л., Мочаев Ю. П., *Экспериментальное исследование гидравлической релейной копировальной системы с зависимой подачей.* Станки и Инструмент, *6* (1970).
3. Башта Т. М. (под ред.), *Объемные гидравлические приводы.* Машиностроение, М., 1969.
4. Meritt H. E., *Hydraulic Control Systems.* John Wyley & Sons, Inc., New York — London — Sydney, 1967.
5. Солодовников В. В. (под ред.), *Теория автоматического регулирования.* Книга, Машиностроение, М., 1967.

ÉTUDE CONCERNANT UN INTÉRÉSANT SERVOMECANISM UTILISÉ SUR UN TOUR DE COPIAGE DE LA FIRME Georges Fischer (I)

(Résumé)

L'auteur se propose un étude théorique et expérimental sur un tour de copiage de la firme suisse „Georges Fischer" en service à la Fabrique de Roulements de Bîrlad. Dans la Note I on présente d'abord le principe de fonctionnement. Ensuite, on déduit les caractéristiques statiques. Dans des hypothèses simplificatrices, on déduit les diagrammes structurales, les fonctions de transfert et l'équation caractéristique.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 1—2, 1973
Secţia IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.896

CALCULUL GHIDAJELOR HIDROSTATICE ÎN CAZUL UNGERII CU ULEIURI CONSISTENTE[1])

DE

GH. LUNGU

1. Introducere

Sistemele de lubrifiere hidrostatice asigură funcţionarea ghidajelor mecanismelor de avans în condiţiile frecării lichide pentru întreg domeniul de viteze al acestora. Aceste sisteme de lubrifiere fac ca uzura suprafeţelor active să fie practic nulă, forţa de frecare mult redusă, iar mişcarea — uniformă, fără salturi.

O mare parte din uleiurile folosite în lubrificaţia ghidajelor maşinilor-unelte se comportă în curgere asemenea fluidelor nenewtoniene independente de timp, ca de exemplu plasticele cu prag de tensiune.

În aceste situaţii trebuie luate în considerere, în calcule, proprietăţile reologice şi plastice ale uleiurilor.

Atîta timp cît se folosesc lubrifianţi nenewtonieni, precum şi corpuri plastice participante la alunecare, sau atîta timp cît mişcarea se desfăşoară în domeniul ungerii mixte, caracteristicile reologice ale lubrifiantului şi locurile de ungere joacă un rol atît de important încît corelaţia dintre reologie şi ungere devine vizibilă [1].

Unsorile consistente prezintă o caracteristică interesantă în tehnica ungerii; ca urmare a presiunii dezvoltate între suprafeţele de alunecare, o parte a unsorii va fi presată în afară pe la extremităţile lagărului. Deoarece în afara interstiţiului lagărului, solicitarea la forfecare scade practic pînă la valoarea zero, unsoarea se opreşte şi formează un „guler". Acest guler de grăsime constitue un tip de garnitură care, pe de o parte împiedică pătrunderea impurităţilor în interstiţiul lagărului, iar pe de altă parte se opune şi unui consum mai mare de unsoare.

---

[1]) Prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Galaţi, din 26—28 mai 1972.

2. Calculul ghidajului

S-a ales pentru ilustrare plasticul Herschel-Bulkley, fiind un model mai general, care cuprinde prin particularizare cazuri tratate deja în literatură [2].

Construcția unui ghidaj hidrostatic este prezentată în fig. 1. Uleiul debitat de pompă trece prin droselul R_0 și ajunge în buzunar cu presiunea p_1.

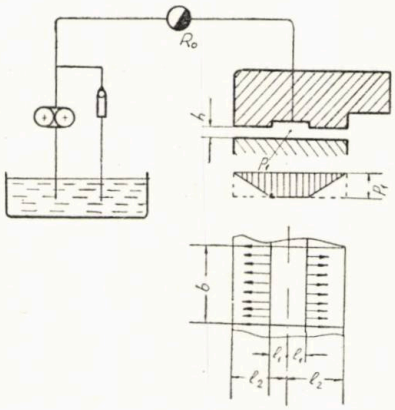


Fig. 1

Ecuația corpului Herschel-Bulkley este [3]:

$$\tau = \tau_0 + \left[\eta_{pl}\left(-\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\right)\right]^{1/m}, \tag{1}$$

în care $0 < m < 1$.

În calcule se neglijează greutatea uleiului care nu influențează asupra ghidajului.

Considerînd fig. 2 ca model de scurgere prin capilara plană, cînd se atinge echilibrul, suma forțelor exterioare care acționează asupra stratului de ulei va fi nulă

$$\sum F_i = 0. \tag{2}$$

Dacă căderea de presiune este Δp și rezistența vîscoasă τ se poate scrie $2bl\tau = 2xb\Delta p$, de unde rezultă

$$\tau = \Delta p \frac{x}{l}. \tag{3}$$

Din ecuațiile (1) și (3) se obține

$$\frac{dv}{dx} = -\frac{1}{\eta_{pl}}\left(\frac{\Delta p\, x}{l} - \tau_0\right)^m, \tag{4}$$

de unde prin integrare

$$v = -\frac{1}{\eta_{pl}}\left[\frac{l}{(m+1)\,\Delta p}\left(\frac{\Delta p\, x}{l} - \tau_0\right)^{m+1} + C\right]. \tag{5}$$

Pentru determinarea constantei de integrare se consideră că la perete mișcarea nu există și deci la $x = h/2$, $v = 0$, Atunci

$$v = -\frac{1}{\eta_{pl}}\left[\frac{l}{(m+1)\,\Delta p}\left(\frac{\Delta p\, x}{l} - \tau_0\right)^{m+1} - \left(\frac{\Delta p h}{2l} - \tau_0\right)^{m+1}\right]. \tag{6}$$

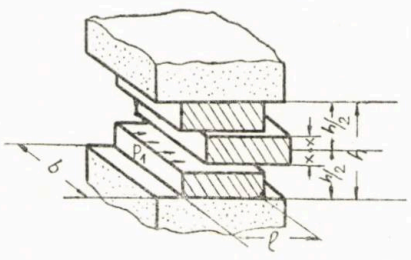


Fig. 2

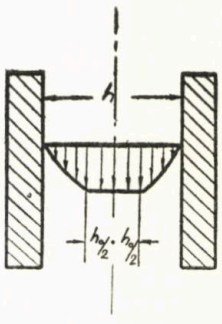


Fig. 3

Scurgerea plasticului Herschel-Bulkley este o scurgere de tip piston [4]; notînd $h_0 = \varepsilon h$ grosimea pistonului, atunci

$$\tau_0 = \Delta p\,\frac{h_0}{2l} = \Delta p\,\frac{\varepsilon h}{2l}. \tag{7}$$

Ecuația vitezei se mai poate scrie :

$$v = -\frac{1}{\eta_{pl}}\,\frac{\Delta_p^m\, h^{m+1}}{(m+1)\, l^m 2^{m+1}}\left[\left(\frac{x}{h/2} - \frac{h_0}{h}\right)^{m+1} - \left(1 - \frac{h_0}{h}\right)^{m+1}\right]. \tag{8}$$

Pentru a obține viteza pistonului v_0 se înlocuiește în (8) x prin $h_0/2$; deci

$$v_0 = \frac{1}{\eta_{pl}} \frac{\Delta p^m h^{m+1}}{l^m 2^{m+1} (m+1)} \left(1 - \frac{h_0}{h}\right)^{m+1}. \tag{9}$$

Schema distribuţiei vitezelor în capilara plană este dată în fig. 3.

Calculul debitului se face prin însumarea debitelor care se scurg prin piston şi de la piston la perete :

$$Q_t = Q_1 + Q_2 . \tag{10}$$

Considerînd fig. 2 se poate scrie $\mathrm{d}Q_1 = 2bv\ \mathrm{d}x$, de unde

$$Q_1 = \frac{b}{\eta_{pl}} \frac{\Delta p^m h^{m+2}}{2^{m+1} (m+2) l^m} (1 - \varepsilon)^{m+2} ; \tag{12}$$

Similar $\mathrm{d}Q_2 = 2bv_0\ \mathrm{d}x$, adică

$$Q_0 = \int_0^{\frac{h}{2}} 2bv_0\ \mathrm{d}x = \frac{b}{\eta_{pl}} \frac{\Delta p^m h^{m+1} h_0}{2^{m+1} (m+1) l^m} (1 - \varepsilon)^{m+1} . \tag{13}$$

Atunci

$$Q_t = \frac{b}{\eta_{pl}} \frac{\Delta p^m\ h^{m+2}}{2^{m+1} l^m (m+1)(m+2)} (1-\varepsilon)^{m+1} (1+m+\varepsilon) . \tag{14}$$

În conformitate cu procedeul din [2], se utilizează aproximaţia

$$(1 - \varepsilon)^{m+1} (1 + m + \varepsilon) \approx 1 - \varepsilon^m , \tag{15}$$

satisfăcătoare pentru valorile numerice uzuale ale lui m şi ε.

Scriind şi că

$$\frac{\Delta p}{l} = \frac{p_1 - p_2}{l_1 - l_2} = \frac{p_1}{l_1 - l_2} ,$$

deoarece pentru $l = l_2$, $p_2 = 0$, rezultă pentru debit

$$Q_t = \frac{bh^{m+2}}{(m+1)(m+2)^{m+1} \eta_{pl}} \left(\frac{p_1}{l_1 - l_2}\right)^m - \left(\frac{2\tau_0}{h}\right)^m , \tag{16}$$

în care s-a utilizat relaţia (7) dintre ε şi τ_0 .

Pentru p corespunzător distanţei l curente, din (16) se determină

$$p = \frac{2}{h} \left[\tau_0^m + \frac{2 (m+1)(m+2)\ \mu_{pl}\ Q_t}{bh^2} \right]^{1/m} (l - l_2) . \tag{17}$$

Pentru calcularea forței de ridicare se utilizează relația :

$$F = \int_{l_1}^{l_2} bp \, \mathrm{d}l , \tag{18}$$

în care p_1 este dat de (17) ; se obține :

$$F = -\frac{b}{h}\left[\tau_0^m + \frac{2(m+1)(m+2)\eta_{pl} Q_t}{bh^2}\right]^{1/m}(l_1 - l_2) . \tag{19}$$

Înlocuind aici debitul Q cu expresia sa (16) se obține pentru forța de ridicare formula :

$$F = \frac{b}{h}\left\{\tau_0^m - \frac{h^m}{2^m}\left[\left(\frac{p_1}{l_1 - l_2}\right)^m - \left(\frac{2\tau_0}{h}\right)^m\right]^{1/m}\right\}(l_1 - l_2)^2 . \tag{20}$$

Pentru determinarea mărimii h care caracterizează capilara plană este necesar să se egaleze debitul care se scurge prin drosel [3] cu debitul care se scurge prin ghidaje.

Notînd $y = r/R$, în care r este raza pistonului care se formează în scurgerea fluidelor plastice și R — raza droselului, rezultă :

$$\frac{bh^{m+2}}{2^{m+1}(m+1)(m+2)\eta_{pl}}\left[\left(\frac{p_1}{l_1 - l_2}\right)^m\right] - \left(\frac{2\tau_0}{h}\right)^m = -\frac{\pi p^m R^{m+3}}{2^m \eta_{pl}(m+1)}\left[\left((1-y)^{m+1} - \right.\right.$$

$$\left. - \frac{2}{m+2}(1-y)^{m+2} + \frac{2}{(m+2)(m+3)}(l-y)^{m+3}\right] .$$

De aici se obține ecuația în h, care urmează de rezolvat pentru diverse situații practice :

$$\frac{bp_1^m}{2^{m+1}(m+1)(m+2)(l_1 - l_2)^m \eta_{pl}} h^{m+2} - \frac{b\tau_0^m}{2(m+1)(m+2)\eta_{pl}} h^2 + \tag{21}$$

$$+ \frac{\pi p^m R^{m+3}}{2^m \eta_{pl}(m+1)}\left[(1-y)^{m+1} - \frac{2}{(m+2)}(1-y)^{m+2} + \frac{2(l-y)^{m+3}}{(m+2)(m+3)}\right] = 0 .$$

Rigiditatea stratului de ulei se determină cu expresia :

$$j = \frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}h} , \tag{22}$$

care conduce în cele din urmă la :

$$j = -\frac{b\tau_0^m}{h^2}\left\{1 + \left[\left(\frac{p_1}{l_1 - l_2}\right)^m - \left(\frac{2\tau_0}{h}\right)^m\right]^{\frac{1-m}{m}} + \right.$$

$$\left. + (m-1)\left(\frac{h}{2\tau_0}\right)^m\left[\left(\frac{p_1}{l_1 - l_2}\right)^m - \left(\frac{2\tau_0}{h}\right)^m\right]^{1/m}\right\}(l_1 - l_2)^2 .$$

3. Concluzii

1. Relațiile stabilite pot servi ca bază teoretică pentru calculul ghidajelor hidrostatice, permițînd obținerea unor informații asupra parametrilor funcționali caracteristici.

2. Punerea în evidență a relației care există între prorpietățile reologice ale lubrifiantului și hidrodinamica sistemului, oferă posibilități mai mari în proiectarea și construcția ghidajelor hidrostatice.

Primită la 2 iunie 1972

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini-unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Wartz W. I., Schultze G. R., Erdoel Erdgas Zeitschrift (Austria), 85, *12*, 516—526 (1969).
2. Нгуен Ан Туан, *Некоторые расчеты гидросатических направляющих и подпятников с консистентной смазкой.* Машиностроение, М., 1968.
3. Skelland A. H. P., *Non-Newtonian Flow and Heat Transfer.* John Wiley § Sons, Inc., New York — London, 1967.
4. Metzner A. B., *Processing of Thermoplastic Materials.* Ed. by E. C. Bernhardt, Reinhold Publ. Comp. New York, Chapman § Ltd. London, 1959.

LE CALCUL DES GUIDAGES HYDROSTATIQUES DANS LE CAS DE LA LUBRIFICATION AVEC DES HUILES CONSISTANTS

(Résumé)

On présente l'étude théorique de la lubrification des guidages hydrostatiques, dans le cas de l'utilisation d'huiles consistants, en vue de la détermination des paramètres fonctionnels.

On met en évidence la relation qui existe entre les propriétés rhéologiques du lubrifiant et l'hydrodynamique du système, prenant en considération le cas général du plastique Herschel-Bulkley.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 1—2, 1973
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.901

DETERMINAREA PARAMETRILOR MOMENTULUI DE TORSIUNE LA TARODAREA OȚELURILOR ROMÂNEȘTI[1])

NOTA II

OȚELURILE STAS 880—60

DE

DAN NICOLESCU și VLADIMIR BURGARD

1. Introducere

Deoarece ca și în celelalte procese de așchiere și în procesul de tarodare așchierea este un fenomen complex, apare necesitatea determinării cu rigurozitate a parametrilor C_M și x_M din relația momentului de torsiune la tarodare

$$M_t = C_M D^{x_M} p^{y_M} \qquad [\text{kgf cm}], \tag{1}$$

pentru diverse grupe de materiale.

2. Condiții de experimentare

S-a lucrat cu tarozi de mașină așchiați-rectificați (tip II, STAS 1153—63), care sînt mai avantajoși față de alte tipuri de scule din această categorie [1].

Experiențele s-au efectuat pe o mașină de găurit tip „Înfrățirea" G-40, în condițiile specificate în [4].

3. Rezultatele cercetării

S-a observat că momentul devine maxim — la fiecare tarod și pentru fiecare material — spre sfîrșitul porțiunii de pătrundere a conului de atac și se menține cu aproximație la această valoare cel puțin trei pași.

---

[1]) Prezentată la sesiunea științifică a Institutului politehnic din Iași, din 2—4 iulie 1970.

Valorile maxime ale momentului de torsiune (tabelul 1) au fost înscrise în diagrame dublu logaritmice, trasîndu-se prin puncte curbele de variaţie ale momentului funcţie de diametru, care sînt nişte drepte (fig. 1).

Fiecare din aceste drepte a furnizat valori pentru constanta C'_M şi exponentul x_M, calculate conform relaţiilor :

$$(2) \qquad M_{t_1} = C'_M D_1^{x_M}, \qquad M_{t_2} = C'_M D_2^{x_M}.$$

Tabelul 1

Nr. crt.	Oţel STAS 880-60	Valorile maxime ale momentului de torsiune kgf mm			
		M 6	M 10	M 16	M 20
1	OLC 10	880	1 900	3 900	5 300
2	OLC 15	960	2 000	4 200	5 600
3	OLC 20	1 000	2 200	4 500	6 200
4	OLC 25	1 060	2 300	4 800	6 800
5	OLC 30	1 130	2 500	5 200	7 230
6	OLC 35	1 180	2 610	5 600	7 600
7	OLC 40	1 200	2 820	5 900	8 400
8	OLC 45	1 300	3 050	6 230	9 000
9	OLC 50	1 400	3 180	7 000	9 810
10	OLC 55	1 450	3 420	7 300	10 400
11	OLC 60	1 540	3 600	7 600	11 100
12	OLC 65	1 650	3 880	8 000	11 700

Tabelul 2*)

Nr. crt.	Oţel STAS 880-60	HB kgf/mm²	x_M	C'_M
1	OLC 10	137	1,48	62,3
2	OLC 15	143	1,47	68
3	OLC 20	156	1,50	69,5
4	OLC 25	170	1,53	68
5	OLC 30	179	1,56	66,2
6	OLC 35	187	1,57	67,6
7	OLC 40	217	1,60	69,7
8	OLC 45	229	1,62	71
9	OLC 50	241	1,63	73,5
10	OLC 55	255	1,64	76,5
11	OLC 60	255	1,64	81
12	OLC 65	255	1,66	81,3

*) Valorile lui C'_M din ultima coloană a tabelului 2 din [4] trebuie amplificate cu 10.

Prin logaritmare și scădere se ajunge la :

$$x_M = \frac{\log (M_{t_2}/M_{t_1})}{\log (D_2/D_1)} . \tag{3}$$

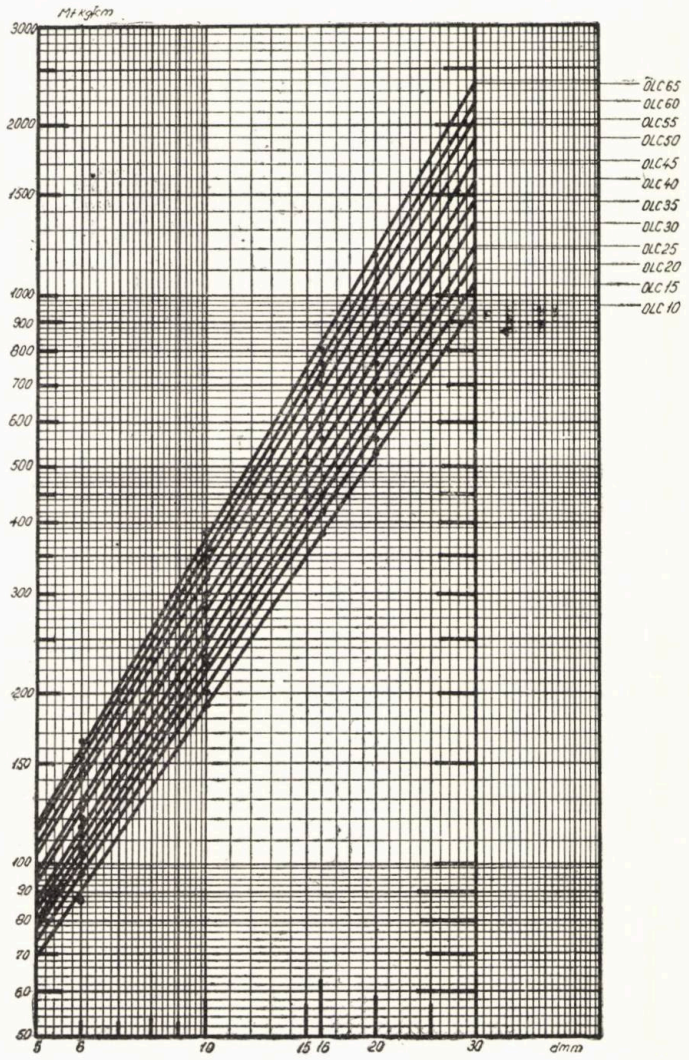


Fig. 1

Constanta se calculează cu relația :

$$C'_M = \frac{M_t}{D^{x_M}}. \tag{4}$$

În acest mod s-au obținut valori pentru C'_M și x_M la materialele din grupa respectivă de oțeluri (tabelul 2).

Primită la 22 ianuarie 1972

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Belous V. ș. a., *Studiul calităților aşchietoare ale tarozilor fabricați la Fabrica de scule Rîșnov.* Bul. Inst. polit. Iași, **XIII (XVII)**, *1—2*, 467—471 (1967).
2. Belous V., *Asupra valorilor exponenților* $x_{P_Z}(x_M)$ *din dinamica aşchierii metalelor.* Met. și constr. de maș., *3*, 254—259 (1963).
3. Lăzărescu I. D., *Teoria aşchierii metalelor și proiectarea sculelor.* EDP, Buc., pp. 147—148 și 472, 1964.
4. Nicolescu D., *Determinarea parametrilor momentului de torsiune la tarodarea oțelurilor românești. (I) Oțelurile STAS 500—63.* Bul. Inst. polit. Iași, **XVIII (XXII)**, *1—2*, s. IV, 143—148 (1972).

DÉTERMINATION DES PARAMÈTRES DES MOMENTS CONCERNANT LES FILETAGES À TARAUD DES ACIERS ROUMAINS

Note II

Les aciers standardisés 880—60

(Résumé)

En utilisant un dispositif à serrer de rattrapage de jeu, spécialement construit, les auteurs établissent les valeurs de ces paramètres-ci pour les aciers : OLC 10, OLC 15, OLC 20, OLC 25, OLC 30, OLC 35, OLC 40, OLC 45, OLC 50, OLC 55, OLC 60, OLC 65, STAS 880—60.

Dans cette Note, les résultats obtenus par voie expérimentale sont représentés sur un diagramme à l'échelle doublement logarithmique, par la fonction (1). À l'aide d'un tel diagramme on peut facilement déterminer, d'une part, les valeurs des paramètres (tableau 2), et d'autre part, leur influence sur les processus de coupe.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 1—2, 1973
Secția IV
MECANICĂ TEHNICĂ

RECENZII

BOOK REVIEWS РЕЦЕНЗИИ

N. I. MANOLESCU, FR. KOVÁCS, A. ORĂNESCU, *Teoria mecanismelor și a mașinilor*, EDP, Buc., 1972, 656 p.

„Teoria mecanismelor și a mașinilor" constituie astăzi, din punct de vedere al pregătirii unui viitor inginer de profil mecanic, una din disciplinele de bază din planul de învățămînt al Institutelor de învățămînt tehnic superior din țară.

Însemnătatea acestei discipline, care s-ar putea în etapa actuală încadra *în specialitate*, s-a impus și pe plan mondial. Oamenii de știință din această specialitate au pus bazele unei Federații internaționale pentru Teoria Mașinilor și Mecanismelor (IFToMM), Federație care a întrunit în mijlocul ei toate țările în care cercetările în acest domeniu sînt la nivel mondial. Țara noastră este membră fondatoare a Federației și contribuția științifică a oamenilor noștri de știință a avut un cuvînt hotărîtor în acțiunea de înființare a IFToMM.

În paralel cu lucrările de cercetare științifică realizate de cadrele didactice și cercetătorii din Institutele de Învățămînt tehnic superior și de cercetare, în țara noastră s-a dus și o acțiune susținută de elaborare de tratate, manuale și cursuri care au fost și sînt puse la dispoziția studenților, tinerelor cadre din cercetare, institute de proiectare, din uzine etc. pentru răspîndirea cunoștințelor fundamentale necesare artei de a studia și proiecta sistemele tehnice cele mai complexe necesare dezvoltării industriei noastre socialiste.

Unul din aceste manuale — și trebuie să afirmăm primul — care se adresează tututor celor menționați mai sus este *Teoria mașinilor și a mecanismelor* de colectivul prof. dr. doc. șt. ing. N. I. Manolescu, prof. dr. ing. Fr. Kovács și conf. dr. ing. A. Orănescu.

Lucrarea, avînd caracterul unui Manual, nu a putut să cuprindă decît într-un cadru restrîns capitolele care compun programa analitică a disciplinei „Teoria mecanismelor și dinamica mașinilor".

Autorii au reușit totuși ca respectînd rigurozitatea cu care Ministerul Educației și Învățămîntului ține să se mențină echivalența dintre numărul de pagini de „Manual" cu numărul de ore fixate prin planul de învățămînt — să prezinte materialul la nivelul mondial al cercetărilor actuale. Contribuția autorilor și a oamenilor de știință din țara noastră este scoasă în evidență atît prin citatele din Bibliografie cît și prin notele de subsol.

Manualul prezintă la început în *Introducere* un scurt istoric al „Teoriei mecanismelor și a mașinilor" (TMM) după care grupează materia în trei părți.

Partea I, *Structura mecanismelor* elaborată de prof. dr. doc. șt. ing. N. I. Manolescu prezintă în cadrul a 10 (zece) capitole întreaga privire de ansamblu a analizei și sintezei numerice și structurale a lanțurilor cinematice, mecanismelor și mecanismelor-motor plane și spațiale.

Din studierea acestei părți se poate constata contribuția oamenilor de știință români la fundamentarea și dezvoltarea acestei părți de o deosebită însemnătate pentru întreg studiul TMM.

Considerăm totuși important să enumerăm mai jos titlul celor *zece capitole* ale acestei părți (care cuprinde 100 de pagini) :

1. Noțiuni de bază. Element cinematic. Rangul elementelor. Reprezentarea schematică a elementelor și mișcărilor (într-o anexă a Manualului autorul în colaborare cu colectivul catedrei de TMM din IPB a propus o completare și îmbunătățire a STAS 1543—62, la care se așteaptă noi sugestii și propuneri).

2. Cuple cinematice, definiție, clasificare, reprezentare.

3. Lanț cinematic, definiție, clasificare, formulă structurală.

4. Mecanism, mecanism-motor, definiție, formulă structurală, clasificări în familie (sînt deosebit de importante anexele 3 și 4 elaborate de autor cu toate mecanismele-motor plane articulate cu 4, 5, 6 și 7 elemente).

5. Criterii de clasificare a formulei structurale a unui mecanism. Condiții pasive de legătură și grad de mobilitate de prisos.

6. Clasificările constructiv-cinematice ale mecanismelor.

7. Clasificarea structurală a mecanismelor pe baza noțiunii de grupă cinematică.

8. Transformarea mecanismelor.

9. Noțiuni generale privind structura „assurică" a mecanismelor de ilia *f* și a mecanismelor de familii diferite (capitol original, datorit contribuției exclus.. a cercetătorilor români).

10. Metode moderne de alcătuire a mecanismelor plane articulate (în care sînt prezentate succint dar foarte clar ultimele rezultate ale autorului în acest domeniu ; parte din acestea au fost prezentate la ultimul Congres mondial de TMM de la Kupari-Dubrovnik (septembrie 1971).

Partea II (elaborată de conf. dr. ing. Amedeu O r ă n e s c u) este intitulată *Analiza mecanismelor.* Ea este împărțită în două subpărți :

A. *Analiza cinematică a mecanismelor* (șapte capitole) și

B. *Analiza dinamică a mecanismelor* (patru capitole).

Autorul în stilul său personal a reușit să cuprindă vastul material în cele 11 capitole făcînd apel la bibliografie și îndrumînd pe cititor la trei lucrări anterioare (tratatul de TMM din Ed. Tehnică 1958 și cele două volume de probleme de TMM din EDP, 1963, 1968). Contribuția directă a autorului acestei părți apare în capitolul șapte, „Noțiuni de cinematica mecanismelor spațiale".

Întreaga această parte a Manualului se caracterizează printr-o concentrare a materialului și o posibilitate de aprofundare a problemelor prezentate datorită — după cum am mai menționat — meritului autorului de a îndruma pe cititor spre documentare.

Partea III, *Sinteza mecanismelor* cuprinde trei subpărți.

A. *Sinteza mecanismelor plane articulate* (prof. dr. doc. șt. ing. N. I. M a n o l e s c u) 14 capitole ;

B. *Sinteza mecanismelor cu came* (prof. dr. doc. șt. ing. N. I. M a n o l e s c u l) 9 capitole ;

C. *Sinteza mecanismelor cu roți dințate* (prof. dr. doc. Fr. K o v á c s 3 capitole).

În cadrul *sintezei mecanismelor plane articulate* autorul a reușit să cuprindă întreaga problemă a proiectării multipoziționale și cinematice a acestor mecanisme. Considerăm că în etapa actuală folosirea de către proiectanții din Institutele noastre de studii și proiectări a materialului prezentat în această subparte va contribui în mod substanțial la creșterea eficienței în aceste institute.

Tezele de doctorat care s-au elaborat din impulsul dat de materialul sistematizat de autor sîntem convinși că vor fi de un real folos în toate institutele de proiectare din Construcția de Mașini.

Pentru informare considerăm util să prezentăm mai jos *capitolele* acestei subpărți :

1. Introducere.

2. Sinteza mecanismelor plane articulate pe baza pozițiilor finite (discrete) date planului mobil.

3. Construcția și ecuația curbei centrelor Γ_0,

4. Curba punctelor cercuale Γ_j.

5. Proiectarea mecanismelor plane articulate pentru patru poziții impuse unei porțiuni a planului bielei (exemple).

6. Proiectarea pentru cinci poziții impuse unei porțiuni din planul bielei. Punctele lui Burmester.

7. Sinteza mecanismelor plane articulate cu ajutorul strofoidelor.

8. Sinteza mecanismelor plane articulate pe baza pozițiilor extreme.

9. Sinteza mecanismelor plane articulate pentru poziții asociate impuse.

10. Curba bielă a unui mecanism plan articulat.

11. Sinteza mecanismelor plane articulate pentru realizarea unei traiectorii impuse.

12. Sinteza mecanismelor plane articulate pentru realizarea de mișcări de ordin superior (transpunerea problemei în coordonate afine).

13. Sinteza mecanismelor plane articulate pentru realizarea de condiții poziționale și cinematice.

14. Metode analitice de sinteză a mecanismelor plane articulate.

În toate capitolele se dau aplicații directe deosebit de utile pentru proiectanți și cu o mare eficiență didactică pentru studenți (mecanisme manivelă-balansier, manivelă-piston, cu cilindru oscilant, mecanisme pentru macarale cu retragerea brațului de lemniscată etc.).

Recomandăm autorului ca în cel mai scurt timp să propună o lucrare sistematizată cu cele mai moderne metode de proiectare pentru uzul Institutelor de proiectare.

Deosebit de interesant în cele nouă capitole ale *sintezei mecanismelor cu came* este faptul că autorul a reușit să cuprindă în cadrul programei analitice clasice, cea mai actuală problemă, camele polinomiale. Într-o prezentare foarte bine sistematizată s-a reușit să se prezinte în ansamblu întreaga teorie a acestor mecanisme cu came, de care sînt legate și contribuții ale autorului.

În a treia subparte, *Stnteza mecanismelor cu roți dințate*, autorul a reușit cu un deosebit efort de sistematizare să încadreze în numărul de pagini planificat de Editură tot ceea ce este absolut necesar atît unui student cît și unui proiectant, pentru a realiza un angrenaj cilindric, conic sau hiperboloidal cu raport de transmitere constant sau variabil.

Apariția acestui Manual, atît de mult așteptată de studenți, cît mai ales de foștii studenți, a constituit **natural** o justificată satisfacție pentru acei care de mult așteptau din partea Editurii tehnice ediția a II-a a Tratatului în patru volume (completată cu toate realizările școlii române de Teoria mecanismelor).

Manualul recenzat nu a putut cuprinde realizările școlii române de TMM din intervalul 1956—1970 decît numai parțial și acest lucru este explicabil datorită însuși caracterului acestei lucrări.

Pentru a populariza prestigiul pe care știința română de Teoria mașinilor și mecanismelor l-a cucerit pe plan mondial, pentru a convinge tînăra generație de importanța deosebită a stăpînirii acestei specialități în rezolvarea optimă a oricărei probleme tehnice, considerăm neapărat necesară acceptarea pentru tipărire în Editurile tehnică și Didactică și pedagogică de tratate privind *proiectarea mecanismelor.*

Drumul spre folosirea calculatoarelor electronice în proiectarea mecanismelor îl va face „Primul Simposion internațional de mecanisme și metode de proiectare pe calculator" care va avea loc între 7—13 iunie 1973, la București.

În încheiere trebuie subliniat încă o dată că manualul recenzat, scris cu multă competență și claritate, reușește să cuprindă și să expună aproape totalitatea problemelor care se pun la ora actuală în studiul mecanismelor și mașinilor.

Corneliu I. Drăgan

CHRISTIAN PELECUDI, *Teoria mecanismelor spațiale.* Ed. Acad. R. S. R., Buc., 1972 511 p.

Apărută recent în editura Academiei R. S. R., monografia susmenționată totalizează un volum de 511 pagini, cuprinzînd două părți distincte, împărțite în cîte 3 capitole.

Prima parte se referă la cinematica teoretică și aplicată a mișcărilor spațiale, iar a doua la structura și cinematica mecanismelor spațiale.

În primul capitol intitulat *Cinematica și geometria mișcării particulei materiale* se prezintă mișcările uni, bi și tridimensionale materializate prin curbe, suprafețe și spații punctate. Adoptînd cele mai corespunzătoare sisteme de referință, se analizează detaliat proprietățile cinematice și geometrice de diferite ordine pentru cazurile de mai sus.

Al doilea capitol intitulat *Cinematica și geometria mișcării solidului rigid* cuprinde pe lîngă o aprofundată analiză a proprietăților acestui gen de mișcare și cinematica mișcării relative, respectiv teoria mișcărilor de contact. În special această ultimă parte prezintă o deosebită importanță în studiul mecanismelor.

În al treilea capitol intitulat *Teoria mișcărilor instantanee succesive* se prezintă proprietățile diferențiale ale suprafețelor riglate și desfășurabile cu scoaterea în evidență a cazurilor particulare, cînd aceste suprafețe devin conice sau cilindrice. Se prezintă apoi teoria generală a mișcărilor axoidale bazată pe mișcarea elicoidală instantanee și teoria mișcărilor centroidale bazată pe mișcarea de rotație plană instantanee. Acest capitol se încheie cu teoria mișcărilor polodice bazată pe mișcarea de rotație sferică instantanee.

Capitolul patru este consacrat *structurii mecanismelor tridimensionale.* După studierea problemei gradelor de libertate și de mobilitate, a numărului de contururi în lanțurile complexe și a lanțurilor fundamentale, respectiv generale, se prezintă analiza și sinteza numerică a lanțurilor fundamentale prin diferite metode. Urmează apoi analiza și sinteza structurală a lanțurilor fundamentale prin metodele consacrate în literatura de specialitate. Capitolul se încheie cu studiul structurii lanțurilor generale.

Capitolul cinci intitulat *Analiza vectorială a mecanismelor spațiale* are ca obiect determinarea pozițiilor și traiectoriilor, a vitezelor și accelerațiilor prin metoda barelor și a contururilor. În același capitol se prezintă și problema familiilor de mecanisme privită prin prisma condițiilor de compatibilitate și dependență liniară între ecuațiile mecanismelor spațiale.

În sfîrșit, ultimul capitol — șase — intitulat *Analiza matriceală a mecanismelor spațiale* este cel mai important din punct de vedere al posibilităților de automatizare a calculelor cu ajutorul mașinilor electronice de calcul. În cadrul acestui capitol se prezintă matricele de transformare corespunzătoare determinării pozițiilor, deplasărilor și vitezelor în cazul mecanismelor spațiale. Se prezintă și metoda de rezolvare a pozițiilor prin aproximări succesive.

Privită în ansamblu, prin conținutul și planul său de organizare, monografia recenzată constitue prima lucrare unitară la nivel mondial consacrată exclusiv studiului mecanismelor spațiale.

Se bazează pe o bogată literatură de specialitate — 242 titluri — și pe un însemnat număr de lucrări proprii originale din domeniul abordat. Este prezentată la un înalt nivel științific, în mod sistematic și bine documentat.

Autorul aplică în contextul lucrării cea mai adecvată aparatură matematică, fără a omite demonstrațiile detaliate acolo unde acestea înlesnesc înțelegerea fenomenelor.

Apariția acestei monografii umple un gol în literatura tehnică de specialitate și constituie un imbold la cercetarea mai susținută în țara noastră a mecanismelor spațiale, care dovedesc o largă aplicabilitate în industrie.

Dat fiind bogatul său conținut, modul convingător și cursiv de prezentare a problemelor, nivelul superior și ideile originale constructive ale autorului inserate în cuprinsul lucrării, consider că monografia prezintă interes și pentru specialiștii de peste hotare, ceea ce pledează pentru traducerea ei într-o limbă de circulație mondială.

Desideriu Maroș

OCTAVIAN MUNTEANU, *Teoria mecanismelor și dinamica mașinilor. Mecanisme cu came,* Lit. Inst. polit. Iași, 1972.

Mecanismele cu came au o întrebuințare largă în construcția de mașini automate datorită posibilităților de a realiza cele mai diverse condiții tehnologice. Totodată ele formează un capitol separat în cursul de teoria mecanismelor, atît datorită importanței lor practice cît și prin multitudinea de probleme și metode de rezolvare care evidențiază caracteristicile lor de funcționare. De aceea apariția lucrării tov. conf. ing. O. M u n t e a n u este foarte utilă studenților facultăților mecanice, evidențiindu-se printr-o tratare clară și foarte completă a mecanismelor cu came ; ea cuprinde dezvoltări originale și oferă posibilitatea unei înțelegeri și asimilări cu ușurință a problemelor prezentate.

De asemenea, fiind structurată în mare parte pe sinteza mecanismelor cu came, lucrarea se adresează proiectanților care se preocupă de construcțiile mecanice. Se remarcă mulțimea de rezolvări pentru realizarea unor mișcări impuse ale tachetului, fie formate din legi simple, fie din legi compuse, urmărindu-se caracteristicile de viteză și accelerație, arătîndu-se avantajele și dezavantajele și indicîndu-se utilizările lor practice. Acestea sînt exemplificate pe diverse forme ale tachetului combinate cu mișcările de translație sau de rotație ale tachetului și camei. Sinteza cinematică a camelor este continuată cu sinteza cinetostatică, luînd în considerare unghiul de presiune și forțele de contact, apoi cu probleme de interferență, stabilindu-se condițiile de funcționare corectă, precum și cu analiza complexă termocinematică. Totodată, în partea de început, este prezentată analiza structurală și cinematică a mecanismelor cu came.

Sînt de remarcat, de asemenea, rezolvările expuse pentru mecanismele cu came spațiale, care impun, de obicei, greutăți în aparatajul matematic de calcul precum și în tehnologia de fabricație, dar care multiplicînd posibilitățile camelor plane se întîlnesc foarte des în construcțiile mecanice ale industriei ușoare.

Problemele mecanismelor cu came sînt tratate grafic, ceea ce facilitează înțelegerea și constituie totodată un mijloc rapid de rezolvare, deși sînt însoțite și de ample dezvoltări analitice care impun un mare grad de precizie.

Calitățile lucrării *Mecanisme cu came* a tov. conf. ing. Oct. Munteanu, o recomandă la o largă circulație în rîndul studenților și proiectanților.

Chr. Pelecudi

JEAN JACQ, *Étude du phénomène d'anomalie de température dans les couches superficielles des solides.* Thèse, Faculté des Sciences de l'Université de Paris, 1970.

Dans cet important travail est présenté l'ensemble des expériences qui ont permis à l'auteur d'établir avec précision des anomalies de distribution de température dans les couches superficielles des solides chauffés ou refroidis.

La découverte par M. Jean J a c q de ces anomalies est un des plus importants événements scientifiques récents du domaine de la transmission de la chaleur.

Lors des „Journées Internationales de la transmission de la chaleur" organisées avec le concours de la Société française des thermiciens (juin 1961), présidées par M. le Professeur V e r o n, M. Jean J a c q a présenté la communication : „Anomalies de la distribution des températures dans les couches superficielles d'une paroi chauffée ou refroidie". Les expériences de M. Jean J a c q ont démontré que le champ thermique présente une anomalie. Une couche sous-superficielle de 40 μ et qui se trouve à une profondeur de 60 μ a une résistence thermique beaucoup augmentée par rapport à la théorie classique. Dans ses premiers ouvrages, M. Jean J a c q a effectué les expériences en imposant à la surface du solide une densité de flux constante.

Dans la Thèse présentée pour obtenir le titre de Docteur-ingénieur, M. Jean J a c q étudie l'anomalie de distribution de température détectée en 1960, en imposant à la surface du solide une évolution des températures linéaires dans le temps.

Le travail comprend :

a) Définition des sauts de température superficiels par une mesure thermo-électrique de température à la surface de contact.

b) Mise en évidence de la singularité par la méthode du point de fusion fixe.

c) Évolution de la singularité en fonction de la conductivité pour l'ensemble des métaux et alliages.

d) Influence de la nature de l'interposition.

e) La singularité pour les oxydes.

f) Profil de la singularité de température superficielle.

Dans ce travail expérimental, M. Jean J a c q a apliqué une technique expérimentale plus sûre qui offre des possibilités d'analyses plus riches.

L'application d'une méthode métallographique au type de frottement dit „extrême-pression" met en évidence 3 zones bien distinctes :

1) Une première zone superficielle de 0 à 40... 60 microns où l'on n'a pas découverte une variation sensible de la température.

2) Une seconde zone de 50 à 100 microns, où les températures tombent brusquement.

3) Une troisième zone où la distribution de la température ne semble pas en contradiction avec les lois classiques.

M. Jean J a c q a étudié les repercussions de la conductivité calorifique sur l'amplitude de l'anomalie, l'influence de la nature de l'interposition entre les surfaces de contact et a vérifié şi l'anomalie existait pour d'autres corps non métalliques comme les oxydes et les cermets.

Dans ce travail expérimental on voit que la singularité de température est d'autant plus importante que le solide est moins bon conducteur de la chaleur. M. Jean J a c q a pu mettre en évidence une loi d'évolution linéaire des chutes de température avec $9/\lambda$.

Gérard d'Albon et Emil Jugureanu

1974 JAN 19

40822

1503/4

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

TOMUL XIX (XXIII)

Fasc. 3–4

SECŢIA IV MECANICĂ TEHNICĂ

1973

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

TOMUL XIX (XXIII)

Fasc. 3–4

SECŢIA IV MECANICĂ TEHNICĂ

1973

COLEGIUL DE REDACȚIE

Prof. em. dr. doc. GH. ALEXA, prof. em. ing. D. ATANASIU, prof. ing. C. CALISTRU,
prof. ing. T. GOLGOȚIU, prof. dr. doc. D. MANGERON (secretar),
conf. ing. A. MARCHIȘ, prof. dr. doc. D. RUSU,
acad. prof. dr. doc. CRISTOFOR SIMIONESCU (președinte)

COMITETUL DE REDACȚIE AL SECȚIEI

IV. MECANICĂ TEHNICĂ

Prof. dr. doc. T. FĂRCAȘ
Prof. ing. G. D'ALBON
Conf. ing. CR. LINDE

REDACȚIA

Prof. dr. doc. D. MANGERON (redactor responsabil)
Conf. dr. ing. ALFRED BRAIER (secretar de redacție)
Șef de lucrări ing. I. CONDREA (secretar de redacție adjunct)
Ing. ANETA BRAIER (redactor)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tomul XIX (XXIII), fasc. 3—4 1973

Secţia IV

MECANICĂ TEHNICĂ

SUMAR

Pag.

SPIRIDON DELEANU, SILVIA NEAGU şi N. IRIMICIUC, Ecuaţii Lagrange de specia a doua pentru sisteme mecanice olonome avînd solide cu mase variabile ca elemente constitutive (franc. rez. rom.) 9

CLAUDE BILLOT (Franţa), Vibraţiile unei maşini centrifuge neechilibrate. II, Rotor suspendat elastic (franc., rez. rom.) 13

ELISABETA RUSU, O problemă de distorsiune în teoria liniară a termoelasticităţii micropolare (engl., rez. rom.) 25

D. HORBANIUC, VICTOR BAUŞIC, IULIAN MIROŞ, COSTACHI GIRIADĂ, VALERIAN PALIHOVICI şi T. DUMENCU, Un procedeu nou pentru calculul deformaţiei la grinzi drepte încovoiate cu sarcini complicate (engl., rez. rom.) 35

LIVIU HOSTIUC, Precizări noi asupra relaţiei sarcină-durabilitate la rulmenţii cu mişcare oscilantă (rom., rez. franc.) 45

E. N. DIACONESCU, Contribuţii la calculul tensiunilor remanente în unele corpuri de revoluţie, pe baza măsurătorilor röntgenografice (germ., rez., rom.) 53

GÉRARD D'ALBON, VALERIU CERNESCU, EMIL JUGUREANU, MAIER PERLMAN şi D. COSTIN, Studii asupra radiatoarelor cu lichid intermediar cu elemenţi din tablă subţire (rom., rez. franc.) 59

EMIL V. JUGUREANU, Contribuţii teoretice asupra metodelor de corectare a ecuaţiilor criteriale în transmiterea căldurii (rom., rez. franc.) 67

DAN URSESCU şi VICTOR ZUBCU, Cercetări asupra modelării prin similitudine a camerelor de ardere pentru turbinele cu gaze funcţionînd cu combustibil gazos. II, Instalaţia experimentală (franc., rez. rom.) 75

Pag.

CONDRAT-ADRIAN HOMUTESCU, Tipuri noi de traductoare pentru măsurarea și înregistrarea unghiului de rotație al arborelui cotit și a cursei pistonului (rusă, rez. rom.) 81

GH. CAȘLER, MIRCEA COZMÎNCĂ și D. ZETU, Determinarea constantei și exponenților din relația forței tangențiale la frezarea oțelurilor turnate (OT STAS 600–65, (rom., rez. franc.) 85

VITALIE BELOUS și N. GOJINEȚCHI, Ascuțirea cilindro-eliptică dublă a sculelor aşchietoare (germ., rez. rom.) 93

I. CONDREA, Studiu privind dinamica dispozitivului de copiat hidraulic model Cimatic 6BM2–MI/C (rom., rez. rom.) 99

O. V. PRUTEANU, Influența parametrilor regimului de aşchiere asupra rugozității de suprafață la rectificarea plană (engl., rez. franc.) 107

N. GOJINEȚCHI, N. GHERGHEL și TUDOR RĂILEANU, Cercetări experimentale asupra capacității de strîngere a prismelor electromagnetice (rom., rez. franc.) 117

D. ZETU, Asupra reglării jocului radial în lagărele arborilor principali ai mașinilor-unelte (rom., rez. franc.) 125

COSTACHE DRUȚU și SILVIA DRUȚU, Aspecte ale evoluției oscilațiilor forțate și ondulațiilor pe suprafața prelucrată în sistemul cu reacții întîrziate la rectificarea cilindrică. I, Modelul sistemului închis (rom., rez. rusă) 131

DAN NICOLESCU și VLADIMIR BURGARD, Determinarea parametrilor momentului de torsiune la tarodarea oțelurilor românești. III, Oțelurile STAS 600–65 (rom., rez. franc.) 137

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tome XIX (XXIII), Fasc. 3–4 1973

Section IV

MECHANICAL ENGINEERING

CONTENTS

Pp.

SPIRIDON DELEANU, SILVIA NEAGU et N. IRIMICIUC, Équations Lagrange de deuxième espèce pour les systèmes mécaniques holonomes ayant de solides de masses variables comme éléments constitutifs (French, Romanian summary) 9

CLAUDE BILLOT (France), Vibrations d'une machine centrifuge nonéquilibrée. II, Rotor suspendu élastiquement (French, Romanian summary) 13

ELISABETA RUSU, A Distortion Problem in the Linear Theory of Micropolar Thermoelasticity (English, Romanian summary) 25

D. HORBANIUC, VICTOR BAUŞIC, IULIAN MIROŞ, COSTACHI GIREADĂ, VALERIAN PALIHOVICI and T. DUMENCU, New Method of Calculating Bending Strain of Straight Beams under Complex Loads (English, Romanian summary) 35

LIVIU HOSTIUC, Nouvelles précisions sur la relation charge-durabilité de vie des roulements à mouvement oscillant (Romanian, French summary) 45

E. N. DIACONESCU, Beiträge zur Berechnung der remanenten Spannungen in einigen Revolutionskörpern auf Grund der röntgenographischen Messungen (German, Romanian summary) 53

GÉRARD D'ALBON, VALERIU CERNESCU, EMIL JUGUREANU, MAIER PERLMAN et D. COSTIN, Études sur les radiateurs à fluide intermédiaire avec des éléments en tôle mince (Romanian, French summary) 59

EMIL V. JUGUREANU, Contributions théoriques concernant les méthodes de correction des équantios critérieles dans la transmission de la chaleur (Romanian, French summary) 67

DAN URSESCU et VICTOR ZUBCU, Recherches sur le modelage par similitude des chambres de combustion pour les turbines à gaz fonctionant à combustible gazeux. II, L'installation expérimentale (French, Romanian summary) 75

Pp.

CONDRAT-ADRIAN HOMUTESCU, New Types of Measurement and Registration Traducers of the Rotation Angle of Crankshaft and Piston Stroke (Russian, Romanian summary) 81

GH. CAȘLER, MIRCEA COZMÎNCĂ et D. ZETU, Détermination des paramètres des forces de coupe concernant le frésage des aciers standardisés (OT STAS 600—65) (Romanian, French summary) 85

VITALIE BELOUS und N. GOJINEȚCHI, Zweiseitiges, zylindrisch-elliptisches Schleifen von spanabhebenden Werkzeugen (German, Romanian summary) 93

I. CONDREA, Étude sur la dynamique du dispositif hydraulique de copiage modèle Cimatic 6BM2—MI/C (Romanian, French summary) 99

O. V. PRUTEANU, The Influence of Cutting Parameters on the Surface Roughness in Surface Grinding (English, Romanian summary) 107

N. GOJINEȚCHI, N. GHERGHEL et TUDOR RĂILEANU, Recherches expérimentales sur la capacité de serrement des prismes électromagnétiques (Romanian, French summary) 117

D. ZETU, Sur le réglage du jeu radial dans les paliers des broches des machines-outils (Romanian, French summary) 125

COSTACHE DRUȚU et SILVIA DRUȚU, Des aspects concernant l'évolution des oscillations forcées et les ondulations sur la surface usinée dans le système à réaction retardée dans le processus de rectification cylindrique. I, Le modèle du système fermé (Romanian, Russian summary) 131

DAN NICOLESCU et VLADIMIR BURGARD, Détermination de paramètres des moments concernant les filetages à tarauds des aciers roumains. III, Les aciers standardisés 600—65 (Romanian, French summary) . . . 137

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Том XIX (XXIII), Вып. 3—4 1973

Секция IV

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

СПИРИДОН ДЕЛЯНУ, СИЛВИА НЕАГУ и Н. ИРИМИЧУК, Уравнения Лагранжа второго рода для голономных механических систем состоящих из твердых тел переменной массы (франц., рез. рум.) 9

КЛОД БИИО (Франция), Колебания одной неуравновешенной центробежной машины (II) (франц., рез. рум.) 13

ЕЛИСАБЕТА РУСУ, Задача дисторсии в линейной теории микрополярной термоупругости (англ., рез. рум.) 25

Д. ХОРБАНЮК, ВИКТОР БАУШИК, ЮЛИАН МИРОШ, КОСТАКЕ ГИРЯДЭ, ВАЛЕРИАН ПАЛИХОВИЧ и Т. ДУМЕНКУ, Новый метод для вычисление деформации изгиба у прямых балок со сложными нагрузками (англ., рез. рум.) 35

ЛИВЮ ХОСТЮК, Некоторые уточнения в связи с нагрузкой и долговечностью подшипников с качающимся движением (рум., рез. франц.) 45

Е. Н. ДИАКОНЕСКУ, К расчёту остаточных напряжений в нескольких вращающих телах на основе рёнтгеновских измерений (нем., рез. рум.) 53

ДЖЕРАРД Д'АЛЬБОН, ВАЛЕРЮ ЧЕРНЕСКУ, ЕМИЛ ЖУГУРЯНУ, МАЙЕР ПЕРЛМАН и Д. КОСТИН, Исследования над радиаторами с промежуточной жидкостью с элементами из тонкой жестью (рум., рез. франц.) 59

ЕМИЛ ЖУГУРЯНУ, Некоторые вклады в вопрос о методах исследования критериальных уравений в теплообмене (рум., рез. франц.) . . 67

ДАН УРСЕСКУ и ВИКТОР ЗУБКУ, Исследования о применении подобия для моделирования камер сгорания газовых турбин работающих на газовом топливе (II) (франц., рез. рум.) 75

Стр.

КОНДРАТ-АДРИАН ХОМУТЕСКУ, Новые модели датчиков измерения и регистрации угла поворота коленчатого вала и хода поршня (русск., рез. рум.) 81

Г. КАШЛЕР, МИРЧЕА КОЗМЫНКЭ и Д. ЗЕТУ, Определение технических характеристик сил резания в процессе фрезерований румынских сталей группы OT STAS 600-65 (рум., рез. франц.) 85

ВИТАЛИЕ БЕЛОУС и Н. ГОЖИНЕЦКИ, Двойная цилиндро-эллиптическая заточка режущего инструмента (нем., рез. рум.) 93

И. КОНДРЯ, Исследование по динамики гидравлического копировального приспособление модель CIMATIC 6BM2-MÏ/C (рум., рез. франц.) 99

О. В. ПРУТЯНУ, Влияние параметров режима резания на качество поверхности при плоскостном шлифовании (англ., рез. рум.) . . . 107

Н. ГОЖИНЕЦКИ, Н. ГЕРГЕЛ и ТУДОР РЭЙЛЯНУ, Экспериментальное исследования зажимной способности электромагнитных призм (рум., рез. франц.) 117

Д. ЗЕТУ, О регулировании радиального зазора в подшипниках главных шпинделей металлорежущих станков (рум., рез. франц.) 125

КОСТАКЕ ДРУЦУ и СИЛВЯ ДРУЦУ, Виды развития вынужденных колебаний и волнистости обработанной поверхности в системе с запаздывающими обратными связями при круглошлифовании. I, Модель замкнутой системы (рум., рез. русск.) 131

ДАН НИКОЛЕСКУ и ВЛАДИМИР БУРГАРД, Определение параметров крутящих моментов при резании резьбы метчиками румынских сталей. III, Стали группы STAS 600-65 (рум., рез. франц.) 137

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 3—4, 1973
SECŢIA IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. D, 531.312

ÉQUATIONS LAGRANGE DE DEUXIÈME ESPÈCE POUR LES SYSTÈMES MÉCANIQUES HOLONOMES AYANT DE SOLIDES DE MASSES VARIABLES COMME ÉLÉMENTS CONSTITUTIFS

PAR

SPIRIDON DELEANU, SILVIA NEAGU et N. IRIMICIUC

0, Introduction

Après avoir formulé, dans [1]...[7], les principales notions, les théorèmes généraux, ainsi que les principes différentielles de la dynamique pour le nouveau modèle mécanique introduit — c'est-à-dire, le solide dont la masse contient trois zones : la première constante, la deuxième, variable par l'annexion et la troisième variable par un processus de détachement de particules matériels — on établit maintenant les équations de Lagrange pour un système mécanique ayant de tels solides comme éléments constitutifs.

On conserve, dans ce qui suit, les coventions de notation adopteés dans les travaux mentionnés.

1. Établissement des équations de Lagrange de deuxièmè espace

On démontre d'abord la valabilité de la première et de la deuxième relation de Lagrange pour les dérivées partielles de transport des vitesses de transport des points des solides qui forment le système mécaniques, c'est-à-dire qu'on peut écrire :

$$\frac{\partial^* \bar{v}_t}{\partial \dot{q}_\sigma} = \frac{\partial^* \bar{r}}{\partial q_\sigma} \tag{1.1}$$

et

$$\frac{\partial^* \bar{v}_t}{\partial q_\sigma} = \frac{\mathrm{d}^*}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial^* \bar{r}}{\partial q_\sigma}\right), \quad (\sigma = 1, 2, .., p), \tag{1.2}$$

où q_σ ($\sigma = 1, 2, ..., p$) sont les paramètres lagrangiens de position du système mécanique considéré (p est le nombre de degrés de liberté).

Dans la relation exprimant le principe du travail virtuel, formulé comme dans [4] :

$$\delta^* \mathcal{L} + \delta^* \mathcal{L}_t^i + \delta^* \mathcal{L}_{r_t} = 0, \tag{1.3}$$

on remplacera comme d'habitude les travaux virtuels des sollicitations actives et réactive, par les expressions :

$$\delta^* \mathcal{L} = Q_j^* \, \delta q_j, \quad (j = 1, 2, ..., p) \tag{1.4}$$

et

$$\delta^* \mathcal{L}_{r_t} = Q_{r_j}^* \, \delta q_j, \quad (j = 1, 2, ..., p) \tag{1,5}$$

où

$$Q_j^* = \sum_\nu \left(\overline{\mathcal{F}}_\nu \frac{\partial \bar{r}_{Q_\nu}}{\delta q_j} + \overline{\mathcal{M}}_{Q_\nu} \frac{\delta \bar{\theta}_\nu}{\delta q_j} \right) \tag{1.6}$$

et

$$Q_{rj}^* = \sum_\nu \left(\overline{\mathcal{F}}_{r\nu} \frac{\delta \bar{r}_{Q_\nu}}{\delta q_j} + \overline{\mathcal{M}}_{Q_{\nu r}} \frac{\delta \bar{\theta}_\nu}{\delta q_j} \right) \tag{1.7}$$

sont les forces généralisées actives et réactives pour les déplacements de transport.

Le travail virtuel $\delta^* \mathcal{L}_t^i$ sera donné par la relation :

$$\delta^* \mathcal{L}_t^i = -\left\{ \sum_\nu \left[\sum_{(M_{c_\nu})} dm \bar{a}_t \frac{\delta^* \bar{r}}{\delta q_j} + \sum_{(M_{a_\nu})} dm \bar{a}_t \frac{\delta^* \bar{r}}{\delta q_f} + \sum_{(M_{a_\nu})} dm \bar{a} \frac{\delta^* \bar{r}}{\delta q_j} \right] \right\} \delta q_j, \tag{1.8}$$

$$(j = 1, 2, ..., p).$$

On trouve pour les divers termes de la dernière relation les significations suivantes :

$$\sum_{(M_{c_\nu})} dm \bar{a}_t \frac{\partial^* \bar{r}}{\partial q_j} = \frac{d^*}{dt} \left(\frac{\partial^* \mathcal{E}_{t_c}}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial^* \mathcal{E}_{t_c}}{\partial q_j}, \tag{1.9}$$

$$\sum_{(M_{\nu_a})} dm \bar{a}_j \frac{\partial^* \bar{r}}{\partial q_j} = \left[\frac{d^*}{dt} \left(\frac{\partial^* \mathcal{E}_{\nu t_a}}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial^* \mathcal{E}_{\nu t_a}}{\partial q_j} \right] -$$

$$- \left[\frac{d^*}{dt} \left(\frac{\partial M_{\nu_a}}{\partial \dot{q}_j} \frac{\bar{v}_{ca_{\nu t}}^2}{2} \right) - \frac{\partial M_{\nu_a}}{\partial q_j} \frac{\bar{v}_{ca_{\nu t}}^2}{2} \right] - \frac{dM_{\nu_a}}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{q}_j} \left(\frac{\bar{v}_{ca_{\nu t}}^2}{2} \right) \tag{1.10}$$

et

$$\sum_{(M_{\nu_d})} \mathrm{d}m\bar{a}_t \frac{\partial^*\bar{r}}{\partial q_j} = \left[\frac{\mathrm{d}^*}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial^*\mathcal{E}_{\nu_{t_d}}}{\partial\dot{q}_j}\right) - \frac{\partial^*\mathcal{E}_{\nu_{t_d}}}{\partial q_j}\right] -$$

$$(1.11)$$

$$-\left[\frac{\mathrm{d}^*}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial M_{\nu_d}}{\partial\dot{q}_j}\frac{\bar{v}^2_{ca_{\nu_t}}}{2}\right) - \frac{\partial M_{\nu_d}}{\partial q_j}\frac{\bar{v}^2_{ca_{\nu_t}}}{2}\right] - \frac{\mathrm{d}M_{\nu_d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial}{\partial\dot{q}_j}\left(\frac{\bar{v}^2_{ca_{\nu_t}}}{2}\right),$$

ce qui permet de donner à l'expression (1.8) la forme :

$$\delta^*\mathcal{L}^i_t = -\left[\frac{\mathrm{d}^*}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial^*\mathcal{E}_t}{\partial\dot{q}_j}\right) - \frac{\partial^*\mathcal{E}_t}{\partial q_j} - S^*\right]\delta q_j\,, \tag{1.12}$$

où les termes :

$$S^*_j = \left\{\left[\frac{\mathrm{d}^*}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial M_{\nu_1}}{\partial\dot{q}_j}\frac{\bar{v}^2_{ca_{\nu_t}}}{2}\right) - \frac{\partial M_{\nu_1}}{\partial q_j}\frac{\bar{v}^2_{ca_{\nu_t}}}{2}\right] -\right.$$

$$(1.13)$$

$$\left. -\left[\frac{\mathrm{d}^*}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial M_{\nu_2}}{\partial\dot{q}_j}\frac{\bar{v}^2_{ca_{\nu_t}}}{2}\right) - \frac{\partial M_{\nu_2}}{\partial q_j}\frac{\bar{v}^2_{ca_{\nu_t}}}{2}\right]\right\} +$$

$$+\sum_{\nu}\left[\frac{\mathrm{d}M_{\nu_1}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial}{\partial\dot{q}_j}\left(\frac{\bar{v}^2_{ca_{\nu_t}}}{2}\right) - \frac{\mathrm{d}M_{\nu_2}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial}{\partial\dot{q}_j}\left(\frac{\bar{v}^2_{ca_{\nu_t}}}{2}\right)\right].$$

ont été nommés *forces généralisées réactives supplémentaires.*

En vertu des expressions (1.4), (1.5) et (1.12), la relation (1.3) prendra la forme :

$$\left\{-\left[\frac{\mathrm{d}^*}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial^*\mathcal{E}_t}{\partial\dot{q}_j}\right) - \frac{\partial^*\mathcal{E}_t}{\partial q_j}\right] + \mathrm{Q}^*_j + \mathrm{Q}^*_{rj} + S^*_j\right\}\delta q_j = 0, \tag{1.14}$$

d'ou en résultera — à cause de l'arbitrariété des variations δq_j — les équations cherchées :

$$\frac{\mathrm{d}^*}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial\mathcal{E}_t}{\partial\dot{q}_j}\right) - \frac{\partial^*\mathcal{E}_t}{\partial q_t} = \mathrm{Q}^*_j + \mathrm{Q}^*_{rj} + S, \quad (j = 1, 2, .., p). \tag{1.15}$$

Reçue le 25 avril 1973

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire de Mécanique théorique

BIBLIOGRAPHIE

1. Deleanu Sp., Irimiciuc N., Neagu S., *Sur la dynamique du solide dont la masse est variable.* (I). *Caractéristiques dynamiques.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **XVI (XX)**, *3—4*, s. IV (1970).
2. Deleanu Sp., Irimiciuc N., Stancu M., *Sur la dynamique du solide dont la masse est variable.* (II) *Théorèmes généraux.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **XVII (XXI)**, *1—2*, s. IV (1971).

3. Deleanu Sp., Irimiciuc N., Crăciunaş A., *Sur les équations de la dynamique du solide dont la masse est variable.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **XVII (XXI)**, *3—4*, s. IV (1971).
4. Deleanu Sp., Irimiciuc N., Neagu S., *Sur le principe du travail virtuel dans la dynamique des systèmes ayant de solides de masses variables comme éléments constitutifs.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **XVIII (XXII)**, *1—2*, s. I (1972).
5. Deleanu Sp., Irimiciuc N., Crăciunaş A., *Sur la notion de „point matériel" dans la dynamique du solide dont la mase est variable.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **XVIII (XXII)**, *1—2*, s. IV (1972).
6. Deleanu Sp., Irimiciuc N., Stancu M., *Sur l'application du principe de Gauss dans la dynamique des systèmes ayant de solides rigides de masses variables comme éléments constitutifs.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **XVIII (XXII)**, *3—4*, s. IV (1972).
7. Deleanu Sp., Irimiciuc N., Ibănescu I., *Équations Lagrange de première espèce pour les systèmes mécaniques ayant de solides de masses variables comme éléments constitutifs.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **XIX (XXIII)**, *1—2*, s. IV (1973).
8. Irimiciuc N., *Asupra mişcării relative a solidului cu masă variabilă.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **IV (VIII)**, *1—2* (1958).
9. Irimiciuc N., *Asupra formei ecuaţiilor lui Lagrange de specia a doua pentru sisteme de puncte cu mase variabile.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **IV (VIII)**, *1—2* (1958).
10. Irimiciuc N., Deleanu Sp., *Ecuaţii generalizate în sensul lui I. Ţenov şi D. Mangeron pentru sisteme de puncte cu mase variabile.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **XI (XV)**, *3—4* (1965).
11. Irimiciuc N., *Asupra unei noi forme de prezentare a mecanicii analitice pentru sisteme mecanice supuse la legături olonome.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **X (XIV)**, *3—4* (1964).
12. Irimiciuc N., Ibănescu I., Rusu E., *Sur le problème des liaisons holonomes imposées aux systèmes de solides rigides.* (I) *Liaisons géométriques.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **XIII (XVII)**, *3—4* (1967).
13. Irimiciuc N., Stancu M., *Une nouvelle relation pour exprimer le principe de Gauss.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **XIII (XVII)**, *3—4* (1967).
14. Irimiciuc N., Deleanu Sp., *Les principes intégrales de la mécanique analytique dans la dynamique des systèmes de solides rigides.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **XIV (XVIII)**, *3—4* (1967).
15. Irimiciuc N., *O nouă prezentare a mecanicii analitice ca metodă curentă a mecanicii tehnice.* Teză de doctorat, Institutul politehnic Iaşi, 1967.
16. Niang S., *Théorie des systèmes variables de particules. Applications.* Thèse de doctorat d'état, Université de Dakar, Faculté des Sciences, 1964.
17. Новоселов В. С., *Некторые вопросы механики переменных масс с учетом внутреннего движения частиц.* (I) Вестник ЛГУ, *19* (1956); (II) Вестник ЛГУ, *1* (1957).
18. Новоселов В. С, *Аналитпческая механика систем с переменными массами.* Изд. Ленинг. Ун-та, 1669.
19. Сапа В. А., *Вариационные принцепы в механике переменной массы.* Изв. АН КССР, сер. матем. и мех., 5 (1956)
20 Сапа В. А., *О вариационных принципах в механике переменной массы.* Изв. АН КССР, сер. матем. и мех., *9* (1960).

ECUAŢII LAGRANGE DE SPECIA A DOUA PENTRU SISTEME MECANICE OLONOME AVÎND SOLIDE CU MASE VARIABILE CA ELEMENTE CONSTITUTIVE

(Rezumat)

Urmărindu-se, în continuare, ideea construcţiei unei mecanici analitice folosind modelul mecanic prezentat în lucrările [1]...[7] — în locul punctului material cu masă variabilă, a fost considerat, ca element constitutiv, solidul cu masa distribuită în trei zone distincte, una constantă şi două variabile prin procese de anexare şi detaşare de particule materiale — în această lucrare se finalizează cercetările efectuate pînă acum, stabilindu-se formele ecuaţiilor lui Lagrange de specia a doua, corespunzătoare acestui model mecanic.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 3—4, 1973
SECŢIA IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C, D, 621-25; 534,01

VIBRATIONS D'UNE MACHINE CENTRIFUGE NON-ÉQUILIBRÉE

II. ROTOR SUSPENDU ÉLASTIQUEMENT

PAR

CLAUDE BILLOT

1. Introduction

Dans une première partie [1] on a examiné les équations générales des systèmes constitués par un rotor tournant comportant un balourd et monté sur un arbre élastique, et mis en évidence les vitesses critiques.

Dans ce qui suit, on envisagera l'étude théorique d'un rotor relié à l'arbre par des éléments élastiques ainsi que les différentes relations pratiques qui permettent d'éviter les résonances parasites.

2. Rotor suspendu élastiquement

Dans la pratique, les fréquences propres du rotor dépendent aussi des masses et raideurs des supports. En raison de la géométrie particulière du „système pendulaire", la bâti d'un tel appareil peut présenter des fréquences propres dans le domaine des vitesses utiles. Des phénomènes de couplage peuvent également exister entre le bâti et la charpente sur laquelle est disposée l'essoreuse, l'implantation étant chaque fois différente. Il est donc souvent nécessaire de faire intervenir des paramètres supplémentaires conduisant à un schéma plus complexe mais plus exact.

2.1. Éléments characterístiques

2.1.1. *Notations utilisées* (fig. 1). Soient G_0 et G_2 les centres de gravité respectifs du bâti et du rotor ; m_0 et A_0 les masse et moment d'inertie diamétral du bâti ; m_2, A_2 et C_2 les masse, moments d'inertie diamétral et polaire du rotor ; $d = O_2G_2$ et E produit d'inertie ; a_{00}, c_{00}, K et c_{12} les raideurs respectives de la suspension (dans les mouvements de translation et de rotation), et des articulations supérieures et inférieures.

2.1.2. *Degrés de liberté.* Désignons par :

a) x_0 et y_0, x_1 et y_1 les coordonnées des points O_1 lié au bâti dans le repère fixe $Oxyz$ et A extrémité de l'arbre dans le repère O_1xyz (fig. 2) ;

b) α_0 et β_0, α_1 et β_1, α_2 et β_2 les rotations de trièdres liés au bâti, à l'extrémité de l'arbre et au rotor ;

On utilise la déformée statique [1, (1.1.1)].

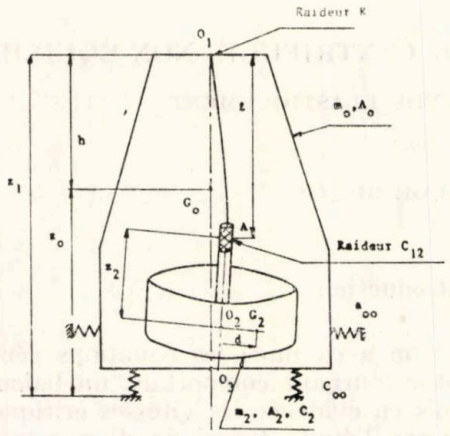


Fig. 1. — Les notations utilisées.

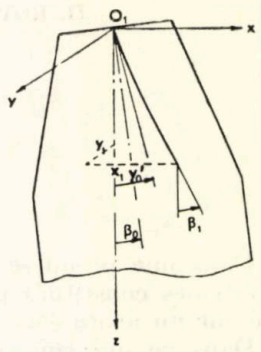


Fig. 2. — Systèmes de coordonnées.

Les conditions à l'extrémité O_1 sont : $Y(0)=0$, $EIY''(0)=k[Y'(0)-\theta]$, θ rotation du bâti. Les coordonnées de A sont (x_1, y_1, l). Les composantes de la tangente en A sont $(\beta_1, -\alpha_1, 0)$. On en déduit les composantes de A, B, C et D suivant le repère fixe $Oxyz$

$$A_x = b\beta_1 - ax_1 + 3b_0\beta_0, \qquad C_x = \beta_1$$

et des expressions semblables pour

$$B_x = c\beta_1 - bx_1 + b_0 l\beta_0, \qquad D_x = x_1, \qquad A_y,\ B_y,\ C_y,\ D_y,$$

$$a = \frac{12(EI+kl)}{l^3 D}, \qquad c = \frac{4(3EI+kl)}{lD}, \qquad b_0 = \frac{2k}{lD},$$

$$b = \frac{6(2EI+kl)}{l^2 D}, \qquad D = 4EI + kl.$$

Remarque. La masse de l'arbre élastique, ainsi que la pesanteur sont négligées afin de simplifier les calculs sans que cela change le formalisme du problème.

2.1.3. *Énergie cinétique* :

A. Du bâti :

$$2T_0 = m_0(x_0^{02} + y_0^2) + \bar{A_0}(\alpha_0^{02} + \beta_0^{02}) + 2lm_0(x_0^0\,\beta_0^0 - y_0^0\,\alpha_0^0)$$ où $\bar{A_0} = A_0 + m_0h^2$ (moment d'inertie diamétral du bâti au point O_1).

B. Du rotor :

$$2T_2 = m_2[(x_0^0 + x_1^0 + z_2\beta_2^0 - d\omega \sin \omega t)^2 + (y_0^0 + y_1^0 - z_2\alpha_2^0 + d\omega \cos \omega t)^2] +$$
$$+ A_2(\alpha^{02} + \beta^{02}) + C_2(\omega + \alpha_2^0\beta_2)^2 - 2E(\alpha_2^0\beta_2 + \omega)(\alpha_2^0 \cos \omega t + \beta_2^0 \sin \omega t).$$

2.1.4. *Énergie potentielle* :

A. De la suspension :

$$2W_0 = a_{00}[(x_0 + z_1\beta_0)^2 + (y_0 - z_1\alpha_0)^2] + c_{00}(\alpha_0^2 + \beta_0^2).$$

B. De l'arbre et de l'articulation supérieure:

$$2W_1 = a_1(x_1^2 + y_1^2) + c_1(\beta_1^2 + \alpha_1^2) - 2b_1(x_1\beta_1 - y_1\alpha_1) - 6b_{10}(x_1\beta_0 - y_1\alpha_0) +$$
$$+ 2lb_{10}(\beta_0^2 + \alpha_0^2 + \beta_0\beta_1 + \alpha_0a_1),$$

avec

$$a_1 = aEI, \quad b_1 = bEI, \quad c_1 = cEI, \quad b_{10} = b_0EI.$$

C. De l'articulation inférieure :

$$2W_2 = c_{12}[(\alpha_2 - \alpha_1)^2 + (\beta_2 - \beta_1)^2].$$

2.1.5. *Équations du mouvement.* En appliquant les équations de Lagrange et en faisant la transformation complexe :

$$x_i + \mathrm{j}y_i = w_i, \qquad (i = 0,\ 1),$$
$$\alpha_j + \mathrm{j}\beta_j = \theta_j, \qquad (j = 0,\ 1,\ 2),$$

on obtient le système différentiel :

$$-\mathrm{j}\bar{A}_0\theta_0'' + hm_0W_0'' - \mathrm{j}k_{00}\theta_0 - \mathrm{j}lb_{10}\theta_1 + a_{00}z_1W_0 - 3b_{10}W_1 = 0,$$
$$MW_0'' + m_2W_1'' - \mathrm{j}m_0h\theta_0'' - \mathrm{j}m_2z_2\theta_2'' + a_1W_0 - \mathrm{j}a_1z_1\theta_0 = m_2d\omega^2\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t} -$$
$$- \mathrm{j}k_{11}\theta_1 - b_1W_1 - \mathrm{j}lb_{10}\theta_0 + \mathrm{j}c_{12}\theta_2 = 0,$$
$$m_2(W_0'' + W_1'') - \mathrm{j}m_2z_2\theta_2'' + a_{11}W_1 + \mathrm{j}b_1\theta_1 + 3\mathrm{j}b_{10}\theta_0 = m_2d\omega^2\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t} -$$
$$- \mathrm{j}A_{22}\theta_2'' + m_2z_2(W_0'' + W_1'') - C_2\omega\theta_2' - \mathrm{j}c_{12}(\theta_2 - \theta_1) =$$
$$= (m_2dz_2 + E)\omega^2\mathrm{e}^{j\omega t},$$

où

$$M = m_0 + m_2, \quad A_{22} = A_2 + m_2z_2^2, \quad k_{00} = c_{00} + 2lb_{10} + a_{00}z_1^2, \quad k_{11} = c_{12} + c_1.$$

2.2. Fréquences propres

2.2.1. *Le déterminant aux fréquences propres* s'écrit :

$$\begin{vmatrix} \bar{A}_0\Omega^2 - k_{00} & -lb_{10} & 0 & hm_0\Omega^2 - a_{00}z_1 & 3b_{10} \\ lb_{10} & -k_{11} & c_{12} & 0 & b_1 \\ 0 & c_{12} & A_{22}\Omega^2 - C_2\omega\Omega - c_{12} & m_2z_2\Omega^2 & m_2z_2\Omega^2 \\ hm_0\Omega^2 - a_{00}z_0 & 0 & m_2z_2\Omega^2 & M\Omega^2 - a_{00} & m_2\Omega^2 \\ 3b_{10} & b_1 & m_2z_2\Omega^2 & m_2\Omega^2 & m_2\Omega^2 - a_1 \end{vmatrix} .$$

2.2.2. *Influence de la raideur de l'articulation inférieure.* Si l'on diminue les forces de rappel élastique (représentées par le coefficient c_{12}) s'exerçant sur la rotule inférieure la plus grande des vitesses critiques tend alors à se confondre avec l'asymptote $\Omega = \frac{C}{A}\omega$.

Les deux vitesses critiques inférieures correspondant au mouvement transversal du rotor se rapprochent l'une de l'autre, le couplage gyroscopique ne s'exerçant plus alors que dans le mouvement de rotation du rotor (fig. 3).

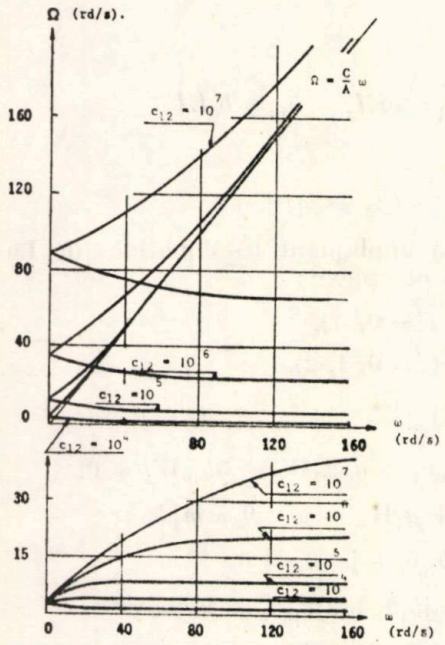


Fig. 3. — Les deux vitesses critiques inférieures correspondant au mouvement transversal :
$M_2 = 1\,800$ kg, $A_2 = 400$ kgm^2, $C_2 = 500$ kg m^2, $l = 1$ m, $z_2 = -0{,}4$ m, $a_{00} = c_{00} = \infty$, $k = 0$.

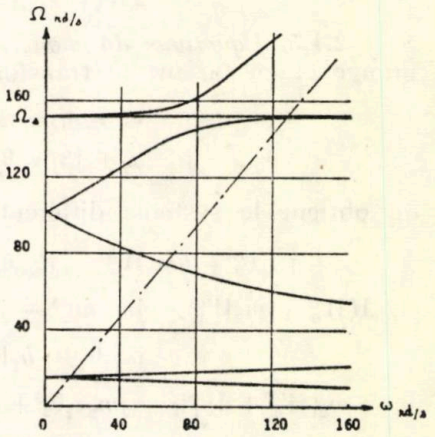


Fig. 4. — Les fréquences propres de la suspension dans le cas général : $M_0 = 3\,500$ kg, $A_0 = 5\,500$ kg m^2, $A_2 = 180$ kg m^2, $C_2 = 215$ kgm^2, $l = 2{,}4$ m, $z_0 = -1{,}8$ m, $a_{00} = \infty$, $C_0 = 4.10^8$ mN/rd, $C_{12} = 10$ mN/rd.

Une liaison souple permet donc une rotation autour d'un axe principal d'inertie.

2.2.3. Cas général. Dans le cas le plus général, les fréquences propres de la suspension sont couplées gyroscopiquement et dépendent ainsi de la vitesse de rotation (fig. 4). On montre que le couplage peut être réduit en diminuant la raideur de l'articulation inférieure ou de l'arbre.

2.3. Stabilité

L'emploi des critères de Routh ou d'Hurwitz devient malaisé dès que le déterminant aux fréquences propres est de degré élevé. On peut alors utiliser une méthode due à Routh [2] lorsque le système est conservatif, ce qui permet de montrer que le système est stable.

3. Appareil experimental

Des essais ont été réalisés sur une maquette comportant des arbres de 30 à 45 cm de long, de diamètre 6 à 18 mm pour des vitesses de rotation maximum voisines de 8 000 tr/mn. Le rotor et son arbre sont suspendus verticalement au moyen d'une rotule, à une plaque-support, l'extrémité inférieure de l'arbre étant libre. La table réglable en hauteur per-

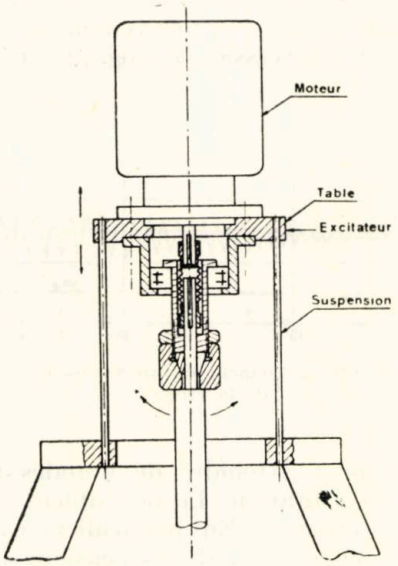


Fig. 5. — Appareil expérimental.

met d'obtenir une fréquence de suspension variable continuement de 5 à 150 Hz. Un excitateur solidaire du bâti permet de faire vibrer la table simulant une excitation extérieure. Les amplitudes et accélérations sont mesurées au moyen de capteurs.

3.1. Résultats expérimentaux

3.1.1. *Arbres rigides.* Si aucune instabilité importante n'apparaît, des mouvements de précession entretenue sont observés pour des vitesses de rotation élevées. La valeur de ces précessions, couplées par effet gyros-

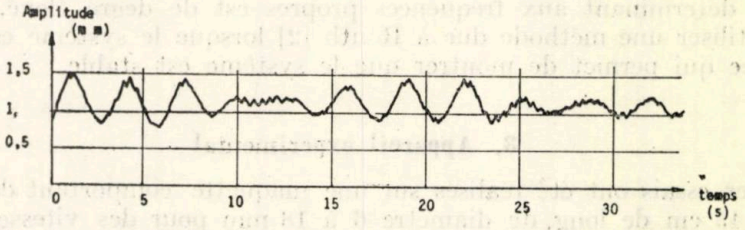


Fig. 6. — Amplitude du mouvement de précession rétrograde fonction du temps.

copique, correspondent à celles données par la théorie. Une précession rétrograde et lente est observée principalement et de façon durable, une précession rapide, directe, vite amortie, venant se superposer au mouvement précédent (fig. 6). La précession rétrograde augmente avec la vitesse

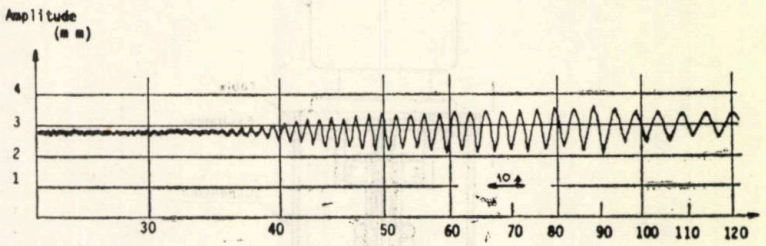


Fig. 7. — Amplitude du mouvement de précession rétrograde en fonction de la vitesse.

de rotation (fig. 7) et peut atteindre de grandes amplitudes. Un faible amortissement élimine la vibration. Le dédoublement des fréquences propres de suspension est observé. En particulier, en présence d'une excitation extérieure, deux résonances de suspension sont observées (fig. 8). Par contre, et comme le montre la théorie, seule la fréquence de résonance la plus élevée est excitée par balourd (fig. 9). La trajectoire du rotor est relevée au moyen de deux capteurs capacitifs placés à 90° l'un de l'autre

dont les signaux sont envoyés en balayage horizontal et vertical d'un oscilloscope. Lorsque le système est écarté de sa position d'équilibre, il tend à y revenir dans un mouvement de précessions directe (et rapide), rétrograde (et lente) superposées (fig. 10). Ces figures sont similaires aux trajectoires d'un solide dans un mouvement de Lagrange pour différentes conditions initiales. Une suspension basse fréquence est particulièrement souhaitable. Les efforts transmis par balourd croissant rapidement avec la vitesse de rotation, des effets désastreux sont observés lorsque la fréquence de suspension est excitée à vitesse importante.

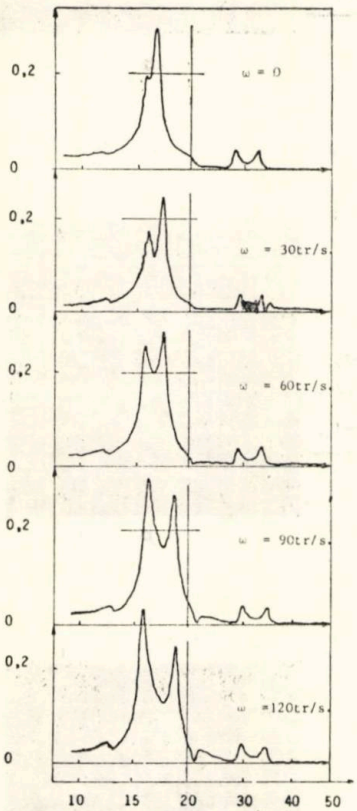


Fig. 8. — Dédoublement des fréquences propres de suspension.

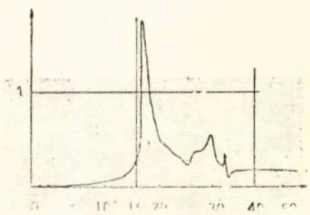


Fig. 9. — La fréquence de résonance excité par le balourd.

Si le système pendulaire passe bien les balourds statiques en raison de la faible raideur rencontrée dans le mouvement transversal, en revanche, les balourds dynamiques donnent lieu à des vibrations importantes, l'arbre s'opposant à la rotation du rotor autour de son centre de gravité.

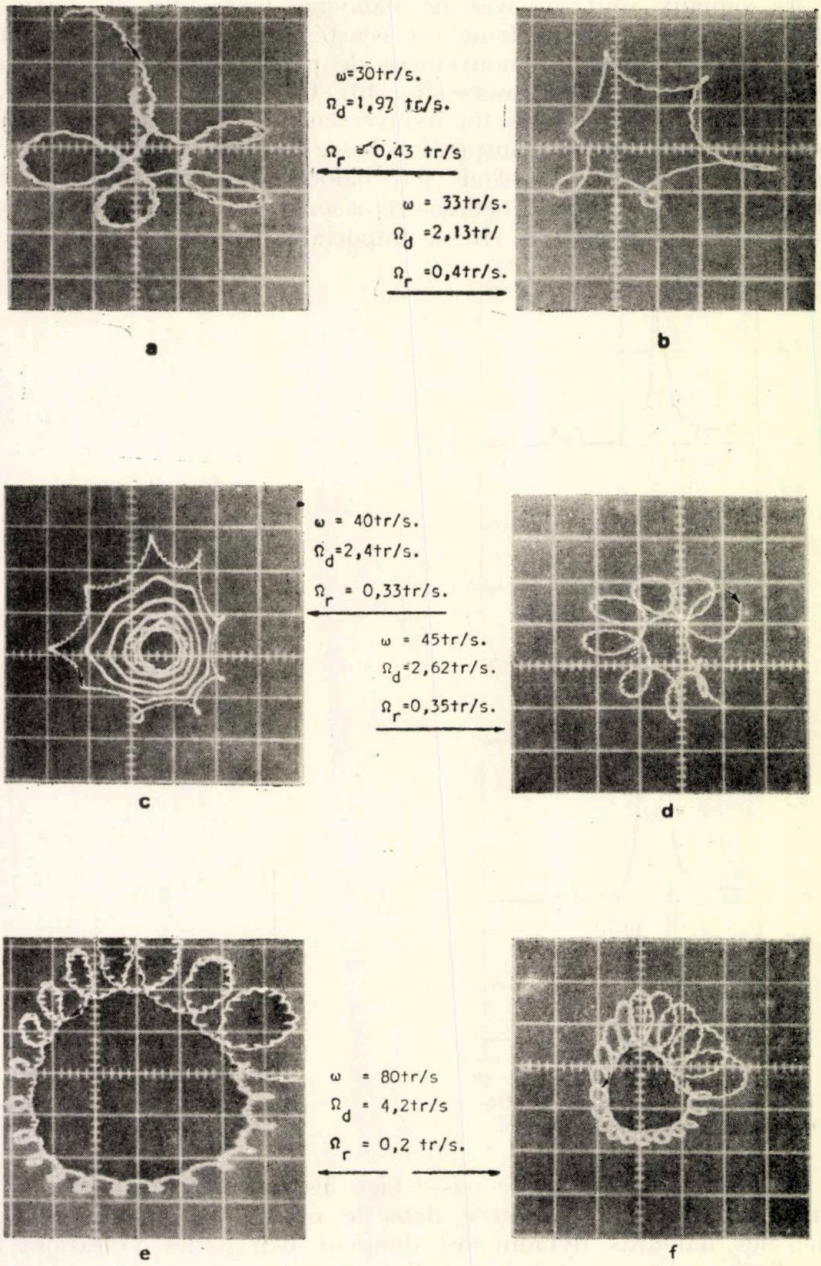


Fig. 10. — Quelques enregistrements des mouvements de précession.

3.1.2. *Système à articulation inférieure.* L'articulation inférieure est confondue avec le centre de masse du rotor de façon à ne pas excentrer l'arbre en présence de balourd dynamique. Des précessions directes et rétrogrades sont observées. Si ces dernières sont rapidement amorties, les précessions directes provoquent des instabilités qui peuvent être éliminées par une amortisseur. En raison de la faible raideur de l'articulation inférieure (c_{12} variable de 0 a 200 mN/rd), le couplage est pratiquement inexistant sur les fréquences propres de suspension.

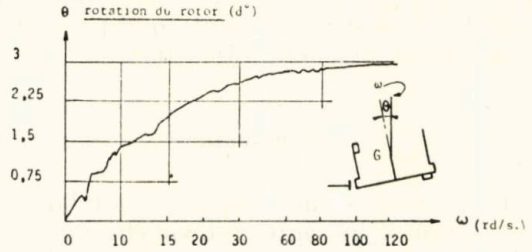


Fig. 11. — Rotation propre autour d'un axe principal d'inertie produite par des balourds.

En présence de balourds de différents types et comparativement avec des arbres rigides, toutes autres conditions par ailleurs égales, les accélérations transmises au bâti sont divisées sensiblement par dix les niveaux obtenus étant pratiquement indépendants de la valeur et du type de balourd créé. La rotation propre s'effectue autour d'un axe principal d'inertie (fig. 11). Le système s'équilibre sous l'action des forces d'inertie.

4. Systèmes d'auto-équilibrage

Différentes méthodes d'équilibrage ont été testées en vue de leur utilisation dans des essoreuses.

4.1. Équilibreur à billes de Thearle

Ce dispositif se compose d'un jeu de billes placées dans un logement circulaire du rotor à équilibrer. Son utilisation est connue pour un système à deux degrés de liberté (mouvement transversal dans deux directions perpendiculaires) et ne comportant qu'un balourd statique [4]. L'idée de base consiste à utiliser l'opposition de phase qui se produit au-de là de la résonance entre les forces d'excitation et le mouvement. Les essais effectués sur des rotors longs présentant des balourds statiques et dynamiques ont permis de montrer que si l'équilibrage statique est observé, en revanche l'équilibrage dynamique ne l'est pas, à moins que l'on ait : $A >$

$> C$ et $\omega > \Omega_4$ [1, fig. 6], le passage par la résonance rendant alors bien problématique une telle utilisation.

4.2. Autres solutions

L'opposition de phase se produisant à la résonance peut de la même façon être utilisée en remplissant partiellement les cavités d'un fluide [3] [5]. Malheureusement, le liquide intervient de façon purement géométrique, la surface intérieure du fluide se plaçant concentriquement à l'axe de rotation (surface isobare). Ceci nécessite l'utilisation d'un liquide lourd (mercure) ; les résultats ne sont satisfaisants que pour $A > C$ et $\omega > \Omega_4$, ce qui limite singulièrement une telle utilisation.

5. Conclusions

1. Létude fixe les limites du système pendulaire qui, s'il „tolère, bien les balourds statiques, présente en revanche une lacune importante lorsqu'il s'agit de blaourds dynamiques. Les difficultés rencontrées proviennent de la valeur élevée que prennent les efforts tournants créés par les balourds de fonctionnement.

2. La conception pendulaire a été modifiée en introdusiont un degré de liberté supplémentaire permettant au rotor de tourner autour de ses axes centraux d'inertie. La stabilité du mouvement de précession est cependant diminuée, une précession directe apparaissant, même à vitesse réduite et provoquant une instabilité qui n'est pas prévue dans le calcul. De nombreuses hypothèses peuvent être envisagées pour expliquer de telles instabilités [6]...[12].

3. Il paraît intéressant de poursuivre ce travail en examinant de façon détaillée le problème de l'autoéquilibrage. Ce n'est toutefois qu'au prix d'une étude mathématique approfondie et délicate qu'il sera possible d'orienter l'expérimentation et d'envisager éventuellement de nouvelles solutions.

Reçue le 15 mai 1972

Université de Besançon,
Laboratoire de Mécanique Appliquée,
associé au C. N. R. S.,
Besançon, France

BIBLIOGRAPHIE

1. Billot C., *Vibrations d'une machine centrifuge nonéquilibrée.* (I) *Rotor monté sur un arbre élastique.* Bul. Inst. polit. Iaşi, XVIII (XXII), *3–4*, s. IV (1972).
2. Tondl A., *Some Problems of Rotor Dynamics*, 1965 ; Routh E. J., *The Advanced Part of a Treatise on the Dynamics of a System of Rigid Bodies*, 1955.
3. Rapin P., *L'auto-équilibrage.* Rev. Française de Mécanique, *2* et *3* (1962).
4. Inoue J., Araki Y., Miyaura S., *On the self-Synchronisation of Mechanical Vibrators.* Kyusher Inst. Techn. Tobata Ku-Kitayusku.

5. Harris C. M., Crede C. E., *Shock and Vibration Handbook.* 1961.
6. Kushul M. Y., *Transverse Vibrations of Rotating Shafts in the Presence of Internal and External Friction.* Izv. AN SSSR OTN, *10* (1954).
7. Yamamoto T., *On Critical Speeds of a Shaft supported by a Ball Bearing.* J. of Appl. Mech., **26**, *2* (1959).
8. Portisky H., *Rotor Stability.* Amer. Society Mech. Engrs. (1966).
9. Brosens P. J., Crandall S. H., *Whirling of Unsymmetrical Rotors.* J. of Appl. Mech. (1961).
10. Brosens P. J., Crandall S. H., *On the Stability of Rotation of a Rotor with Rotationally Unsymmetric Inertie and Stiffness Properties.* J. of Appl. Mech. (1961).
11. Muszynska A., *The Precession of the High-speed Centrifuge Supported on Bearings with Non-linear Characteristic, and Partially Filled Liquid Tank.* Zagadniena drgain nieliniwoych, *10.*
12. Muszynska A., *Forced Vibrations of a Certain Mechanical System with two Degrees of Freedom.* Zagadnienia drgain nieliniowych, 9.

VIBRAŢIILE UNEI MAŞINI CENTRIFUGE NEECHILIBRATE

II. Rotor suspendat elastic

(Rezumat)

În [1] s-au cercetat ecuaţiile generale ale sistemelor formate dintr-un rotor excentric montat pe un arbore elastic şi s-au pus în evidenţă vitezele critice. În lucrarea de faţă se prezintă studiul teoretic al unui rotor legat elastic de arbore şi se dau relaţii practice care permit evitarea rezonanţelor parazite.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 3—4, 1973
SECŢIA IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D.C. 539.31

A DISTORTION PROBLEM IN THE LINEAR THEORY OF MICROPOLAR THERMOELASTICITY

BY

ELISABETA RUSU

1. Introduction

The present paper is concerned with some theorems in the linear dynamic theory of homogeneous and anysotropic micropolar thermoelastic solid subject to action of distortions: uniqueness theorem, reciprocity theorem and a variational theorem. The reciprocity theorem is derived without using the Laplace transform, as in [3], [5]. The variational theorem fully characterizes the solution of the mixed problem. We extend the results from [1]. The distortions may develop in many ways, as temperature strains, take place in metals on exceeding the yield point as plastic strains, or as initial stresses resulting from the inaccuracies of the assembly process (in plates or shells [1], [7]).

The distortions do not verify compatibility conditions. The distortions (initial deformations) ε_{ij}^{0}, $\varkappa_{ij}^{0}$ may be functions of position and time, continuous diferentiables.

2. Basic Equations

Throughout this paper we employ a rectangular Cartesian system with the abbreviation $x = (x_1, x_2, x_3)$. Let $\bar{V}$ be a regular region of space occupied by a micropolar thermoelastic material whose boundary is Σ, V is the interior of $\bar{V}$, n_i are components of the unit outward normal to Σ and Σ_α ($\alpha = 1, \ldots, 6$) denots subsets of Σ so that

$$\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2 = \Sigma_3 \cup \Sigma_4 = \Sigma_5 \cup \Sigma_6$$

and

$$\Sigma_1 \cap \Sigma_2 = \Sigma_3 \cap \Sigma_4 = \Sigma_5 \cap \Sigma_6 = \varnothing .$$

The basic equations of the linear theory of homogeneous and anisotropic micropolar thermoelastic solids are :

Balance of moments

$$t_{ji,j} + F_i = \rho \ddot{u}_i, \quad m_{ji,j} + \varepsilon_{ijk} t_{.k} + M_i = I_{ij} \ddot{\varphi}_j ; \tag{2.1}$$

Equation of entropy

$$\theta_0 \dot{\eta} = q_{i,i} + h. \tag{2.2}$$

Here we have used the following notations : u_i – components of displacement vector, φ_i – microrotation vector, t_{ij} – stress tensor, m_{ij} – couple stress tensor, F_i – body force vector, M_i – body couple vector, q_i – heat flux vector, η – entropy per unit volume, h – quantity of heat produced in the body per volume unit and time unit, θ – temperature measured from the absolute temperature θ_0 of initial state, ρ, I_{ij} –scharacteristic constants of material, the comma denots partial derivations with respect to x. We introduce the Helmholtz's free energy :

$$\varphi = U - \eta\theta, \tag{2.3}$$

where U is the internal energy, $\varphi = \varphi(\varepsilon_{ij}, \varkappa_{ij}, \theta)$, ε_{ij}, $\varkappa_{ij}$ – kinematic characteristics of strain. We employ the Taylor expresion of the free energy in the vecinity of initial state (in which $\varepsilon_{ij} = \varepsilon^o_{ij}$, $\varkappa_{ij} = \varkappa^o_{ij}$, $\theta = \theta_0$) in respect with $\varepsilon_{ij} - \varepsilon^o_{ij}$, $\varkappa_{ij} - \varkappa^o_{ij}$ and θ

$$\begin{aligned}\varphi(\varepsilon_{ij}, \varkappa_{ij}, \theta) = &\frac{1}{2} A_{ijkl}(\varepsilon_{ij} - \varepsilon^o_{ij})(\varepsilon_{kl} - \varepsilon^o_{kl}) + B_{ijkl}(\varepsilon_{ij} - \varepsilon^o_{ij})(\varkappa_{kl} - \\ &- \varkappa^o_{kl}) + \frac{1}{2} C_{ijkl}(\varkappa_{ij} - \varkappa^o_{ij})(\varkappa_{kl} - \varkappa^o_{kl}) - D_{ij}(\varepsilon_{ij} - \varepsilon^o_{ij})\theta - \\ &- E_{ij}(\varkappa_{ij} - \varkappa^o_{ij})\theta - \frac{1}{2} a\theta^2.\end{aligned} \tag{2.4}$$

It is known that

$$t_{ji} = \frac{\partial \varphi}{\partial \varepsilon_{ji}}, \quad m_{ji} = \frac{\partial \varphi}{\partial \varkappa_{ji}}, \quad \eta = -\frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \tag{2.5}$$

and we find the constitutive equations

$$t_{ij} = A_{ijkl}(\varepsilon_{kl} - \varepsilon^o_{kl}) + B_{ijkl}(\varkappa_{kl} - \varkappa^o_{kl}) - D_{ij}\theta, \tag{2.6}$$

$$m_{ij} = B_{klij}(\varepsilon_{kl} - \varepsilon^o_{kl}) + C_{ijkl}(\varkappa_{kl} - \varkappa^o_{kl}) - E_{ij}\theta, \tag{2.7}$$

$$\eta = D_{ij}(\varepsilon_{ij} - \varepsilon^o_{ij}) + E_{ij}(\varkappa_{ij} - \varkappa^o_{ij}) + a\theta. \tag{2.8}$$

It is also known that

$$q_i = -k_{ij}\theta_{,j} \tag{2.9}$$

holds and also the geometrical equations:

$$\varepsilon_{ij} = u_{j,i} - \varepsilon_{ijk}\,\varphi_k, \quad \varkappa_{ij} = \varphi_{j,i}, \tag{2.10}$$

where A_{ijkl}, B_{ijkl}, C_{ijkl}, D_{ij}, E_{ij}, a, k_{ij} are characteristic constants of the material, which must satisfy the symmetry conditions

$$A_{ijkl} = A_{klij}, \quad C_{ijkl} = C_{klij}, \quad I_{ij} = I_{ji}, \quad k_{ij} = k_{ji}. \tag{2.11}$$

We have also

$$q_i \theta_{,i} \geqslant 0. \tag{2.12}$$

To the system of field equations we adjoin the initial conditions

$$u_i(x, 0) = a_i(x), \quad \dot{u}_i(x, 0) = b_i(x), \quad \varphi_i(x, 0) = c_i(x), \tag{2.13}$$
$$\dot{\varphi}_i(x, 0) = d_i(x), \quad \eta(x, 0) = \eta_i(x),$$

and the boundary conditions:

$$u_i = \tilde{u}_i \text{ on } \Sigma_1 \times [0, \infty), \quad t_i = t_{ji} n_j = \tilde{t}_i \text{ on } \Sigma_2 \times [0, \infty),$$
$$\varphi_i = \tilde{\varphi}_i \text{ on } \Sigma_3 \times [0, \infty), \ (x \in V); \tag{2.14}$$
$$m_i = m_{ji} n_j = \tilde{m}_i \text{ on } \Sigma_4 \times [0, \infty), \ q = T_0 s_i n_i = \tilde{q} \text{ on } \Sigma_5 \times [0, \infty),$$
$$\theta = \tilde{\theta} \text{ on } \Sigma_6 \times [0, \infty),$$

where a_i, b_i, c_i, d_i, η_0, $\tilde{u}_i$, $\tilde{t}_i$, $\tilde{\varphi}_i$, $\tilde{m}_i$, $\tilde{\theta}$, $\tilde{q}$ are prescribed functions and we have used the notation

$$\theta_0 s_i = q_i. \tag{2.15}$$

Using (2.15), the relation (2.2) may be written as

$$\dot{\eta} = s_{i,i} + \frac{1}{\theta_0} h \tag{2.16}$$

and (2.9), as

$$s_i = \frac{1}{\theta_0} k_{ij}\,\theta_{,j} \quad \text{or} \quad \theta_{,i} = \theta_0\,\lambda_{ij}\,s_j. \tag{2.17}$$

We introduce the notion of admissible state $S = \{u_i, \varphi_i, s_i, \varepsilon_{ij}, \varkappa_{ij}, \eta, t_{ij}, m_{ij}, \theta\}$ by which we mean an ordered array of functions u_i, φ_i, s_i, ε_{ij}, $\varkappa_{ij}$, η, t_{ij}, m_{ij}, θ defined on $\overline{V} \times [0, \infty)$ with the following properties [3], [4], [5]:

$$u_i \in C^{1,2}, \ \varphi_i \in C^{1,2}, \ s_i \in C^{1,0}, \ \varepsilon_{ij} \in C^{0,0}, \ \varkappa_{ij} \in C^{0,0}, \ \eta \in C^{0,1}, \tag{2.18}$$
$$t_{ij} \in C^{1,0}, \ m_{ij} \in C^{1,0}, \ \theta \in C^{1,0}.$$

If we define addition of admissible states and multiplication of a state by a scalar through

$$S + S' \{u_i + u_i', \varphi_i + \varphi_i', ..., \theta + \theta'\}, \quad \lambda S = \{\lambda u_i, \lambda \varphi_i, ..., \lambda \theta\},$$

then the set of admisible states is a linear space.

By a solution of the mixed problem we mean an admisible state which satisfies the field equations (2.1), (2.6)...(2.8), (2.10), (2.16), (2.17), the initial conditions (2.13), and the boundary conditions (2.14).

3. Uniqueness Theorem

Theorem 3.1. *The mixed problem of linear theory of micropolar thermoelasticity with distortions, formulated in* § 2, *admits at most one solution.*

Proof. In our case, the free energy is (2.4), and internal energy per volum unit is:

$$U = \frac{1}{2} A_{ijkl} (\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^o)(\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^o) + B_{ijkl} (\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^o)(\varkappa_{kl} - \varkappa_{kl}^o) + \tag{3.1}$$

$$+ \frac{1}{2} C_{ijkl} (\varkappa_{ij} - \varkappa_{ij}^o)(\varkappa_{kl} - \varkappa_{kl}^o) + \frac{1}{2} a\theta.$$

From (2.6)...(2.8) we obtain

$$\dot{U} = t_{ji} (\dot{\varepsilon}_{ji} - \dot{\varepsilon}_{ji}^o) + m_{ji} (\dot{\varkappa}_{ji} - \dot{\varkappa}_{ji}^o) + \dot{\eta}\theta. \tag{3.2}$$

If we denote $v_i = \dot{u}_i$, $w_i = \dot{\varphi}_i$ and use (2.1), (2.10), (2.14)...(2.16), from (3.2) we obtain

$$\int_V \dot{U}\, dV = \int_V \left(F_i v_i + M_i w_i + \frac{1}{\theta_0}\theta h\right) dV + \int_\Sigma \left(t_i v_i + m_i w_i + \frac{1}{\theta_0}\theta q\right) d\Sigma - \tag{3.3}$$

$$- \int_V (\varrho v_i \dot{v}_i + I_{jk} w_j \dot{w}_k)\, dV - \frac{1}{\theta_0} \int_V q_i \theta_{,i}\, dV - \int_V (t_{ji} \dot{\varepsilon}_{ij}^o + m_{ji} \dot{\varkappa}_{ji}^o)\, dV.$$

The kinetic energy per volum unit is

$$K = \frac{1}{2} (\varrho v_i v_i + I_{jk} w_j w_k). \tag{3.4}$$

From (3.3) and (3.4), we get

$$\frac{d}{dt} \int_V (U + K)\, dV = \int_V \left(F_i v_i + M_i w_i + \frac{1}{\theta_0}\theta h\right) dV + \int_\Sigma \left(t_i v_i + m_i w_i + \right. \tag{3.5}$$

$$\left. + \frac{1}{\theta_0}\theta q\right) d\Sigma - \frac{1}{\theta_0} \int_V q_i \theta_{,i}\, dV - \int_V (t_{ji} \dot{\varepsilon}_{ji}^o + m_{ji} \dot{\varkappa}_{ji}^o)\, dV.$$

In order to obtain the uniqueness theorem, we suppose that there are two solutions. According to the linearity of problem, their diferences satisfy the basic equations, boundary conditions and initial conditions in their homogeneous form, and from (3.5), we obtain

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V (\bar{U}+\bar{K})\,\mathrm{d}v = -\frac{1}{T_0}\int_V q_i\,\theta_{,i}\,\mathrm{d}V \leqslant 0. \tag{3.6}$$

From (3.6), using the relations (3.1), (3.4), and the standard arguments from [6], we obtain the proof of the theorem.

4. Reciprocity Theorems

Let be v and ω functions defined on $\overline{V}\times[0,\ \infty)$ continuous on $[0,\ \infty)$ with respect to the time t for each $x \in \overline{V}$. We denote by $v \divideontimes \omega$ the convolution of v and ω and we employ the properties of the convolution.

Let f_i, g_i, r be functions defined on $\overline{V}\times[0,\ \infty)$ by

$$f_i = g \divideontimes F_i + \rho(tb_i + a_i), \quad g_i = g \divideontimes M_i + I_{ij}\,(td_j + c_j),$$

$$r = \frac{1}{\theta_0}\, l \divideontimes h + r_{10}. \tag{4.1}$$

Proceeding as in [4], [5], we can obtain

Theorem 4.1. *Let* $u_i \in C^{0,2}$, $\varphi_i \in C^{0,2}$, $s_i \in C^{1,0}$, $\eta_i \in C^{0,1}$, t_{ij}, $m_{ij} \in \in C^{1,0}$. *Then* u_i, φ_i, s_i, η_i, t_{ij}, m_{ij} *satisfy the equations* (2.1), (2.16), *and initial conditions* (2.13), *if and only if*

$$g \divideontimes t_{ji,j} + f_i = \rho u_i, \tag{4.2}$$

$$g \divideontimes (m_{ji,j} + \varepsilon_{ijk}\, t_{jk}) + g_i = I_{ij}\,\varphi_j, \tag{4.3}$$

$$\eta_i = l \divideontimes s_{i,i} + r, \tag{4.4}$$

where we denote by l *and* g *the functions* $l(t) = 1$, $g(t) = t$.

Now, an alternative formulation of the mixed problem, as a consequence of Theorem 4.1, is

Theorem 4.2. *Let* $S = \{u_i, \varphi_i, ..., \theta\}$ *be an admissible state. Then* S *is a solution of the mixed problem if and only if it meets the field Eqs.* (4.2)... ...(4.4), (2.6)...(2.8), (2.10), (2.17) *and the boundary conditions* (2.14).

Now we consider the body subject to two different systems of thermoelastic loadings

$$L^\alpha = \{F_i^\alpha,\ M_i^\alpha,\ \varepsilon_{ij}^{o\,(\alpha)},\ \varkappa_{ij}^{o\,(\alpha)},\ h^{(\alpha)},\ \tilde{u}_i^{(\alpha)},\ \tilde{\varphi}_i^{(\alpha)},\ \tilde{q}^{(\alpha)},\ \tilde{t}_i^{(\alpha)},\ \tilde{m}_i^{(\alpha)},\ \tilde{\theta}^{(\alpha)},\ \tilde{a}_i^{(\alpha)},$$
$$,b_i^{(\alpha)},\ c_i^{(\alpha)},\ d_i^{(\alpha)},\ \eta_o^{(\alpha)}\}, \qquad (\alpha = 1, 2) \tag{4.5}$$

and the two corresponding thermoelastic configurations

$$C^{(\alpha)} = \{u_i^{(\alpha)},\ \varphi_i^{(\alpha)},\ \theta^{(\alpha)}\}, \qquad (\alpha = 1, 2). \tag{4.6}$$

Theorem 4.3. *If a micropolar thermoelastic solid with distortions is subjected to two different systems of thermoelastic loadings* $L^{(\alpha)}$ $(\alpha = 1, 2)$, *then between the corresponding thermoelastic configurations* $C^{(\alpha)}$ $(\alpha = 1, 2)$ *takes place the following reciprocity relation*:

$$\int_V [f_i^{(1)} \overset{*}{\times} u_i^{(2)} + g_i^{(1)} \overset{*}{\times} \varphi_i^{(2)} - g \overset{*}{\times} r^{(1)} \overset{*}{\times} \theta^{(2)}]\, dV + \int_{\Sigma_1} g \overset{*}{\times} t_i^{(1)} \overset{*}{\times} \tilde{w}_i^{(2)}\, d\Sigma +$$

$$+ \int_{\Sigma_2} g \overset{*}{\times} \tilde{t}_i^{(1)} \overset{*}{\times} u_i^{(2)}\, d\Sigma + \int_{\Sigma_3} g \overset{*}{\times} m_i^{(1)} \overset{*}{\times} \tilde{\varphi}_i^{(2)}\, d\Sigma + \int_{\Sigma_4} g \overset{*}{\times} \tilde{m}_i^{(1)} \overset{*}{\times} \varphi_i^{(2)}\, d\Sigma +$$

$$+ \frac{1}{\theta_0} \int_{\Sigma_5} g \overset{*}{\times} l \overset{*}{\times} \theta^{(1)} \overset{*}{\times} \tilde{q}^{(2)}\, d\Sigma + \frac{1}{\theta_0} \int_{\Sigma_6} g \overset{*}{\times} l \overset{*}{\times} \tilde{\theta}^{(1)} \overset{*}{\times} q^{(2)}\, d\Sigma +$$

$$+ \int_V \{g \overset{*}{\times} [t_{ji}^{o(1)} \overset{*}{\times} \varepsilon_{ji}^{(2)} + m_{ji}^{o(1)} \overset{*}{\times} \varkappa_{ji}^{(2)} - \eta^{0(1)} \overset{*}{\times} \theta^{(2)}]\}\, dV = \int_V f_i^{(2)} \overset{*}{\times} w_i^{(1)} + \tag{4.7}$$

$$+ g_i^{(2)} \overset{*}{\times} \varphi_i^{(1)} - g \overset{*}{\times} r^{(2)} \overset{*}{\times} \theta^{(1)}]\, dV + \int_{\Sigma_1} g \overset{*}{\times} t_i^{(2)} \overset{*}{\times} \tilde{w}_i^{(1)}\, d\Sigma +$$

$$+ \int_{\Sigma_2} g \overset{*}{\times} \tilde{t}_i^{(2)} \overset{*}{\times} w_i^{(1)}\, d\Sigma + \int_{\Sigma_3} g \overset{*}{\times} m_i^{(2)} \overset{*}{\times} \tilde{\varphi}_i^{(1)}\, d\Sigma + \int_{\Sigma_4} g \overset{*}{\times} \tilde{m}_i^{(2)} \overset{*}{\times} \varphi_i^{(1)}\, d\Sigma +$$

$$+ \frac{1}{\theta_0} \int_{\Sigma_5} g \overset{*}{\times} l \overset{*}{\times} \theta^{(2)} \overset{*}{\times} \tilde{q}^{(1)}\, d\Sigma + \frac{1}{\theta_0} \int_{\Sigma_6} g \overset{*}{\times} l \overset{*}{\times} \theta^{(2)} \overset{*}{\times} \tilde{q}^{(1)}\, d\Sigma +$$

$$+ \int_V \{g \overset{*}{\times} [t_{ji}^{o(2)} \overset{*}{\times} \varepsilon_{ji}^{(1)} + m_{ji}^{o(2)} \overset{*}{\times} \varkappa_{ji}^{(1)} - \eta^{0(2)} \overset{*}{\times} \theta^{(1)}]\}\, dV,$$

where we have introduced the following notations:

$$t_{ij}^{o(\alpha)} = A_{ijkl}\, \varepsilon_{kl}^{o(\alpha)} + B_{ijkl}\, \varkappa_{kl}^{o(\alpha)}, \quad m_{ij}^{o(\alpha)} = B_{klij}\, \varepsilon_{kl}^{o} + C_{ijkl}\, \varkappa_{kl}^{o}, \tag{4.8}$$
$$\eta^0 = D_{ij}\, \varepsilon_{ij}^{o} + E_{ij}\, \varkappa_{ij}^{o}.$$

Proof. With (4.8), the constitutive equations (2.6)...(2.8) are:

$$t_{ij} = A_{ijkl}\, \varepsilon_{kl} + B_{ijkl}\, \varkappa_{kl} - D_{ij}\, \theta - t_{ij}^{o}, \tag{4.9}$$

$$m_{ij} = B_{klij}\, \varepsilon_{kl} + C_{ijkl}\, \varkappa_{kl} - E_{ij}\, \theta - m_{ij}^{o}, \quad \eta = D_{ij}\, \varepsilon_{ij} + E_{ij}\, \varkappa_{ij} + \theta - \eta^0.$$

On the basis of relations (2.11), (4.1) from (4.9) we find

$$[t_{ij}^{(1)} - B_{ijkl}\,\varkappa_{kl}^{(1)} + D_{ij}\,\theta^{(1)} + t_{ij}^{o(1)}] \overset{*}{\times} \varepsilon_{ij}^{(2)} = [t_{ij}^{(2)} - B_{ijkl}\,\varkappa_{kl}^{(2)} +$$

$$(4.10)\quad + D_{ij}\,\theta^{(2)} + t_{ij}^{(2)}] \overset{*}{\times} \varepsilon_{ij}^{(1)},\ [m_{ij}^{(1)} - B_{klij}\,\varepsilon_{kl}^{(1)} + E_{ij}\,\theta^{(1)} - m_{ij}^{o(1)}] \overset{*}{\times} \varkappa_{ij}^{(2)} =$$

$$= [m_{ij}^{(2)} - B_{klij}\,\varepsilon_{kl}^{(2)} + E_{ij}\,\theta^{(2)} + m_{ij}^{o(2)}] \overset{*}{\times} \varkappa_{ij}^{(1)},\ [D_{ij}\,\varepsilon_{ij}^{(1)} + E_{ij}\,\varkappa_{ij}^{(1)} -$$

$$- \eta^{(1)} - \eta_o^{(1)}] \overset{*}{\times} \theta^{(2)} = [D_{ij}\,\varepsilon_{ij}^{(2)} + E_{ij}\,\varkappa_{ij}^{(2)} - \eta^{(2)} - \eta_o^{(2)}] \overset{*}{\times} \theta^{(1)}.$$

Adding these relations we obtain

$$t_{ij}^{(1)} \overset{*}{\times} \varepsilon_{ij}^{(2)} + m_{ij}^{(1)} \overset{*}{\times} \varkappa_{ij}^{(2)} - \eta^{(1)} \overset{*}{\times} \theta^{(2)} + t_{ij}^{o(1)} \overset{*}{\times} \varepsilon_{ij}^{(2)} + m_{ij}^{o(1)} \overset{*}{\times} \varkappa_{ij}^{(2)} -$$

$$(4.11)\qquad - \eta^{o(1)} \overset{*}{\times} \theta^{(2)} = t_{ij}^{(2)} \overset{*}{\times} \varepsilon_{ij}^{(1)} + m_{ij}^{(2)} \overset{*}{\times} \varkappa_{ij}^{(1)} - \eta^{(2)} \overset{*}{\times} \theta^{(1)} +$$

$$+ t_{ij}^{o(2)} \overset{*}{\times} \varepsilon_{ij}^{(1)} + m_{ij}^{o(2)} \overset{*}{\times} \varkappa_{ij}^{(1)} - \eta^{o(2)} \overset{*}{\times} \theta^{(1)}.$$

If we introduce the notation

$$(4.12)\qquad L_{\alpha\beta} = \int_V g \overset{*}{\times} [t_{ij}^{(\alpha)} \overset{*}{\times} \varepsilon_{ij}^{(\beta)} + m_{ij}^{(\alpha)} \overset{*}{\times} \varkappa_{ij}^{(\beta)} - \eta^{(\alpha)} \overset{*}{\times} \theta^{(\beta)} + t_{ij}^{o(\alpha)} \overset{*}{\times} \varepsilon_{ij}^{(\beta)} +$$

$$+ m_{ij}^{o(\alpha)} \overset{*}{\times} \varkappa_{ij}^{(\beta)} - \eta^{o(\alpha)} \overset{*}{\times} \theta^{(\beta)}]\,\mathrm{d}V,$$

hus (4.11) gives

$$4.13)\qquad L_{12} = L_{21}.$$

Using relations (2.10), (2.17) (4.1)...(4.4), and the divergence theorem we get

$$L_{12} = \int_V \{g \overset{*}{\times} t_{ij}^{(1)} \overset{*}{\times} (u_{i,j}^{(2)} - \varepsilon_{jik}\,\varphi_k^{(2)}) + g \overset{*}{\times} m_{ji}^{(1)} \overset{*}{\times} \varphi_{i,j}^{(2)} - g \overset{*}{\times} (l \overset{*}{\times} s_{i,i}^{(1)} +$$

$$+ r) \overset{*}{\times} \theta^{(2)} + g \overset{*}{\times} t_{ji}^{o(1)} \overset{*}{\times} (u_{i,j}^{(2)} - \varepsilon_{jik}\,\varphi_k^{(2)} + g \overset{*}{\times} m_{ji}^{o(1)} \overset{*}{\times} \varphi_{i,j}^{(2)}] -$$

$$- g \overset{*}{\times} \eta^{o(1)} \overset{*}{\times} \theta^{(2)}\}\,\mathrm{d}V = \int_\Sigma g \overset{*}{\times} [t_{ji}^{(1)}\,n_j \overset{*}{\times} u_i^{(2)} + m_{ji}^{(1)}\,n_j \overset{*}{\times} \varphi_i^{(2)} -$$

$$- l \overset{*}{\times} s_i^{(1)}\,n_i \overset{*}{\times} \theta^{(2)}]\,\mathrm{d}\Sigma - \int_V [g \overset{*}{\times} t_{ji,j}^{(1)} \overset{*}{\times} u_i^{(2)} + g \overset{*}{\times} (m_{ji,j}^{(1)} +$$

$$(4.14)\qquad \varepsilon_{ijk}\,t_{jk}^{(1)}) \overset{*}{\times} \varphi_i^{(2)} + g \overset{*}{\times} r^{(1)} \overset{*}{\times} \theta^{(2)} - g \overset{*}{\times} l \overset{*}{\times} s_i^{(1)} \overset{*}{\times} \theta_{,i}^{(2)}]\,\mathrm{d}V +$$

$$+ \int_V \{g \overset{*}{\times} [t_{ji}^{o(1)} \overset{*}{\times} \varepsilon_{ji}^{(2)} + m_{ji}^{o(1)} \overset{*}{\times} \varkappa_{ji}^{(2)} - \eta^{o(1)} \overset{*}{\times} \theta^{(2)}]\}\,\mathrm{d}V =$$

$$= \int_{\Sigma} g \overset{*}{\times} [t_i^{(1)} \overset{*}{\times} u_i^{(2)} \overset{*}{\times} m_i^{(1)} \overset{*}{\times} \omega_i^{(2)} - \frac{1}{\theta_0} l \overset{*}{\times} q^{(1)} \overset{*}{\times} \theta^{(2)}] \, d\Sigma + \int_{V} (f_i^{(1)} \overset{*}{\times} u_i^{(2)} +$$

$$+ g_i^{(1)} \overset{*}{\times} \varphi_i^{(2)} - g \overset{*}{\times} r^{(1)} \overset{*}{\times} \theta^{(2)}) \, dV + \int_{V} \{g \overset{*}{\times} [t_{ij}^{o(1)} \overset{*}{\times} \varepsilon_{ji}^{(2)} + m_{ji}^{(1)} \overset{*}{\times} \varkappa_{ji}^{(2)} -$$

$$- \eta^{o(1)} \overset{*}{\times} \theta^{(2)}]\} dV - \int_{V} \left[\rho u_i^{(1)} \overset{*}{\times} u_i^{(2)} + I_{ij} \varphi_j^{(1)} \overset{*}{\times} \varphi_j^{(2)} - \frac{1}{\theta_0} k_{ij} \theta_{,j}^{(1)} \overset{*}{\times} \theta_{,j}^{(2)} \right] dV.$$

From (2.11), (4.14) and (4.13) we obtain the following reciprocity relation

$$\int_{V} (f_i^{(1)} \overset{*}{\times} u_i^{(2)} + g_i^{(1)} \overset{*}{\times} \varphi_i^{(2)} - g \overset{*}{\times} r^{(1)} \overset{*}{\times} \theta^{(2)}) \, d\Sigma + \int_{\Sigma} \{g \overset{*}{\times} [t_i^{(1)} \overset{*}{\times} u_i^{(2)} +$$

$$+ m_i^{(1)} \overset{*}{\times} \varphi_i^{(2)} - \frac{1}{\theta_0} l \overset{*}{\times} g^{(1)} \overset{*}{\times} \theta^{(2)}]\} \, d\Sigma + \int_{V} \{g \overset{*}{\times} [t_{ji}^{o(1)} \overset{*}{\times} \varepsilon_{ji}^{(2)} +$$

$$(4.15) \quad + m_{ji}^{o(1)} \overset{*}{\times} \varkappa_{ji}^{(2)} - \eta^{o(1)} \overset{*}{\times} \theta^{(2)}]\} \, dV = \int_{V} (f_i^{(2)} \overset{*}{\times} u_i^{(2)} + g_i^{(2)} \overset{*}{\times} \varphi_i^{(1)} -$$

$$- g \overset{*}{\times} r^{(2)} \overset{*}{\times} \theta^{(1)}) \, d\Sigma + \int_{\Sigma} \left\{ g \overset{*}{\times} \left[t_i^{(2)} \overset{*}{\times} u_i^{(1)} + m_i^{(2)} \overset{*}{\times} \varphi_i^{(1)} - \frac{1}{\theta_0} l \overset{*}{\times} g^{(2)} \overset{*}{\times} \theta^{(1)} \right] \right\} d\Sigma +$$

$$+ \int_{V} \{g \overset{*}{\times} [t_{ij}^{o(2)} \overset{*}{\times} \varepsilon_{ji}^{(1)} + m_{ji}^{o(2)} \overset{*}{\times} \varkappa_{ji}^{(1)} - \eta^{o(2)} \overset{*}{\times} \theta^{(1)}]\} dV.$$

Using (2.14), and (4.15) we get (4.7) and the proof is complete.

In the case when there are not distortions, the reciprocity theorem is the same that in [5].

5. Variational Theorem

In that follows we need the following lemmas [3], [4], [5]:

L e m m a 1. Let v be a continuous function on $\overline{V} \times [0, \infty)$ and suppose $\int_{V} v \overset{*}{\times} \omega \, dx = 0$, $t \in [0, \infty)$ for every $\omega \in C^{\infty,\infty}$ which, together with all of its space derivatives, vanishes on $\Sigma \times [0, \infty)$. Then $v = 0$ on $\overline{V} \times [0, \infty)$.

L e m m a 2. Let v be a piecewise regular function on $\overline{\Sigma}_2 \times [0, \infty)$, and suppose $\int_{\Sigma_2} v \overset{*}{\times} \omega \, dx = 0$ for every $\omega \in C^{\infty,\infty}$ that vanishes on $\Sigma_1 \times [0, \infty)$.

Then $v = 0$ on $\overline{\Sigma}_2 \times [0, \infty)$.

L e m m a 3. Let v_i be continuous on $\overline{\Sigma}_1 \times [0, \infty)$ and suppose $\int_{\dot{\Sigma}_1} v \divideontimes \omega_{ji} n_j \, dx = 0$, $t \in [0, \infty)$ for every $\omega_{ij} \in C^{\infty,\infty}$, which together with all of its space derivatives vanishes on $\overline{\Sigma}_2 \times [0, \infty)$. Then $v_i = 0$ on $\overline{\Sigma}_1 \times [0, \infty)$.

Let $\mathcal{L}$ be a linear space, $\mathcal{K}$ a subset of $\mathcal{L}$ and Ω a functional defined on $\mathcal{K}$. Further, let

$$y, y^1 \in \mathcal{L}, \quad y + \lambda y^1 \in \mathcal{K}, \text{ for every real } \lambda, \tag{5.1}$$

and formally define $\delta_{y'} \Omega \{y\}$ on $\mathcal{K}$ by

$$\delta_{y'} \Omega \{y\} = \frac{d}{d\lambda} \Omega \{y + \lambda y'\}_{\lambda=0}. \tag{5.2}$$

We say that variation of Ω is zero at y over $\mathcal{K}$ and write

$$\delta\Omega \{y\} = 0, \quad \text{over } \mathcal{K} \tag{5.3}$$

if, and only if, $\delta_{y'} \Omega\{y\}$ exists and is equal zero for all y' consistent with (5.1).

T h e o r e m 5.1. Let $\mathcal{M}$ be the set of all admisible states. Let $S = \{u_i, \varphi_i, s_{ij}, \varepsilon_{ij}, \varkappa_{ij}, \eta, t_{ij}, m_{ij}\}$ $\theta \in \mathcal{M}$ and for each $t \in [0, \infty)$ define the functional $\Omega_t \{S\}$ on $\mathcal{M}$ through

$$\begin{aligned}
\Omega_t \{S\} = \int_V g \divideontimes \Big[& \frac{1}{2} A_{ijkl} (\varepsilon_{ij} - \varepsilon^o_{ij}) \divideontimes (\varepsilon_{kl} - \varepsilon^o_{kl}) + B_{ijkl} (\varepsilon_{ij} - \\
& - \varepsilon^o_{ij}) \divideontimes (\varkappa_{kl} - \varkappa^o_{kl}) \Big] + \frac{1}{2} C_{ijkl} (\varkappa_{ij} - \varkappa^o_{ij}) \divideontimes (\varkappa_{kl} - \varkappa^o_{kl}) + \frac{1}{2a} [\eta - \\
& - D_{ij} (\varepsilon_{ij} - \varepsilon^o_{ij}) - E_{ij} (\varkappa_{ij} - \varkappa^o_{ij}) \divideontimes [\eta - D_{kl} (\varepsilon_{kl} - \varepsilon^o_{kl}) - E_{kl} (\varkappa_{kl} - \\
& - \varkappa^o_{kl})] \, dV - \int_V g \divideontimes [t_{ji} \divideontimes \varepsilon_{ji} + m_{ji} \divideontimes \varkappa_{ji} + \eta \divideontimes \theta] \, dV + \\
& + \frac{1}{2} \int_V (\rho u_i \divideontimes u_i + I_{jk} \varphi_j \divideontimes \varphi_k) \, dV + \int_V g \divideontimes l \divideontimes \Big[\frac{1}{2} \theta_0 \lambda_{kl} s_k \divideontimes s_l - \\
& - s_i \divideontimes \theta_{,i} \Big] dV - \int_V (g \divideontimes t_{ji,j} + f_i) \divideontimes u_i \, dV - \int_V [q \divideontimes (m_{ji,j} + \varepsilon_{ijk} t_{jk}) + \\
& + g_i] \divideontimes \varphi_i \, dV + \int_V g \divideontimes r \divideontimes \theta \, dV + \int_{\dot{\Sigma}_1} g \divideontimes t_i \divideontimes \tilde{u}_i \, d\Sigma + \int_{\dot{\Sigma}_2} g \divideontimes (t_i -
\end{aligned} \tag{5.4}$$

$$- \tilde{t}_i) \overset{*}{\times} u_i \, d\Sigma + \int_{\Sigma_3} g \overset{*}{\times} m_i \overset{*}{\times} \tilde{\varphi}_i \, d\Sigma + \int_{\Sigma_4} g \overset{*}{\times} (m_i - \tilde{m}_i) \overset{*}{\times} \varphi_i \, d\Sigma +$$

$$+ \frac{1}{\theta_0} \int_{\Sigma_5} g \overset{*}{\times} l \overset{*}{\times} 0 \overset{*}{\times} \tilde{q} \, d\Sigma + \frac{1}{\theta_0} \int_{\Sigma_6} g \overset{*}{\times} l \overset{*}{\times} (\theta - \tilde{\theta}) \overset{*}{\times} g \, d\Sigma.$$

Then

$$\delta\Omega_t \{S\} = 0, \quad \text{over} \quad \mathcal{M}, t \in [0, \infty) \tag{5.5}$$

if, and only if, S is solution of the mixed problem.

The proof of this theorem is analogous of that in [3]...[5]. The functional (5.4) is the same as in [5], when the distortions do not act.

Received March 13, 1973

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Theoretical Mechanics

REFERENCES

1. Nowacki W., *Thermoelastic Distortion Problems.* Bull. Acad. Pol. Sci., Ser. Sci. Tech., **XIV**, *8*, 213–273 (1966).
2. Новацки В., *Моментные напряжения в термоупругости.* Прикл. мех., **I**, *3*, 3–7, (1967).
3. Gurtin M. E., *Variational Principles for Linear Elastodinamics.* Arch. Rat. Mech. Anal. **1**, *16*, 34–50 (1964).
4. Ieşean D., *On the Linear Theory of Micropolar Elasticity.* Int. J. Engn. Sci., *7*, 1213–1220 (1969).
5. Ieşean D., *On some Theorems in the Linear Theory of Micropolar Thermoelasticity.* Rev. Roum. Math. Poure et Appl., **XV**, *8*, 1181–1185 (1970).
6. Ionescu-Cazimir V., *Problems of Linear Coupled Thermoelasticity. Uniqueness theorem.* Bul. Acad. Polon. Sci., Ser. Sci. Tech., **XII**, *12*, 565–573 (1964).
7. Nowacki W., *Thermal Stresses in Shells.* General Report, „Non-classical shell problems", Proc-Symp., Warshav, 1964.

O PROBLEMĂ DE DISTORSIUNE ÎN TEORIA LINIARĂ A TERMOELASTICITĂŢII MICROPOLARE

(Rezumat)

Se stabilesc unele teoreme ale teoriei liniare dinamice ale unui solid termoelastic micropolar omogen anizotrop cu distorsiuni. Se deduce o teoremă de reciprocitate, fără utilizarea transformatei Laplace, o teoremă de unicitate a soluţiei şi un principiu variaţional ce caracterizează complet soluţia problemei mixte.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 3—4, 1973
SECŢIA IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D,C, 538.41

NEW METHOD OF CALCULATING BENDING STRAIN OF STRAIGHT BEAMS UNDER COMPLEX LOADS [1])

by

D. HORBANIUC, VICTOR BAUŞIC, IULIAN MIROŞ, COSTACHI GIRIADĂ, VALERIAN PALIHOVICI and T. DUMENCU

1. Introduction

The calculus of the bending strain by expeditious design methods is useful in saving time. For this reason the existing methods are being constantly improved and new methods are achieved which, besides being expeditious should be applicable to any kind of loads, so that the estimation of these loads in machine parts design should be as close as possible to actual situations. The present paper is directed in this sense.

Reckoning the bending strain of straight beams subjected to a complex loading (partial loads the intensity of which varies according to a parabolical and trigonometrical function) by means of energy-methods principles becomes difficult on account of the considerable volume of work, while the application of the equation including initial parameters [1], [2] to such loads is not possible because the bending moment in portions $2, 3, 4, \ldots, n$ of the beam cannot be expressed as dependent on the binomial $x_i - a_i$.

2. The New Method

It is well known that methods based on initial parameter equation, as compared with energy-method principle, besides requiring a smaller volume of work are also advantageous in allowing a speedy writing of the expressions determining the maximum values of deflections and rotations in any part of the beam. Keeping this in view, the authors applied a techni-

1) Presented at the Scientific Session of the Polytechnic Institute of Jassy, July 2—4, 1970.

que used in [4], which consists in dividing the beam into a series of segments determined by its existing partial loads, and consequently shifting the abscissa origin to the various points dividing the beam. In this case the deflection and rotation functions in the respective, however complex loads, may be written easily enough by using Table 1; satisfying the continuity conditions between portions, we obtain a new form of the rotation and deflections equations depending on parameters φ_0 and y_0 from the first portion origin. This parameters are usually determined, that by satisfying the initial (boundary) conditions.

To this end we analyse the beam in Fig. 1 under any kind of loading,

In agrement with those mentioned above, we divide regions: $i-1$, i and $i, i+1$, as in Fig. 2.

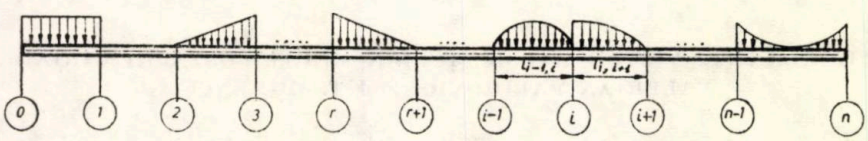


Fig. 1

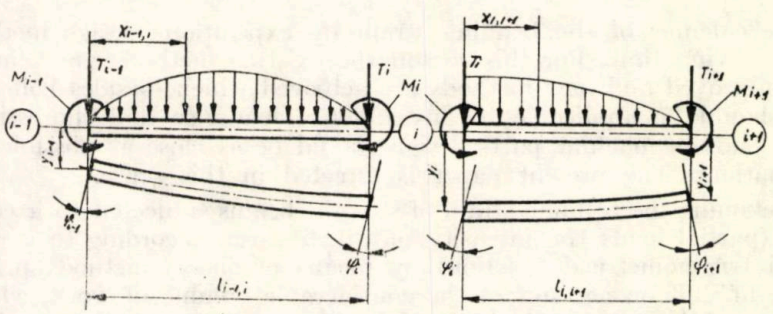


Fig. 2

Under the action of the loads, the points $i-1$, i and $i+1$ are displaced with the deflections y_{i-1}, y_i and y_{i+1}, while the cross sections in these points are rotated with φ_{i-1}, φ_i and φ_{i+1} (fig. 2).

The bending strain equations for the analysed portions are:

a) in portion $i-1$, i:

$$(1)\quad \begin{cases} \varphi_{x_{i-1,i}} = \varphi_{i-1} + \dfrac{1}{EI_z}\left(M_{i-1}X_{i-1,i} + T_{i-1}\dfrac{x^2_{i-1,i}}{2} + u_{i-1,i}\right), \\ y_{x_{i-1,i}} = y_{i-1} + \varphi_{i-1,i}\, x_{i-1,i} + \dfrac{1}{EI_z}\left(M_{i-1}\dfrac{x^2_{i-1,i}}{2} + T_{i-1}\dfrac{x^3_{i-1,i}}{6} + v_{i-1,i}\right); \end{cases}$$

b) in portion i, $i+1$:

$$(2)\qquad \begin{cases} \varphi_{x_{i,i+1}} = \varphi_i + \dfrac{1}{EI_z}\left(M_i x_{i,i+1} + T_i \dfrac{x^2_{i,i+1}}{2} + u_{i,i+1}\right), \\ y_{x_{i,i+1}} = y_i + \varphi_i x_{i,i+1} + \dfrac{1}{EI_z}\left(M_i \dfrac{x^2_{i,i+1}}{2} + T_i \dfrac{x^3_{i,i+1}}{6} + v_{i,i+1}\right), \end{cases}$$

where u and v express terms involved in Eqs. (1) and (2) due to the loads.

To facilitate the calculus we write;

$$\Phi_{x_{i-1,i}} = M_{i-1} x_{i-1,i} + T_{i-1} \frac{x^2_{i-1,i}}{2} + u_{i-1,i},$$

$$Y_{x_{i-1,i}} = M_{i-1} \frac{x^2_{i-1,i}}{2} + T_{i-1} \frac{x^3_{i-1,i}}{6} + v_{i-1,i},$$

$$\Phi_{x_{i,i+1}} = M_i x_{i,i+1} + T_i \frac{x^2_{i,i+1}}{2} + u_{i,i+1},$$

$$Y_{x_{i,i+1}} = M_i \frac{x^2_{i,i+1}}{2} + T_i \frac{x^3_{i,i+1}}{6} + v_{i,i+1}.$$

Consequently equations (1) and (2) become:

$$(1')\qquad \begin{cases} \varphi_{x_{i-1,i}} = \varphi_{i-1} + \dfrac{\varphi_{x_{i-1,i}}}{EI_z}, \quad y_{x_{i-1,i}} = y_{i-1} + \varphi_{i-1} x_{i-1,i} + \dfrac{Y_{x_{i-1,i}}}{EI_z} \end{cases}$$

and

$$(2')\qquad \begin{cases} \varphi_{x_{i,i+1}} = \varphi_i + \dfrac{\Phi_{x_{i,i+1}}}{EI_z} \qquad y_{x_{i,i+1}} = y_i + \varphi_i x_{i,i+1} + \dfrac{Y_{x_{i,i+1}}}{EI_z}. \end{cases}$$

Satisfying the continuity conditions in point i, it is necessary that

$$(3)\qquad \text{at } x_{i-1,i} = l_{i-1,i} \text{ and } x_{i,i+1} = 0 \text{ must } \begin{cases} \varphi_{l_{i-1,i}} = \varphi_i \\ y_{l_{i-1,i}} = y_i. \end{cases}$$

In this case, functions Φ and Y are:

a) for $x_{i-1,i} = l_{i-1,i}$,

$$\begin{cases} \Phi_{i-1,i} = M_{i-1} l_{i-1,i} + T_{i-1} \dfrac{l^2_{i-1,i}}{2} + u_{i-1,i}, \\ Y_{i-1,i} = M_{i-1} \dfrac{l_{i-1,i}}{2} + T_{i-1} \dfrac{l_{i-1,i}}{6} + v_{i-1,i}; \end{cases}$$

b) for $x_{i,i+1}=0$,

$$\Phi_{i,i+1}=u_{i,i+1}, \qquad Y_{i,r+1}=v_{i,i+1},$$

and satisfying Eqs. (3), we find:

$$(4)\qquad \begin{cases} \varphi_i=\varphi_{i-1}+\dfrac{1}{EI_z}(\Phi_{i-1,i}-u_{i,i+1}), \\ y_i=y_{i-1}+\varphi_{i-1}+l_{i-1,i}+\dfrac{1}{EI_z}(Y_{i-1,i}-v_{i,i+1}). \end{cases}$$

Satisfying Eqs. (4) for points *1, 2,... r,* and using explicit functions of φ_0 and y_0 we obtain:

$$(5)\qquad \begin{cases} \varphi_r=\varphi_0+\dfrac{1}{EI_z}\left(\sum\limits_{i=1}^{r}\Phi_{i-1,i}-\sum\limits_{i=1}^{r}u_{i,i+1}\right), \\ y_r=y_0+\varphi_0 l_{0,r}+\dfrac{1}{EI_z}\left[\sum\limits_{i=1}^{r}\Phi_{i-1,i}\,l_{i,r}+\sum\limits_{i=1}^{r}Y_{i-1,i}-\left(\sum\limits_{i=1}^{r-1}u_{i,i+1}l_{i,r}+\sum\limits_{i=1}^{r}v_{i,i+1}\right)\right], \end{cases}$$

giving the rotation and deflection at a current dividing point r.

For a current section on portion $r, r+1$, the rotation and deflection are calculated thus:

$$(6)\qquad \begin{cases} \varphi_{x_{r,r+1}}=\varphi_0+\dfrac{1}{EI_0}\left(\sum\limits_{i=1}^{r}\Phi_{i-1,i}-\sum\limits_{i=1}^{r}u^0_{i,i+1}+u_{x_{r,r+1}}\right), \\ y_{x_{r,r+1}}=y_0+\varphi_0(l_{0,r}+x_{r,r+1})+\dfrac{1}{EI_z}\left[\sum\limits_{i=1}^{r-1}\Phi_{i-1,i}\,l_{i,x_{r,r+1}}+\sum\limits_{i=1}^{r}Y_{i-1,i}+\right. \\ \left.+v_{x_{r,r+1}}-\left(\sum\limits_{i=1}^{r-1}u_{i,i+1}\,l_{i,x_{r,r+1}}-\sum\limits_{i=1}^{r-1}v_{i,i+1}\right)\right]. \end{cases}$$

Terms u and v may differ from zero only for loads the intensity of which varies according to a trigonometrical function. Consequently, in case there are no such loads on the beam Eqs. (5) and (6) become:

$$(5')\qquad \begin{cases} \varphi_r=\varphi_0+\dfrac{1}{EI_z}\sum\limits_{i=1}^{r}\Phi_{i-1,i}, \\ y_r=y_0+\varphi_0 l_{0,r}+\dfrac{1}{EI_z}\left(\sum\limits_{i=1}^{r-1}\Phi_{i-1,i}\,l_{i,r}+\sum\limits_{i=1}^{r}Y_{i-1,i}\right), \end{cases}$$

and

$$(6')\qquad \begin{cases} \varphi_{x_{r,r+1}}=\varphi_0+\dfrac{1}{EI_z}\left(\sum\limits_{i=1}^{r}\Phi_{i-1,i}+u_{r,r+1}\right), \\ y_{x_{r,r+1}}=y_0+\varphi_0(l_{0,r}+x_{r,r+1})+\dfrac{1}{EI_z}\left(\sum\limits_{i=1}^{r=1}\Phi_{i-1,i}\,l_{i,x_{r,r+1}}+\sum\limits_{i=1}^{r}Y_{i-1,i}+v_{r,r+1}\right). \end{cases}$$

To facilitate the calculus of bending strain (rotation and deflection) terms u and v implied in Φ and Y owing to the loads on the respective portions in Table 1 are tabulated.

3. Example

Let us calculate the deflection in point *2* of the beam in fig. 3.

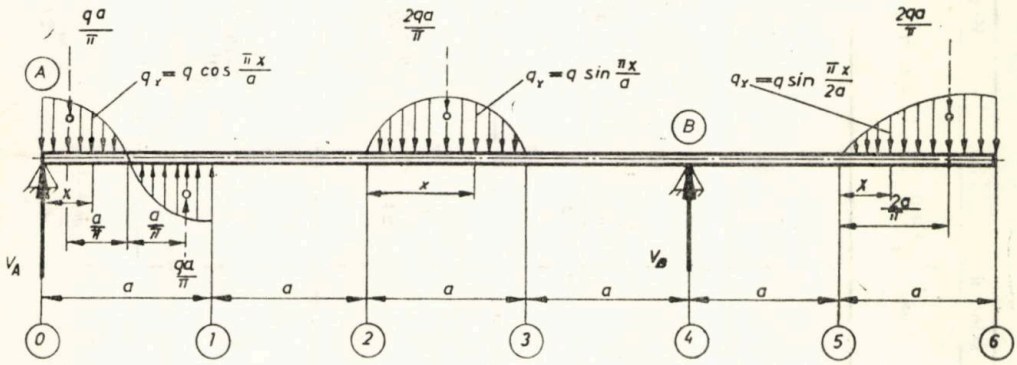


Fig. 3

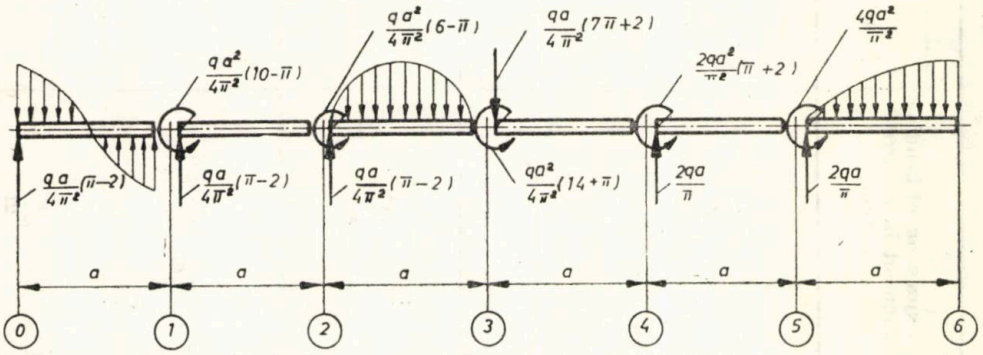


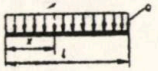
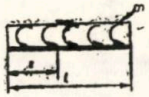
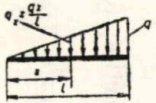
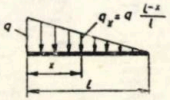
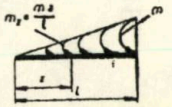
Fig. 4

Solution. The reaction force in the two simply supports are:

$$V_A = \frac{qa}{4\pi^2}(\pi - 2) \quad \text{and} \quad V_B = \frac{qa}{4\pi^2}(15\pi + 2).$$

We calculate the shearing force and bending moments in the right infinite neighbouring sections of points *1*, *2*, *3*, *4* and 5; introducing them we obtain the calculation pattern (fig. 4).

Table 1

Current number	Beam under load	Expression of bending moment in a current section	Expression u		Expression v	
			In a current section	Value for $x=l$	in a current section	Value for $x=l$
1		$-\frac{qx^2}{2}$	$\frac{qx^3}{6}$	$\frac{ql^3}{6}$	$\frac{qx^4}{24}$	$\frac{ql^4}{24}$
2		$-mx$	$m\frac{x^2}{2}$	$\frac{ml^2}{2}$	$m\frac{x^3}{6}$	$\frac{ml^3}{6}$
3		$-\frac{qx^3}{6l}$	$q\frac{x^4}{24l}$	$\frac{ql^3}{24}$	$q\frac{x^5}{120l}$	$\frac{ql^4}{120}$
4		$-\frac{q}{6l}(3lx^2-x^3)$	$\frac{q}{24l}(4lx^3-x^4)$	$\frac{ql^2}{8}$	$\frac{q}{120l}(5lx^4-x^5)$	$\frac{ql^4}{30}$
5		$-m\frac{x^2}{2l}$	$m\frac{x^3}{6l}$	$\frac{ml^2}{6}$	$m\frac{x^4}{24l}$	$m\frac{l^3}{24}$

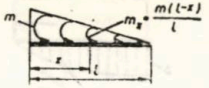
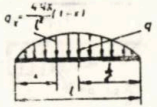
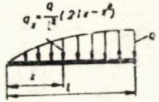
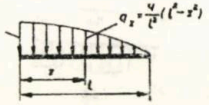
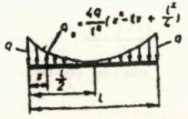
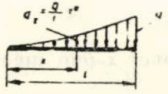
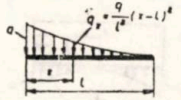
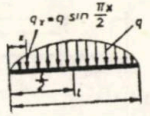
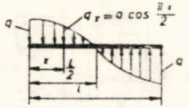
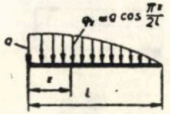
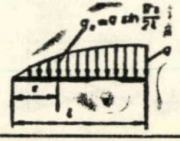
6		$-\frac{m}{2l}(2lx-x^2)$	$\frac{m}{6l}(3lx^2-2x^3)$	$\frac{ml^2}{3}$	$\frac{m}{24l}(4lx^3-x^4)$	$\frac{ml^3}{8}$
7		$-\frac{q}{3l^2}(2lx^3-x^4)$	$\frac{q}{30l^2}(5lx^4-2x^5)$	$\frac{ql^3}{10}$	$\frac{q}{90l^2}(3lx^5-x^6)$	$\frac{ql^4}{45}$
8		$-\frac{q}{12l^2}(4lx^3-x^4)$	$\frac{q}{60l^2}(5lx^4-x^5)$	$\frac{ql^3}{15}$	$\frac{q}{360l^2}(6lx^5-x^6)$	$\frac{ql^3}{72}$
9		$-\frac{q}{12l^2}(6l^2x^2-x^4)$	$\frac{q}{60l^2}(10l^2x^3-x^5)$	$\frac{3}{20}ql^3$	$\frac{q}{360l^2}(15l^2x^4-x^6)$	$\frac{7}{180}ql^4$
10		$-\frac{q}{6l^2}(3l^2x^2-4lx^3+2x^4)$	$\frac{q}{30l^2}(5lx^3-5lx^4+2x^5)$	$\frac{ql^3}{15}$	$\frac{q}{360l^2}(15l^2x^4-12lx^5+4x^6)$	$\frac{7}{360}ql^4$
11		$-\frac{qx^4}{12l^2}$	$\frac{qx^5}{60l^2}$	$\frac{ql^3}{60}$	$\frac{qx^6}{360l^2}$	$\frac{ql^4}{360}$

Table 1 (continuation)

Current number	Beam under load	Expression of bending moment in a current section	Expression u		Expression v	
			In a current section	Value for $x=l$	In a current section	Value for $x=l$
12		$-\frac{q}{12l^2}(6l^2x^2-4lx^3+x^4)$	$\frac{q}{60l^2}(10l^2x^3-5lx^4+x^5)$	$\frac{ql^3}{10}$	$\frac{q}{360l^2}\left(15l^2x^3-6lx^5+x^6\right)$	$\frac{ql^4}{36}$
13		$-\frac{ql}{\pi^2}\left(\pi x-l\sin\frac{\pi x}{l}\right)$	$\frac{ql}{2\pi^3}\left(\pi^2x^2+2l^2\cos\frac{\pi x}{l}\right)$	$\frac{ql^3}{2\pi^2}$	$\frac{ql}{6\pi^4}\left((\pi^3x^3+6l^3\sin\frac{\pi x}{l}\right)$	$\frac{ql^4}{6\pi}$
14		$-\frac{ql^2}{\pi^2}\left(1-\cos\frac{\pi x}{l}\right)$	$\frac{ql^2}{\pi^3}\left(\pi x-l\sin\frac{\pi x}{l}\right)$	$\frac{ql^3}{\pi^2}$	$\frac{ql^2}{2\pi^4}\left(\pi^2x^2+2l^2\cos\frac{\pi x}{l}\right)$	$\frac{ql^4}{2\pi^4}(\pi^2-2)$
15		$-\frac{4ql^2}{\pi^2}\left(1-\cos\frac{\pi x}{2l}\right)$	$\frac{4ql^2}{\pi^3}\left(\pi x-2l\sin\frac{\pi x}{2l}\right)$	$\frac{4ql^3}{\pi^2}(\pi^2-2)$	$\frac{2ql^2}{\pi^4}\left(\pi^2x^2+8l^2\cos\frac{\pi x}{l}\right)$	$\frac{2ql^4}{\pi^4}(\pi^2-8)$
16		$-\frac{2ql}{\pi^2}\left(\pi x-2l\sin\frac{\pi x}{l}\right)$	$\frac{ql}{\pi^3}\left(\pi^2x^2+8l^2\cos\frac{\pi x}{2l}\right)$	$\frac{ql^3}{\pi}$	$\frac{qi}{3\pi^4}\left(\pi^3x^3-48l^3\sin\frac{\pi x}{2l}\right)$	$\frac{ql^4}{3\pi^4}(\pi^3+48)$

Applying Eqs. (5) and using Table 1, the boundaries conditions give us;

a) at $x_{0,1}=0$; $y=0$ results in

$$0=y_0+\frac{qa^4}{\pi^4 EI_z}, \quad \text{whence} \quad y_0=-\frac{qa^4}{\pi^4 EI_z};$$

b) at $l_{0,4}=4a$; $y_4=0$ whence

$$\varphi_0=-\frac{1}{4aEI_z}\left[\sum_{i=1}^{3}\Phi_{i-1,i}\,l_{i,4}+\sum_{i=1}^{4}Y_{i-1,i}-\left(\sum_{i=1}^{3}u_{i,i+1}\,l_{i,4}+\sum_{i=1}^{4}v_{i,i+1}\right)\right]+\frac{qa^4}{4\pi^2 EI_z},$$

where

$$\sum_{i=1}^{3}\Phi_{i-1,i}\,l_{i,4}=\frac{qa^4}{4\pi^3}(3\pi^2-38\pi-4), \qquad \sum_{i=1}^{4}Y_{i-1,i}=\frac{qa^4}{12\pi^4}(\pi^3+64\pi^2-12),$$

$$\sum_{i=1}^{3}u_{i,i+1}\,l_{i,4}=\frac{2qa^4}{\pi^3} \quad \text{and} \quad \sum_{i=1}^{4}v_{i,i+1}=0.$$

Replacing, we have

$$\varphi_0=\frac{qa^3}{24\pi^4 EI_z}(5\pi^3-40\pi^2+18\pi-6).$$

The deflection in point *2* will be given by

$$y_2=y_0+\varphi_0\,l_{0,2}+\frac{1}{EI_z}\left[\sum_{i=1}\Phi_{i-1,i}\,l_{i,2}+\sum_{i=1}^{2}Y_{i-1,i}-\right.$$

$$\left.-\left(\sum_{i=1}u_{i,i+1}\,l_{i,2}+\sum_{i=1}^{2}v_{i,i+1}\right)\right],$$

where

$$\sum_{i=1}\Phi_{i-1,i}\,l_{i,2}=\frac{qa^4}{8\pi^2}(10-\pi); \quad \sum_{i=1}^{2}Y_{i-1,i}-\frac{qa^4}{24\pi^4}(-5\pi^3+46\pi^2-24)$$

and

$$\sum_{i=1}u_{i,i+1}\,l_{i,2}=0 \quad \text{also} \quad \sum_{i=1}^{2}v_{i,i+1}=0.$$

Then

$$y_2=\frac{qa^4}{4\pi^4 EI_z}(-3\pi^3+26\pi^2-10\pi-2)=0{,}333\,\frac{qa^4}{EI_z}.$$

4. Conclusions

1. By gradual shifting of the abscissa origin in the dividing points between portions determined by partial loads and satissfying the continuity conditions in these points we obtain Eqs. (5) and (6) which present the highest degree of generality concerning the calculus of the bending strain.

2. Compared to energy-method principle, the application of Eqs. (5) and (6) leads to a minimum volume of work.

3. Eqs. (5) may be used also to solution of indetermineted static beams under complex loads.

Received May 22, 1971

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Strenght of Materials

REFERENCES

1. Buzdugan Gh., *Rezistenţa materialelor.* Ed. techn., Buc., pp. 166–170, 1966.
2. Bauşic V., Havîrneanu Th., Preda N., Horbaniuc D., *Contribuţii la generalizarea ecuaţiei fibrei elastice a barelor drepte.* Bul. Inst. polit. Iaşi, III (VII), *1–2* (1957).
3. Ponomariov S. D., Biderman V. L., Liharev C. K., Malenşin V. M., Malinin N. M., Feodosiev V. I., *Calculul de rezistenţă în construcţia de maşini* (trad. din l. rusă). Ed. techn., Buc., pp. 600–607, 1959.
4. Horbaniuc D., *Ableitung der Gleichung der Biegenngslinie bei Trägern mit veränderlichen Querschnitt in Stufen und ihre Anvendung bei durchrlaufträgern mit demselben Querschnitt*, Bul. Inst. polit. Iaşi, XII (XVI), *3–4* (1966)

UN PROCEDEU NOU PENTRU CALCULUL DEFORMAŢIEI LA GRINZI DREPTE ÎNCOVOIATE CU SARCINI COMPLICATE

(Rezumat)

Se elaborează o metodă analitică expeditivă pentru calculul deformaţiei la încovoiere (săgeata şi rotirea secţiunii transversale) în cazul sarcinilor complicate. Metodele analitice cunoscute nu pot fi aplicate în cazul sarcinilor a căror intensitate variază parabolic sau trigonometric, iar cele energetice necesită un volum mare de calcul.

Autorii folosesc un procedeu original care constă în mutarea consecutivă a originii de măsură a abciselor în punctele de separaţie dintre regiunile dictate de sarcinile de pe grindă ; prin impunerea condiţiilor de continuitate dintre regiunile grinzii se obţin ecuaţiile (5) şi (6) care prezintă cel mai mare grad de expeditivitate şi generalitate.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 3—4, 1973
SECŢIA IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621.822.7

PRECIZĂRI NOI ASUPRA RELAŢIEI SARCINĂ-DURABILITATE LA RULMENŢII CU MIŞCARE OSCILANTĂ [1])

DE

LIVIU HOSTIUC

1. Introducere

Lucrări anterioare [1], [2] au precizat particularităţile funcţionale şi relaţiile de calcul pentru rulmenţii cu mişcare de oscilaţie într-un plan perpendicular pe axa rulmentului.

Cercetări experimentale ulterioare ale autorului au pus în evidenţă un fenomen cu totul specific mişcării de oscilaţie a rulmenţilor, cu efect asupra relaţiilor de calcul ale acestora, şi anume o mişcare discretă de alunecare a coliviei faţă de poziţia ei iniţială.

Prezenta lucrare aduce completări la lucrările amintite în sensul precizării condiţiilor de existenţă şi rigurozitate ale relaţiei sarcină-durabilitate şi a modului cum afectează alunecarea coliviei relaţia capacităţii dinamice de bază la aceşti rulmenţi.

2. Relaţia sarcină-durabilitate la rulmenţii cu mişcare oscilantă

Încercări experimentale de durabilitate pe rulmenţi cu mişcare oscilantă efectuate în cadrul Laboratorului de organe de maşini al Institutului politehnic din Iaşi au dus la constatarea că ipoteza avansată în [1], conform căreia fenomenul pitting apare în orice condiţii şi pe corpurile de rulare ale rulmenţilor cu mişcare de oscilaţie, trebuie acordată cu fenomenul de alunecare discretă a coliviei faţă de poziţia ei iniţială.

Astfel se disting două cazuri, cînd ipotezele propuse ca puncte de plecare pentru relaţia sarcină-durabilitate sînt diferite; astfel, în cazul

---

[1]) **Prezentată la seziunea tehnico-ştiinţifică a Fabricii de Rulmenţi Bîrlad, 27—28 aprilie 1973.**

mișcării de oscilație ce nu provoacă alunecarea coliviei (mișcare uniformă sau armonică), adică în cazul cînd corpurile de rulare oscilează în jurul acelorași poziții medii ipotezele de bază sînt :

a) criteriul principal al siguranței în funcționare este siguranța la uzură în contactul de rostogolire, cu fenomenul de deteriorare specific – pittingul ;

b) fenomenul pitting poate apare și pe corpurile de rulare portante pentru rulmenții radiali (noțiune definită în [2]), sau pe toate corpurile de rulare – la rulmenții axiali, adică nu se acceptă probabilitatea de rezistență a corpurilor de rulare egală cu unitatea.

În cazul mișcării de oscilație la care apare fenomenul de alunecare a coliviei față de poziția inițială se avansează numai prima ipoteză, considerînd că pittingul apare numai pe căile de rulare ale celor două inele.

Pentru ambele cazuri se admite că fenomenul pitting poate apare, cu aceeași probabilitate, în orice punct al căii de rulare a unui element fix sau mobil aparținînd unui rulment cu mișcare oscilantă (punct cuprins în zona încărcată – la rulmenții radiali) și, în consecință, se acceptă că elementul de forță care duce la apariția oboselii de contact este o sarcină medie, transmisă prin contact de rostogolire elementului respectiv.

Cazul cînd nu alunecă colivia este cel mai nefavorabil pentru funcționarea rulmenților cu mișcare oscilantă și pentru acest caz, în legătură cu observațiile de mai sus, se reia demonstrația relației sarcină durabilitate [1, (12)] și a capacității dinamice de bază [2 , (19)].

Relația [1, (1)] se transcrie în următoarele notații :

$$\lg \frac{1}{S_{os.j}} \sim \frac{\tau_{o.j}^{c} N_j^{e} a_j l_{s.j}}{z_{o.j}^{h-1}}, \tag{1}$$

unde ; $S_{os.j}$ este probabilitatea de rezistență la oboseala de contact a unui lot de elemente de rulment ($j = i$ – pentru inelul interior, $j = e$ – pentru inelul exterior, $j = k$ – pentru un corp de rulare portant), fabricate din același material, aparținînd aceluiași tip de rulment și încercate în condiții identice de sarcină, frecvență și accelerație unghiulară, $\varepsilon = \varepsilon(t)$, a mișcării de oscilație ; $\tau_{o.j}$ – efortul tangențial ortogonal maxim ce se dezvoltă sub calea de rulare a elementului respectiv, hotărîtor în apariția fenomenului pitting [3] ; N_j – numărul total de cicluri de solicitare în contact de rostogolire al elementului considerat ; a_j – semiaxa mare a elipsei de contact între un corp de rulare portant și elementul respectiv ; $l_{s.j}$ – lungimea căii de rulare a elementului considerat, solicitată în contact de rostogolire ; $z_{o.j}$ – adîncimea, sub calea de rulare, la care apare efortul tangențial ortogonal maxim ; c, e, h – exponenți constanți și pozitivi.

Relația (1) are caracter statistic, în sensul că ea nu se aplică pentru un element de rulment luat individual, ci pentru un lot, suficient de mare, de elemente de rulment, aparent identice ; mărimile τ_0, a, z_o sînt considerate convențional constante pe toată lungimea solicitată a căii de rulare a unui rulment radial, deoarece s-a acceptat că sarcina transmisă

de corpurile de rulare prin contact de rostogolire este o sarcină medie, aceeași pentru întreaga lungime de cale solicitată.

Evident că relația (1) se conservă pentru orice bază a sistemului de logaritmi; s-a preferat, pentru ușurința calculelor ulterioare, sistemul zecimal de logaritmi.

În baza relațiilor (2), (3) și (5) din [1] și știind că sarcina exterioară de încărcare a elementului de rulment P_j (radială, axială sau combinată) este proporțională cu sarcina medie Q_j transmisă de corpurile de rulare portante căilor de rulare, se pot scrie relațiile:

$$(2)\quad \begin{cases} \lg \dfrac{1}{S_{os.i}} = K_i P_i^w L_{os.i}^e, \qquad \lg \dfrac{1}{S_{os.e}} = K_e P_e^w L_{os.e}^e, \\ \lg \dfrac{1}{S_{os.k}} = K_k P_k^w L_{os.k}^e, \quad \text{cu} \\ w = \dfrac{c - h + 2}{3} \quad \text{pentru contact inițial punctual,} \\ w = \dfrac{c - h + 1}{2} \quad \text{pentru contact inițial liniar.} \end{cases}$$

Relațiile (2) exprimă legătura între probabilitatea de rezistență individuală a elementelor rulmentului, sarcina de încărcare ce revine elementului considerat și durabilitatea individuală, exprimată în milioane de oscilații.

Este cunoscut că, în cazul rulmenților cu mișcare de rotație [3], la stabilirea relației de calcul a durabilității se consideră ca elemente deteriorabile prin oboseală de contact doar cele două inele; probabilitatea de rezistență la oboseala de contact a corpurilor de rulare se acceptă egală cu unitatea.

Pentru rulmenții cu bile și cu role ce execută o mișcare de oscilație periodică, care nu provoacă fenomenul de alunecare a coliviei, probabilitatea de rezistență a corpurilor de rulare nu poate fi acceptată egală cu unitatea, deoarece sînt corpuri de rulare care nu ies din zona încărcată a rulmentului — majoritatea corpurilor de rulare portante la rulmenții radiali ($Z_p < Z$) și toate corpurile de rulare la rulmenții axiali ($Z_p = Z$), aceste corpuri fiind solicitate în timpul oscilației rulmentului pe aceleași porțiuni de rostogolire.

Evenimentul apariției oboselii de contact este un eveniment independent pentru fiecare element de rulment în parte, deci pentru un lot suficient de mare, de rulmenți aparent identici, se poate scrie:

$$(3)\qquad S_{os} = S_{os.i}\, S_{os.e}\, S_{os.p},$$

unde : S_{os}, $S_{os.i}$, $S_{os.e}$, $S_{os.p}$ sînt probabilităţile de rezistenţă (eveniment contrar celui de deteriorare) a rulmentului în ansamblu, respectiv inelului interior, a inelului exterior şi a corpurilor de rulare portante ; în cazul rulmenţilor radiali se iau în considerare numai corpurile de rulare portante $Z_{p.1}$, ce oscilează în zona mărginită de unghiul de portanţă dinamic $\pm \varphi$[2], iar pentru rulmenţii axiali – toate corpurile de rulare sînt portante.

Deoarece s-a acceptat că elementul de forţă care duce la deteriorarea prin pitting a elementelor rulmentului este o sarcină medie, se propune ipoteza că evenimentul apariţiei fenomenului pitting pe corpurile de rulare $Z_{p.1}$ – la rulmenţii radiali şi Z – la rulmenţii axiali, este un eveniment egal probabil.

În acest caz relaţia (2), după logaritmare, devine :

$$(4)\quad \begin{cases} \lg \dfrac{1}{S_{os}} = \lg \dfrac{1}{S_{os.i}} + \lg \dfrac{1}{S_{os.e}} + Z_k \lg \dfrac{1}{S_{os.k}}, \text{ cu :} \\ Z_k = Z_{p.1}, \text{ calculat cu [2, (50)] pentru rulmenţii radiali,} \\ Z_k = Z, \text{ pentru rulmenţii axiali.} \end{cases}$$

Condiţia de existenţă a relaţiei (4) este ca probabilităţile individuale $S_{os.i}$, $S_{os.e}$ şi $S_{os.k}$ ale elementelor rulmentului să fie determinate statistic pentru aceiaşi parametri : sarcină, durabilitate şi aceleaşi condiţii de funcţionare ca şi probabilitatea S_{os} a rulmentului asamblat.

Deci, pentru $L_{os.i} = L_{os.e} = L_{os.k} = L_{os}$ şi $P_i = P_e = P_k = P$, din relaţiile (2) şi (4) rezultă :

$$(5)\quad \begin{cases} \lg \dfrac{1}{S_{os.i}} = K_i P^w L_{os}^e, \quad \lg \dfrac{1}{S_{os.e}} = K_e P^w L_{os}^e, \quad \lg \dfrac{1}{S_{os.k}} = K_k P^w L_{os}^e, \\ \lg \dfrac{1}{S_{os}} = (K_i + K_e + Z_k K_k) P^w L_{os}^e . \end{cases}$$

Relaţiile (5) se mai pot scrie :

a) dacă se menţin constante probabilităţile de rezistenţă $S_{os.i} = S_{os.e} = S_{os.k} = \mathcal{S}$ şi $L_{os.i} = L_{os.e} = L_{os.k} = L_{os.\%}$ se obţine :

$$(6)\quad \begin{cases} \lg \dfrac{1}{\mathcal{S}} = K_i P_i^w L_{os\%}^e, \quad \lg \dfrac{1}{\mathcal{S}} = K_e P_e^w L_{os.\%}^e, \quad \lg \dfrac{1}{\mathcal{S}} = K_k P_k^w L_{os.\%}^e, \\ \lg \dfrac{1}{\mathcal{S}} = (K_i + K_e + Z_k K_k) P^w L_{os.\%}^e, \\ \dfrac{1}{P^w} = \dfrac{1}{P_i^w} + \dfrac{1}{P_e^w} + Z_k \dfrac{1}{P_k^w} . \end{cases}$$

Observație: s-a propus pentru indicele mărimilor L_{os} simbolul %, pentru a reprezenta, în procente, probabilitatea de deteriorare W_{os}; de exemplu, pentru $\mathcal{S} = 0{,}9$ rezultă $W_{os} = 0{,}1$, căci $S_{os} + W_{os} = 1$ (evenimente contrarii) și pentru $L_{os\%}$ se va scrie $L_{os.10}$.

b) dacă se mențin constante probabilitățile de rezistență $S_{os.i} = S_{os.e} = S_{os.k} = S_{os} = \mathcal{S}$ și $P_i = P_e = P_k = P$ se obține:

$$(7)\quad \begin{cases} \lg \dfrac{1}{\mathcal{S}} = K_i P^w L^e_{os.i}, \quad \lg \dfrac{1}{\mathcal{S}} = K_e P^w L^e_{os.e}, \quad \lg \dfrac{1}{\mathcal{S}} = K_k P^w L^e_{os.k}, \\ \lg \dfrac{1}{\mathcal{S}} = (K_i + K_e + Z_k K_k) P^w L^e_{os.e}, \\ \dfrac{1}{L^e_{os}} = \dfrac{1}{L^e_{os.i}} + \dfrac{1}{L^e_{os.e}} + Z_k \dfrac{1}{L^e_{os.k}}. \end{cases}$$

Relațiile (5), (6) și (7) exprimă, fiecare sub altă formă, condiția de existență a relației (4) și sînt echivalente.

Se definește capacitatea dinamică de bază C_{os} a unui rulment în mișcare oscilantă, ca o sarcină pur radială – pentru rulmenții radiali sau pur axială – pentru rulmenții axiali, aplicată pe inelul interior oscilant timp de un milion de oscilații ($L_{os} = 1$), pentru care 90% ($\mathcal{S} = 0{,}9$) din rulmenții, aparent identici, ai unui lot suficient de mare ce oscilează în aceleași condiții de amplitudine și accelerație unghiulară, nu se deteriorează prin oboseala de contact a elementelor sale.

În mod analog se definesc și capacitățile dinamice de bază individuale: $C_{os.i}$, $C_{os.e}$, $C_{os.k}$ pentru $S_{os.i} = 0{,}9$, $S_{os.e} = 0{,}9$, $S_{os.k} = 0{,}9$ și $L_{os.i} = 1$, $L_{os.e} = 1$, $L_{os.k} = 1$.

În condițiile definițiilor enumerate anterior, pentru $\mathcal{S} = 0{,}9$ și $L_{os} = 1$, relațiile (6) devin:

$$(8)\quad \begin{cases} \lg \dfrac{1}{0{,}9} = K_i C^w_{os.i}, \quad \lg \dfrac{1}{0{,}9} = K_e C^w_{os.e}, \quad \lg \dfrac{1}{0{,}9} = K_k C^w_{os.k}, \\ \lg \dfrac{1}{0{,}9} = (K_i + K_e + Z_k K_k) C^w_{os}, \\ \dfrac{1}{C^w_{os}} = \dfrac{1}{C^w_{os.i}} + \dfrac{1}{C^w_{os.e}} + Z_k \dfrac{1}{C^w_{os.k}}. \end{cases}$$

Pentru P diferit de C_{os}, dar constant, și $\mathcal{S} = 0{,}9$, relațiile (7) devin:

$$(9)\quad \begin{cases} \lg \dfrac{1}{0{,}9} = K_i P^w L^e_{os.10}, \quad \lg \dfrac{1}{0{,}9} = K_e P^w L^e_{os.10}, \quad \lg \dfrac{1}{0{,}9} = K_k P^w L^e_{os.10}, \\ \lg \dfrac{1}{0{,}9} = (K_i + K_e + Z_k K_k)\, P^w L^e_{os.10}, \\ \dfrac{1}{L^e_{os.10}} = \dfrac{1}{L^e_{os.i.10}} + \dfrac{1}{L^e_{os.e.10}} + Z_k \dfrac{1}{L^e_{os.k.10}}. \end{cases}$$

Din relaţiile (8) şi (9) rezultă :

$$(10)\quad \begin{cases} L_{os.i.10} = \left(\dfrac{C_{os.i}}{P}\right)^p, \quad L_{os.e.10} = \left(\dfrac{C_{os.e}}{P}\right)^p, \\ L_{os.k.10} = \left(\dfrac{C_{os.k}}{P}\right)^p, \quad L_{os,10} = \left(\dfrac{C_{os}}{P}\right)^p, \quad \text{cu } p = \dfrac{w}{e}. \end{cases}$$

3. Concluzii

Durabilitatea $L_{os.10}$ a unui lot de rulmenţi radiali sau axiali aparent identici, ce oscilează în aceleaşi condiţii de sarcină P, amplitudine de oscilaţie θ_0 şi acceleraţie unghiulară $\varepsilon = \varepsilon(t)$, în cazul cînd nu apare fenomenul de alunecare a coliviei faţă de poziţia iniţială, durabilitate ce exprimă numărul de milioane de oscilaţii la care vor rezista, fără apariţia oboselii de contact, 90% din rulmenţii lotului considerat, este dată de relaţia :

$$(11)\quad \begin{cases} L_{os.10} = \left(\dfrac{C_{os}}{P}\right)^p, \quad \text{cu :} \\ \dfrac{1}{C^w_{os}} = \dfrac{1}{C^w_{os.i}} + \dfrac{1}{C^w_{os.e}} + Z_k \dfrac{1}{C^w_{os.k}}, \\ Z_k = Z_{p.1} \quad \text{după [2], la rulmenţii radiali,} \\ Z_k = Z, \quad \text{la rulmenţii axiali,} \\ \quad = \dfrac{c - h + 2}{3e} \quad \text{pentru rulmenţi cu bile sau role butoi,} \\ p = \dfrac{c - h + 1}{2e} \quad \text{pentru rulmenţi cu role cilindrice sau role conice.} \end{cases}$$

Pentru calculul durabilităţii în ore de funcţionare, există relaţia:

$$H_{os.10} = 16.666 \frac{L_{os.\%}}{n_{os}}, \tag{12}$$

unde n_{os} se exprimă în oscilaţii/minut.

Relaţiile (11) şi (12) sînt adevărate numai dacă P este o sarcină pur radială – la rulmenţii radiali, sau pur axială – la rulmenţii axiali, ca şi capacitatea dinamică de bază C_{os}, din care cauză încărcarea reală a rulmentului trebuie transformată în încărcare echivalentă.

În cazul cînd apare fenomenul de alunecare a coliviei faţă de poziţia ei iniţială, probabilitatea de rezistenţă a corpurilor de rulare se acceptă egală cu unitatea şi relaţiile (11), (12) se conservă cu $Z_k = 0$.

Primită la 1 iunie 1973

Institutul politehnic, Iaşi,
Laboratorul de organe de maşini

BIBLIOGRAFIE

1. Hostiuc L. T., *Contributions concernant la durabilité de vie et le taux dynamique de base des roulements radiaux à mouvement oscillant* (I). Bul. Inst. polit. Iaşi, **XVII (XXI)**, *3–4*, s. IV, 87–93 (1971).
2. Popinceanu N. G., Hostiuc L. T., *Particularités concernant le comportement des roulements à mouvement oscillatoire.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **XVII (XXI)**, *1–2*, s. IV, 101–118 (1971).
3. Lundberg G., Palmgren A., *Dynamic Capacity of Rolling Bearings.* Acta Polytechnica Stockholm, Mech. Eng. Series, **1**, *3*, fasc. 7 (1947).

NOUVELLES PRÉCISIONS SUR LA RELATION CHARGE-DURABILITÉ DE VIE DES ROULEMENTS À MOUVEMENT OSCILLANT

(Résumé)

On reprend la démonstration de la relation de charge-durabilité de vie de [1], basée sur la théorie Lundberg-Palmgren [3], en liaison avec le phénomèna de glissement, du séparateur par rapport à sa position initiale, provoqué par l'accélération du mouvement d'oscillation de l'anneau mobile – phénomène découvert d'une manière expérimentale par des essais de durabilité.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 3—4, 1973
SECŢIA IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D.K. 539.41; 620.179.15

BEITRÄGE ZUR BERECHNUNG DER REMANENTEN SPANNUNGEN IN EINIGEN REVOLUTIONSKÖRPERN AUF GRUND DER RÖNTGENOGRAPHISCHEN MESSUNGEN

VON

E. N. DIACONESCU

I. Einführung

Die Verwendung der Vorspannung als wichtiger Faktor um die Tragfähigkeit und Dauerhaftigkeit der Maschinenelemente zu vergrössern, hat zur Entwicklung vielfacher Methoden (mechanische, magnetische, röntgenographische und mit Ultraschall), zur Bestimmung der remanenten Spannungen, geführt.

Die röntgenographische Methode hat sich in den letzten Jahren allgemein durchgesetzt, wobei sich der unbestreitbare Vorteil der genaueren Lokalisierung der gemessenen Spannungen erwies [1], [3]. In ihrer gegenwärtigen Form dient sie zur Bestimmung der Werte und der Richtungen der beiden Hauptspannungen auf den freien Oberflächen der Körper, und folglich zur Präzisierung des ebenen Spannungszustandes.

Zur Bestimmung der remanenten Spannungen im Inneren der Körper, entfernt man, durch irgendeine Bearbeitung, die aufeinanderfolgenden Metallschichten von der Oberfläche und man bestimmt die ebenen Spannungszustände auf den freien Oberflächen, die hierbei erhalten wurden ; man vernachlässigt die Spannung von der Richtung der Normalen auf der Oberfläche und man betrachtet den Anfangszustand der remanenten Spannungen als Überlagerung der ebenen Spannungszustände, die auf diese Weise bestimmt werden.

Diese Methode hat zwei Mängel, und zwar :

a) Ausser acht gelassen, wird eine der drei Hauptkomponenten des Spannungszustandes nicht bestimmt ;

b) die beiden anderen Anfangskomponenten sind nicht gleichzusetzen mit jenen, die röntgenographisch bestimmt wurden, weil eine Redistribuierung der Spannungen nach der Beseitigung der Metallschichten auftritt.

Wenn man die remanenten Spannungen von der Oberfläche untersucht, sind diese Fehler unwichtig; wenn men die Verteilung der remanenten Spannungen von dickeren Schichten untersucht, entstellen die oben erwähnten Fehler die Ergebnisse. Somit ist es nötig eine neue Methode für die Bestimmung der remanenten Spannungen zu finden.

Die vorliegende Arbeit versucht, dieses Problem für einige Revolutionskörper, die in der Technik verwendet werden, zu lösen.

II. Berechnung der remanenten Spannungen in zylindrischen Werkstücken

In dieser Arbeit werden die zylindrischen Werkstücke von genügender Länge um die Endeffekte zu vernachlässigen, studiert; in solchen Werkstücken haben die remanenten Spannungen radiale $\sigma_r(r)$, tangentiale $\sigma_t(r)$ und axiale $\sigma_a(r)$ Richtungen und die Gleichgewichtsbedingung für ein Volumenelement kann folgendermassen geschrieben werden

$$\sigma_t(r) - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}[r\,\sigma_r(r)] = 0. \tag{1}$$

II.1. Berechnung der remanenten Spannungen in den ausseren Schichten der hohlen oder vollen Zylinder

Die Entfernung von äusseren Metallschichten, bis zu einem Radius r, ist mit der Einführung supplimentärer Spannungen $\sigma_{rs}(r)$, $\sigma_{rs}(r)$ und $\sigma_{as}(r)$ auf der Oberfläche des Radius r, äquivalent [3]. Diese Spannungen überlagern sich auf die remanenten Anfangsspannungen $\sigma_r(r)$, $\sigma_t(r)$ und $\sigma_a(r)$ und führen zu den resultanten Spannungen $\sigma_r^*(r)$, $\sigma_t^*(r)$ und $\sigma_a^*(r)$ die wie folgt berechnet werden:

$$\sigma_r^*(r) = \sigma_r(r) + \sigma_{rs}(r), \tag{2}$$

$$\sigma_t^*(r) = \sigma_t(r) + \sigma_{ts}(r), \tag{3}$$

$$\sigma_a^*(r) = \sigma_a(r) + \sigma_{as}(r). \tag{4}$$

Dic röntgenographisch auf der Oberfläche des Zylinders mis dem Radius r gemessenen Werte sind eben die resultanten tangentialen $\sigma_t^*(r)$ und radialen $\sigma_r^*(r)$ Spannungen. Indem auf die durch die Messungen bekannten Spannungen aufgebaut wird, stellt sich das Problem die Anfangsspannungen $\sigma_r(r)$, $\sigma_t(r)$ und $\sigma_a(r)$ zu berechnen.

Zu diesem Zweck muss berücksichtigt werden dass die resultanten radialen Spannungen $\sigma_r^*(r)$ in der äusseren Zylinderoberfläche null sind; aus der Beziehung (2) folgt

$$\sigma_{rs}(r) = -\sigma_r(r). \tag{5}$$

Die supplimentäre tangentiale Spannung auf derselben Oberfläche wird durch die Beziehung der Röhren mit dicken Wänden gegeben:

$$\sigma_{ts}(r) = \sigma_{rs}(r)\frac{r^2 + R_1^2}{r^2 - R_1^2}, \tag{6}$$

wobei R_1 den inneren Radius des Zylinders darstellt.

Die supplimentäre axiale Spannung wird in folgender Klaren Gleichung ersichtlich:

$$\sigma_{as}(r) = -\frac{2}{r^2 - R_1^2}\int_{R_1}^{r}\sigma_a(\rho)\,\rho\,d\rho, \tag{7}$$

wobei R_2 der äussere Radius des Zylinders und ρ der Radius des kurrenten Schnitts ist.

Ausgehend von (3) und (4) Können folgende Bezeihungen für die tangentialen und axialen Anfangsspannungen aufgestellt werden

$$\sigma_t(r) = \sigma_t^*(r) - \sigma_{ts}(r) = \sigma_t^*(r) + \sigma_r(r)\frac{r^2 + R_1^2}{r^2 - R_1^2}, \tag{8}$$

$$\sigma_a(r) = \sigma_a^*(r) - \sigma_{as}(r) = \sigma_a^*(r) + \frac{2}{r^2 - R_1^2}\int_{R_1}^{r}\rho\sigma_a(\rho)\,d\rho. \tag{9}$$

Durch Ausscheiden von $\sigma_t(r)$ aus (1) und (8) erhält man folgende Differentialgleichung:

$$\frac{2R_1^2}{r^2 - R_1^2}\sigma_r(r) + r\frac{d\sigma_r(r)}{dr} = \sigma_t^*(r). \tag{10}$$

Die Lösung dieser liniaren und ungleichförmigen Gleichung ist

$$\sigma_r(r) = \frac{r^2 - R_1^2}{r^2}\int_{R_1}^{r}\frac{\rho\sigma_t^*(\rho)}{\rho^2 - R_1^2}\,d\rho. \tag{11}$$

Ausgehend von (8) und (11) resultiert die Beziehung der tangentialen Anfangsspannung in einem hohlen Zylinder

$$\sigma_t(r) = \sigma_t^*(r) + \frac{r^2 + R_1^2}{r^2}\int_{R_1}^{r}\frac{\rho\sigma_t^*(\rho)}{\rho^2 - R_1^2}\,d\rho. \tag{12}$$

Aus der Integralgleichung (9) und aus seiner Ableitung erhält man, mit der Limitkondition $\sigma_a(R_2) = \sigma_a^*(R_2)$, die remanente axiale Anfangsspannung

$$\sigma_a(r) = \sigma_a^*(r) + 2\int_{R_2}^{r} \frac{\rho\sigma_a^*(\rho)}{\rho^2 - R_1^2}\,d\rho. \tag{13}$$

Für volle Zylinder ist $R_1 = 0$, während die remanenten Anfangsspannungen durch folgende Beziehungen erhalten werden:

$$\sigma_r(r) = \int_{R_2}^{r} \frac{\sigma_t^*(\rho)}{\rho}\,d\rho, \tag{14}$$

$$\sigma_t(r) = \sigma_t^*(r) + \int_{R_2}^{r} \frac{\sigma_t^*(\rho)}{\rho}\,d\rho, \tag{15}$$

$$\sigma_a(r) = \sigma_a^*(r) + 2\int_{r_2}^{r} \frac{\sigma_a^*(\rho)}{\rho}\,d\rho. \tag{16}$$

Die Beziehungen (11)...(16) gestalten die Berechung der remanenten Hauptspannungen in den dicken äusseren Schichten eines Zylindrischen Körpers; die Funktionen $\sigma_t^*(r)$ und $\sigma_a^*(r)$ bauen auf die röntgenographischen Messungen auf; die Integrale aus (11)...(16) kann graphisch oder nummerisch gelöst werden.

II.2. Berechnung der remanenten Spannungen in den inneren Schichten der hohlen Zylinder

Charakteristisch für die inneren Flächen der hohlen Zylinder ist, dass diese röntegenographisch nicht untersucht werden können, ohne den Zylinder zu teilen, weil die Röntgenstrahlen nicht zu diesen Flächen gelangen können.

Das ist der Grund dafür, dass die Spannungen in den inneren Schichten mit Hilfe einer Bewertungsmethode, die von der Untersuchung der äusseren Zylinderschichten ausgeht, bestimmt werden. Dabei werden von innen aus aufeinanderfolgende Materialischichten mit Hilfe entsperechender Methoden entfernt.

Die Entfernung der inneren Schichten bis zum Radius r ist mit der Einführung supplementärer Spannungen auf der äusseren Fläche mit dem Radius R_2 äquivalent

$$\sigma_{rs2}(r) = 0, \tag{17}$$

$$\sigma_{ts2}(r) = \sigma_r(r)\frac{2r^2}{R_2^2 - r^2}, \tag{18}$$

$$\sigma_{as2}(r) = \frac{2}{R_2^2 - r^2}\int_{R_1}^{r} \sigma_a(\rho)\rho\,d\rho. \tag{19}$$

Eben diese Spannungen werden röntgenographisch gemessen.

Aus (18) folgt die Beziehung der radialen, remanenten Anfangsspannung

$$\sigma_r(r) = \frac{R_2^2 - r^2}{2r^2}\,\sigma_{ts2}(r). \tag{20}$$

Wenn die Gleichung (19) abgeleitet und die remanente Spannung $\sigma_a(r)$ ausgedrückt wird, erhält man die axiale Anfangsspannung

$$\sigma_a(r) = \frac{R_2^2 - r^2}{2r}\,\frac{\mathrm{d}\sigma_{as2}(r)}{\mathrm{d}r} - \sigma_{as2}(r). \tag{21}$$

Um die tangentiale remanente Spannung zu bestimmen wird von (1) und (20) ausgegangen ; man erhält die Beziehung :

$$\sigma_t(r) = \frac{R_2^2 - r^2}{2r}\,\frac{\mathrm{d}\sigma_{ts2}(r)}{\mathrm{d}r} - \frac{R_2^2}{r^2}\,\sigma_{ts2}(r). \tag{22}$$

Die Beziehungen (21)...(23) dienen zur Berechnung der remanenten Hauptspannungen in den inneren Schichten der zylindrischen Werkstücke, auf Grund der ebenen Spannungszustände ($\sigma_{ts2}(r)$ und $\sigma_{as2}(r)$) die röntgenographisch festgestellt werden.

III. Berechnung der remanenten Spannungen in kugelförmigen Werkstücken

In den Kugelförmigen Werkstücken ist der Spannungszustand von einer tangentialen $\sigma_t(r)$ und radialen $\sigma_r(r)$ Spannung charakterisiert ; die Gleichgewichtsbedingung des Volumenelements hat folgende Form

$$\frac{\partial\sigma_r(r)}{\partial r} + 2\,\frac{\sigma_r(r) - \sigma_t(r)}{r} = 0. \tag{23}$$

Die Entfernung der Materialschicht bis zum Radius r ist mit der gleichförmigen Einführung einer umgekehrten radialen Spannung $-\sigma_r(r)$ gleichzusetzen. Dadurch entsteht eine supplementäre tangentiale Spannung $\sigma_{ts}(r)$, wie folgt

$$\sigma_{ts}(r) = -\sigma_r(r). \tag{24}$$

Röntgenographisch wird eine tangentiale Spannung $\sigma_t^*(r)$ gemessen, die sich von der Anfangsspannung unterscheidet :

$$\sigma_t^*(r) = \sigma_t(r) + \sigma_{ts}(r) = \sigma_t(r) - \sigma_r(r). \tag{25}$$

Von (23) und (25) ausgehend, erhält man durch Integrieren

$$\sigma_r(r) = \int_R^r \frac{2\sigma_t^*(\rho)}{\rho}\,\mathrm{d}\rho, \tag{26}$$

wobei R der äussere Anfangsradius der Kugel ist.

Die tangentiale Spannung wird über (25) und (26) erhalten :

$$\sigma_t(r) = \sigma_t^*(r) + \int_R^r \frac{2\sigma_t^*(\rho)}{\rho} d\rho. \tag{27}$$

Die Beziehungen (26) und (27) deffinieren die remanenten Anfangsspannungen in Kugeln, als Funktion der Spannung $\sigma_t^*(r)$, die röntgenographisch, durch die bekannten Methoden gemessen wird.

IV. Schlussfolgerungen

Zur Zeit ist die Methode der exakten röntgenographischen Bestimmung der remanenten Spannungen auf den Oberflächen der Werkstücke genau festgelegt ; die Verteilung der remanenten Spannungen aus dicken Schichten oder auf dem Schnitt des Werkstückes wird aber ungenau und nicht komplett bestimmt.

In der vorliegenden Arbeit werden Berechnungsformeln angeführt, mit deren Hilfe, bei vollen oder hohlen Zylindern und bei Kugeln, auf Grund der röntgenographisch bestimmten ebenen Spannungszustände sämtliche Komponenten des remanenten räumlichen Spannungeszustandes bestimmt werden können.

Auf diese Weise liefert die Arbeit einen Beitrag zur Vervollständigung der röntgenographischen Methode, die zur Bestimmung remanenter Spannungen in einigen Revolutionskörpern dienen kann.

Eingegangen am 12. Juli 1971

Technische Hochschule, Jassy,
Laboratorium für Maschinenelemente

LITERATURVERZEICHNIS

1. Almen J. O., Black H. P., *Residual Stresses and Fatigue in Metals.* Mc Graw-Hill Book Company, Inc., New York — San Francisco — Toronto — London, 1963.
2. Marburger R. E., Koistinen D. P., *X-Ray Measurement of Residual Stresses in Hardened Steel.* In „Internal Stresses and Fatigue in Metals", Elsevier Publishing Company, Amsterdam — London — New York — Princeton, pp. 98—109, 1959.

CONTRIBUŢII LA CALCULUL TENSIUNILOR REMANENTE ÎN UNELE CORPURI DE REVOLUŢIE, PE BAZA MĂSURĂTORILOR RÖNTGENOGRAFICE

(Rezumat)

Se deduc relaţii cu ajutorul cărora, utilizînd rezultatele măsurătorilor röntgenografice obişnuite de stări plane de tensiuni remanente, se pot calcula cele trei componente ale stării spaţiale de tensiuni remanente în unele corpuri simple de revoluţie — cilindri plini sau goi şi sfere.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 3—4, 1973
SECŢIA IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 697.35

STUDII ASUPRA RADIATOARELOR CU LICHID INTERMEDIAR CU ELEMENŢI DIN TABLĂ SUBŢIRE [1])

DE

GÉRARD D'ALBON, VALERIU CERNESCU, EMIL JUGUREANU, MAIER PERLMAN şi D. COSTIN

1. Consideraţiuni generale

Prezenta comunicare este o continuare a lucrărilor publicate anterior [2], [3] şi [4], în care se urmăreşte experimentarea unor noi tipuri de radiatoare cu lichid intermediar, cu elemenţi din tablă subţire.

În principiu, un radiator cu lichid intermediar este format dintr-un corp *1*, umplut cu apă, încălzită cu ajutorul unei serpentine interioare *2*, prin care circulă fluidul ce transportă căldura, apă supraîncălzită sau abur (fig. 1).

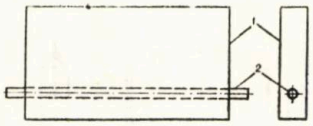


Fig. 1

Preocupări în acest domeniu au existat atît în străinătate cît şi în ţara noastră. Lucrările lui I. Antohi [1], A. Jukel [5], W. Kamler [6], S. F. Livceak [7] tratează diverse tipuri de schimbători de căldură. Lucrările prof. W. Kamler la Varşovia şi A. Jukel la Praga, au dat rezultate inferioare celor obţinute în ţara noastră din cauză că au fost folosite radiatoare din tablă de fier cu pereţi groşi de comunicare, cu un vas de expansiune pentru dilatarea apei, această soluţie fiind bazată pe o concepţie care nu valorifică deplin posibilităţile radiatoarelor cu lichid intermediar.

În ţara noastră, cercetările asupra radiatoarelor cu lichid intermediar au progresat suficient pentru a înlătura orice dubiu cu privire la eficienţa folosirii lor în locul celor de fontă.

---

[1]) Prezentată la sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Galaţi, din 30—31 mai 1969.

În lucrarea de față se abordează posibilitatea utilizării în practică a radiatoarelor din tablă subțire.

2. Radiatoare din tablă subțire

Elementii acestor radiatoare pot fi confecționați din tablă de 0,22... ...0,28 mm grosime, folosindu-se la fabricația de mare serie linii tehnologice de tipul celor de la fabricile de cutii pentru conserve. Prețul de cost, prin asimilare cu al cutiilor de conserve, este de circa 20 lei/m^2.

Deși la această grosime de tablă elementii de dimensiuni sub 200 mm sînt destul de rigizi, aceste radiatoare vor trebui protejate de o mască.

Începînd de la grosimea tablei de 0,6 mm, se pot confecționa radiatoare tip panou cu dimensiuni pînă la $H = 340$ mm și $L = 600$ mm fără a fi protejate de o mască. În acest caz utilizarea tablei slab ondulate (cu ondule verticale) asigură o mai bună rigiditate și un coeficient mărit de transmitere a căldurii (coeficientul apare mărit dacă se consideră ca suprafață de referință, suprafața învăluitoare a ondulațiilor și nu valoarea reală geometrică a ei).

Se desprind trei soluții de urmat pentru a realiza radiatoare ieftine confecționate din tablă subțire: radiatorul tip AT, BT și CT.

2.1. Radiatoare tip AT

Aceste radiatoare sînt de tip panou (fig. 2), confecționate din tablă ondulată de 0,5...0,7 mm grosime, cu o înălțime $H = 340$ mm.

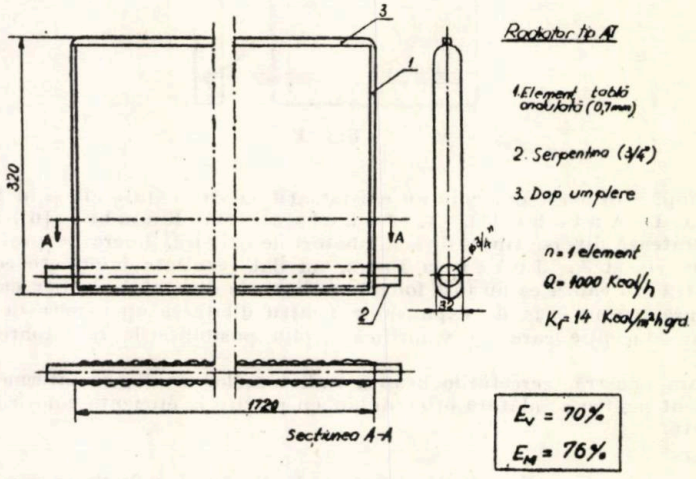


Fig. 2

Se pot executa prin presare dintr-o singură foaie de tablă debitată la dimensiunea $L = 640$ mm. Prin presare se dă și forma cîmpului central pentru a se asigura montarea serpentinei *2* la o distanță de 5 mm de peretele exterior. După presare se așează serpentina *2* și, prin îndoirea tablei, se închide radiatorul la forma din fig. 1. Etanșarea se realizează prin sudură cu mașini speciale de sudat continuu pentru tablă subțire sau cositorire.

Caracteristicile termice ale acestui radiator au fost calculate pe baza rezultatelor experimentale obținute la încercarea radiatoarelor AT_1 și AT_2 prezentate mai jos.

Radiatoarele se pot tipiza la: $H = 320$ mm și $L = 500$, 750 și 1 000 mm, sau $H = 280$ mm și $L = 500$, 750 și 1 000 mm.

Calculul s-a făcut numai pentru $H = 320$ mm pentru alimentarea cu apă supraîncălzită, unde premisele economice sînt mai puțin favorabile.

Pentru celelalte tipuri și la încălzirea cu aburi, costul și consumul de metal pentru debitul de 1 000 kcal/oră vor fi cu puțin mai mici.

Rezultate experimentale. În scopul studierii variației coeficientului de transmitere a căldurii K_1 cu puterea și, respectiv, cu temperatura, s-au executat două radiatoare din tablă ondulată din care unul cu direcția ondulelor pe verticală, iar altul cu direcția acestor ondule pe orizontală.

Asamblarea fețelor radiatoarelor s-a făcut prin lipire cu cositor pentru a asigura o mai bună etanșeitate, încălzirea făcîndu-se electric prin intermediul unei rezistențe electrice alimentată la 110 V. Rezistența a fost introdusă într-o țeavă cu diametrul de 3/8″ ce poate folosi și ca element de circulație a unui agent încălzitor (apă supraîncălzită, abur etc.).

În tabelul 1 sînt prezentate datele experimentale pentru radiatorul tip AT_1 a cărui formă și dimensiuni sînt indicate în fig. 3.

Tabelul 1

Nr. crt.	I A	U V	P W	t_1 °C	t_2 °C	t °C	K_1 kcal/m² h grd	$Q_{măsurat}$ kcal/h
1	1	25	25	47	22	25	9,1	29
2	1,2	32	38,4	56	22	34	10,2	45
3	1,36	45	56,5	60	23	37	11	52,91
4	1,4	50	70	66	23	43	14,8	82,73
5	1,61	60	96,6	80,5	24	56,5	15,2	111,64
6	1,74	65	113	91	23	68	15,1	133,48
7	1,85	70	129,8	95	23	72	16,3	152,56

Datele din tabelul 2, respectiv fig. 4, se referă la radiatoarele tip AT_2.

Tabelul 2

Nr. crt.	I A	U V	P W	t_1 °C	t_2 °C	t_0 °C	K_1 kcal/m²h grd	$Q_{măsurat}$ kcal/h
1	1	25	25	51	22	25	7,8	29,4
2	1,2	40	48	60	23	37	11,8	56,75
3	1,4	50	70	73	23	50	12,8	83,2
4	1,65	58	96	84	22	62	14	112,84
5	1,74	70	122	98	22	76	14,6	144,25

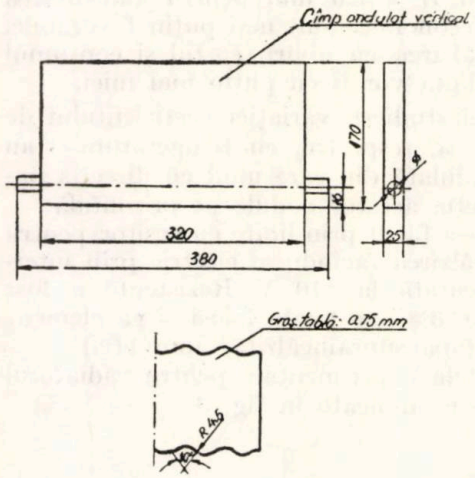


Fig. 3

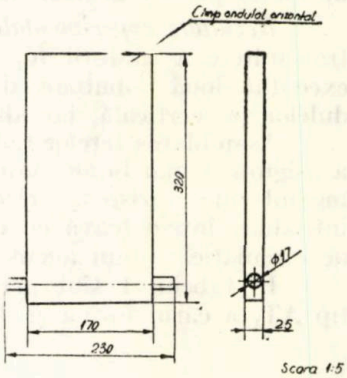


Fig. 4

Din datele experimentale obţinute se remarcă că forma corectă şi economică este aceea cu ondule verticale care prezintă şi un coeficient de transmitere a căldurii mai mare. Se remarcă, de asemenea, valoarea deosebit de ridicată a coeficientului de trecere a căldurii K (14...16 kcal/m²h grd).

2.2. Radiatoare tip BT

Ele sînt formate din asocierea mai multor elemente din tablă ondulată de 0,28 mm grosime, cu înălţimea $H = 400$ mm, extraplate, aşezate paralel, cu intrarea şi ieşirea fluidului încălzitor prin părţi opuse sau cu intrarea şi ieşirea acestuia prin aceeaşi parte (fig. 5).

La aceste radiatoare este necesară mască de protecţie, din care cauză este economic ca radiatorul să fie cît mai compact, chiar dacă rezultă o valoare mai mică pentru coeficientul de trecere a căldurii K_1. Optimizarea

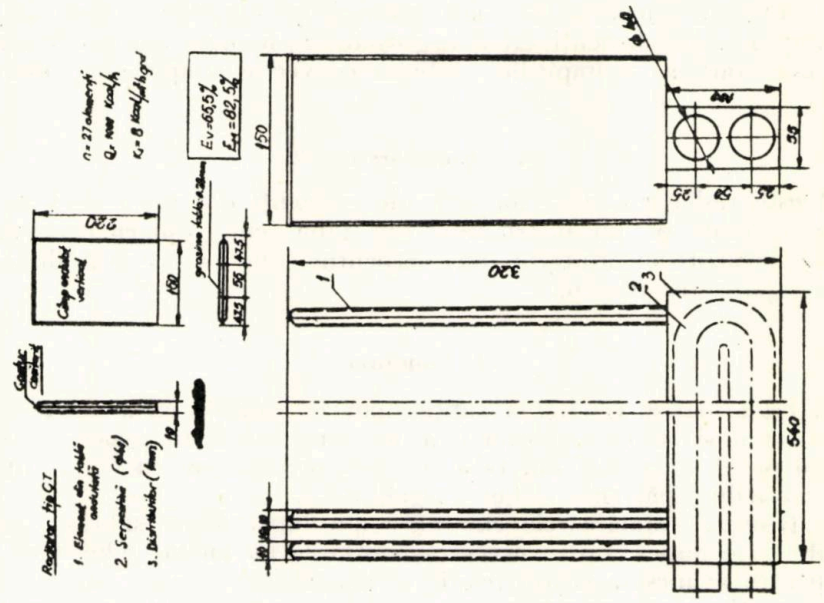


Fig. 6

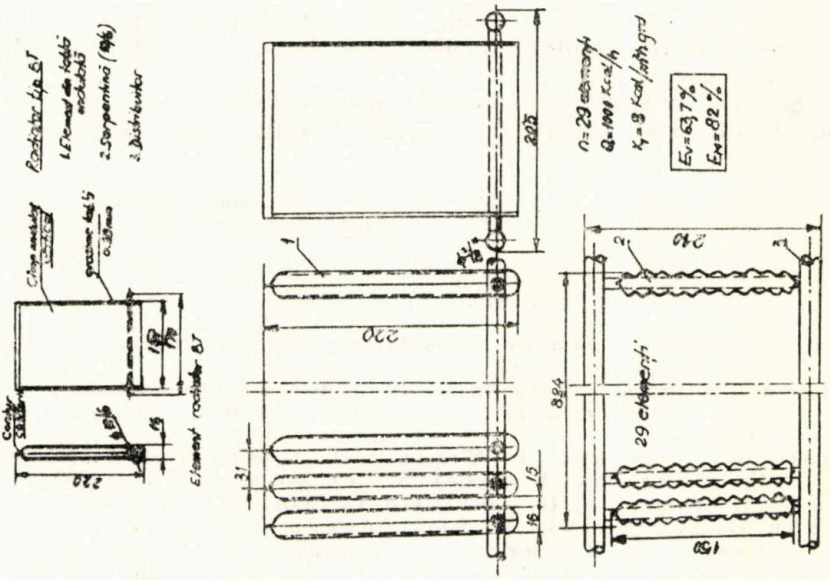


Fig. 5

acestor radiatoare depinde, în mare măsură, de variaţia coeficentului K_1 cu distanţa l dintre elemenţi, cît şi de grosimea l_{el} minimă admisibilă pentru un element fără a se împiedica o bună convecţie a apei din interiorul acestuia.

2.3. Radiatoare tip CT

Aceste radiatoare sînt formate din elemenţi din tablă de 0,28 mm grosime montaţi pe un distribuitor din tablă cu grosimea peretelui de 1 mm şi încălzite cu ajutorul unei serpentine din ţevi de fier, dimensionată corespunzător (fig. 6).

3. Concluzii

1. Radiatoarele din tablă subţire pot fi realizate cu o mare economie de metal şi valorică, pornind de la ideea verificată experimental că elementii pot fi executaţi din tablă cu atît mai subţire cu cît au un gabarit mai redus, păstrînd o bună rigiditate.

2. Deoarece radiatoarele executate din tablă foarte subţire trebuie protejate cu o mască, apare necesară realizarea lor cu un gabarit cît mai redus pentru a micşora costul relativ al măştii. Acest lucru este realizabil dacă elementii sînt executaţi la o grosime minimă compatibilă cu o bună convecţie interioară.

3. Din studiile efectuate rezultă că printr-o valorificare completă şi raţională a acestor radiatoare, se vor realiza economii de peste 150 000 000 lei/an şi de peste 50 000 tone metal/an. Se impune, aşa dar, luarea unor măsuri organizate pentru a se trece de urgenţă la valorificarea lor în masă.

4. Soluţiile prezentate în această lucrare urmează să fie analizate şi îmbunătăţite spre a căpăta o formă definitivă care să fie aprobată spre realizare.

Primită la 21 iunie 1971

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de termotehnică şi maşini termice

BIBLIOGRAFIE

1. Antohi I., *Corpuri de încălzire cu lichid intermediar.* Rev. constr. şi a materialelor de constr., **20**, *12*, 773–668 (1966).
2. d'Albon G., Brevet de invenţie nr. *46826* din 29.X.1966, *Radiator pentru încălzire centrală*, dosar nr. *42605* din 1959, Oficiul de stat pentru invenţii, Bucureşti.
3. d'Albon G., Curievici I., Ursescu D., Gutman M., Jugureanu E., Macri V., Apetrei N., *Un nou tip de radiator pentru încălziri centrale.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **IX (XIII)**, *1–2*, 313–326 (1963).
4. d'Albon G., Amihăesii I., Simionescu A., Perlman M., Cernescu V., Jugureanu E., *Instalaţii experimentale de încălzire cu radiatoare cu lichid intermediar.* St. şi cercetări, Inst. de cerc. în constr. şi economia constr., Buc., *7*, 125–138 (1968).

5. Jukel A., *Stadiul actual şi tendinţele de dezvoltare a tehnicii încălzirii în construcţii de locuinţe şi în construcţii de folosinţă R. S. C.* Comunicare prezentată la Congresul internaţional de încălzire a clădirilor, Varşovia, 1963.
6. Kamler W., *Alimentation directe des installations de chauffage des maisons d'habitation en eau surchauffée.* Annales de l'Institut technique du bâtiment et des travaux publics, *192*, 1279—1290 (décembre 1963).
7. Livceak I. F., *Invenţii şi perfecţionări în domeniul încălzirii centrale* (trad. din l. rusă), Ed. MCIMC, Buc., p. 114, 1953.

ÉTUDES SUR LES RADIATEURS À FLUIDE INTERMÉDIAIRE AVEC DES ÉLEMENTS EN TÔLE MINCE

(Résumé)

On présente les résultats de l'expérimentation de nouveaux radiateurs à fluide intermédiaire avec des éléments en tôle mince.

On présente les conclusions concernant leur valorisation en estimant en même temps les économies valoriques et en métal pouvant résulter de l'utilisation généralisée de ces radiateurs.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 3—4, 1973
SECȚIA IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 536.35

CONTRIBUȚII TEORETICE ASUPRA METODELOR DE CORECTARE A ECUAȚIILOR CRITERIALE ÎN TRANSMITEREA CĂLDURII [1])

DE

EMIL V. JUGUREANU

1. Introducere

De la apariția anomaliei termice J a c q [1], [2], [3], în literatura de specialitate au apărut o serie de lucrări în care erau prezentate rezultatele teoretice și experimentale asupra acestei anomalii.

Efectul Jacq se poate explica teoretic prin teoriile emise de R. L u c a s [4] și L. K a i s e r [5], iar în privința cercetărilor experimentale se pot evidenția lucrările lui C. B o n n e t [10], A. M i s s e n a r d [11] și R. E. H a r r i n g t o n [12].

În cadrul Catedrei de termotehnică de la Institutul politehnic din Iași, această anomalie s-a studiat atît teoretic cît și experimental. Prin aceste studii [13], [14] s-a verificat existența anomaliei termice Jacq, s-au comparat între ele teoriile lui R. L u c a s și a lui L. K a i s e r, și s-au elaborat noi metode de studiu a efectului Jacq în convecție.

Existența anomaliei termice Jacq conduce la o serie întreagă de consecințe teoretice și practice, în multe domenii de activitate. În cele ce urmează se studiază cîteva aspecte teoretice privind transmiterea căldurii prin convecție.

2. Corectarea ecuațiilor criteriale în transmiterea căldurii

Ecuațiile criteriale din transmiterea căldurii, după cum se știe, au fost stabilite fără să se țină seama de anomalia termică Jacq. Luînd în considerație existența acestei anomalii, în lucrarea de față se propun cîteva metode pentru corectarea ecuațiilor criteriale din transmiterea căldurii.

Într-o serie de lucrări anterioare [13], [14], s-au studiat posibilitățile de apariție a anomaliei termice Jacq, astfel că, pe baza acestor concluzii, se poate afirma că ecuațiile criteriale clasice din transmiterea căldurii sînt corecte numai pentru cazurile cînd efectul Jacq este nul sau cînd măsurătorile efectuate n-au fost alterate de această anomalie. Așa,

[1]) Prezentată la sesiunea științifică a Institutului politehnic din Iași, din 2—4 iulie 1970.

de exemplu, dacă temperatura unui corp a fost determinată prin măsurări ale spațiului, anomalia termică Jacq nu mai intervine în rezultatele măsurătorilor.

Forma clasică a ecuațiilor criteriale, de exemplu în convecția liberă, este :

$$\mathcal{N}u = C(\mathcal{G}r\ \mathcal{P}r)^n \tag{1}$$

unde $\mathcal{N}u$, $\mathcal{G}r$ și $\mathcal{P}r$ sînt criteriile cunoscute :

$$\mathcal{N}u = \frac{\alpha l}{\lambda}, \qquad \mathcal{G}r = \frac{\beta g l^3 \Delta t}{\nu^2}, \qquad \mathcal{P}r = 3\,600\,\frac{\nu}{a}.$$

Parametrii fizici care intră în aceste criterii se determină în funcție de

$$\Delta t_{\text{clasic}} = t_{p\,\text{clasic}} - t_{\text{fluid}},$$

unde $t_{p\,\text{clasic}}$ este temperatura peretelui luată în condițiile ignorării anomaliei termice Jacq.

Deoarece temperatura clasică a peretelui este diferită de temperatura reală,

$$t_{p\,\text{clasic}} \neq t_{p\,\text{real}},$$

unde $t_{p\,\text{real}}$ este temperatura peretelui în cazul luării în considerație a anomaliei termice Jacq, rezultă că ecuația criterială (1) nu redă exact procesul fizic, fiind afectată de o eroare provenită din neluarea în considerație a acestei anomalii.

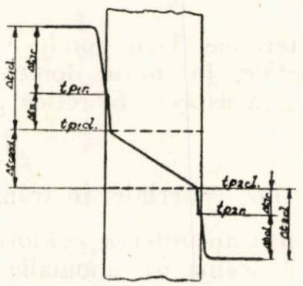


Fig. 1

În cazul existenței anomaliei termice Jacq, căderile de temperatură (fig. 1) sînt :

$$\Delta t_{\text{clasic}} = \Delta t_{\text{conv. real}} + \Delta t_j, \tag{2}$$

unde

$$\Delta t_{\text{conv. real}} = \frac{q}{\mathcal{N}u} \tag{3}$$

este o funcție de criteriile Grashof și Prandtl

$$\Delta t_{\text{conv. real}} = f(\mathcal{G}r, \mathcal{P}r), \tag{4}$$

iar

$$\Delta t_j = Kq,$$

este o funcție de altă natură decît cea din ecuația (4), adică

$$\Delta t_j = K_1(K_0). \tag{5}$$

Ecuația (2) se poate scrie sub forma

$$\Delta t_{\text{clasic}} = f(\mathcal{G}r, \mathcal{P}r) + K_1(K_0), \tag{6}$$

sau

$$t_{\text{clasic}} = \Phi_1 + \Phi_2,$$

unde $\Phi_1 = \Phi_1(\mathcal{G}r, \mathcal{P}r)$ este o funcție dependentă de procesul de convecție, iar Φ_2 este o funcție care reprezintă procesul ce are loc în stratul subsuperficial al corpului. Deci funcțiile Φ_1 și Φ_2 sînt guvernate de legi diferite. În literatura de specialitate, aceste două procese sînt înglobate într-unul singur, trecut pe seama procesului de convecție.

Prin faptul că în prezenta lucrare se analizează schimbul de căldură dintre corp și mediul exterior, se pune, prin urmare, problema de a găsi funcția Φ_1 care să redea procesul de convecție real, fără a fi afectată de eroarea dată de anomalia termică Jacq. Pentru obținerea corectă a funcției Φ_1 se propune o metodă teoretică și o metodă experimentală.

2.1. Metoda teoretică

Prin această metodă teoretică se poate obține funcția Φ_1 care permite determinarea, în continuare, a coeficientului α_{real}, sau se poate obține direct o expresie pentru acest coeficient.

2.1.1. *Determinarea funcției* Φ_1

Se consideră cazul unei convecții libere, unde procesul este determinat de ecuații de forma dată de expresia (1). Pentru un Δt_{clasic} oarecare, criteriile vor deveni: $(\mathcal{N}u)_{\text{cl}}$, $(\mathcal{G}r)_{\text{cl}}$ și $(\mathcal{P}r)_{\text{cl}}$.

La un $\Delta t_r = t_{\text{pr}} - t_f$, criteriile vor deveni $(\mathcal{N}u)_r$, $(\mathcal{G}r)_r$ și $(\mathcal{P}r)_r$. În acest caz, ecuația criterială (1) capătă forma:

$$(\mathcal{N}u)_r = C'(\mathcal{G}r.\mathcal{P}r)_r^{n'}. \tag{7}$$

Lucrînd în coordonate logaritmice, se pot determina ușor constantele C' și n'. Astfel, în fig. 2, curba I corespunde ecuației (1) și, după cum s-a arătat, redă procesul de convecție fără să țină seama de anomalia termică Jacq.

La un flux termic q rezultă o anumită valoare a anomaliei termice Jacq, $\Delta t_J = Kq$, pentru care se poate determina temperatura reală a peretelui, t_{pr} și totodată și diferența $\Delta t_r = t_{pr} - t_f$.

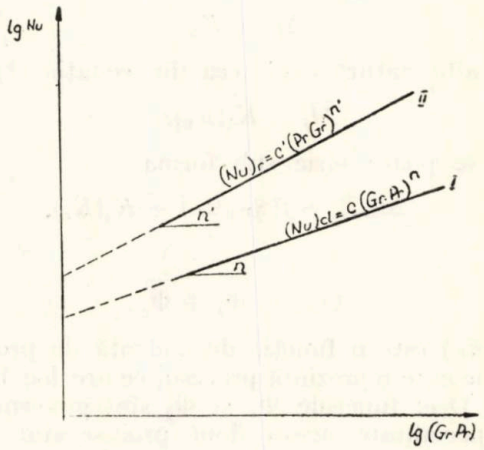


Fig. 2

Pentru diferite valori ale căderilor termice Δt_r se calculează $(\mathcal{N}u)_r$ $(\mathcal{G}r)_r$ și $(\mathcal{R}r)_r$, cu ajutorul cărora se poate trasa în coordonate logaritmice curba II, cu care se pot determina constantele C' și n'. Cunoscînd aceste constante, se poate scrie forma corectă a ecuației criteriale în convecția liberă sub forma

$$\Phi_1 = (\mathcal{N}u)_r = C'(\mathcal{G}r \cdot \mathcal{R}r)_r^{n'} . \tag{7'}$$

O dată stabilită această ecuație, ea va putea fi folosită în continuare în procesul de convecție liberă pentru determinarea coeficientului α_{real} .

2.1.2. *Determinarea unei expresii pentru coeficientul* α_{real}

Fluxul termic unitar, care are loc de exemplu între un perete și fluidul înconjurător (fig. 1), se poate exprima prin relația:

$$q = \alpha_{clasic} \, (t_{p_2 \, clasic} - t_{f_2}). \tag{8}$$

Luînd în considerare existența anomaliei termice Jacq, fluxul termic va fi dat de ecuația

(9) $$q = \alpha_{\text{real}} (t_{p_{2r}} - t_{f_2}),$$

sau

$$q = \alpha_{\text{real}} [(t_{p_{2\,\text{clasic}}} - \Delta t_j) - t_{f_2}] = \alpha_{\text{real}} [(t_{p_{2\,\text{clasic}}} - t_{f_2})] - \Delta t_j.$$

Înlocuind diferența $t_{p2\,\text{clasic}} - t_{f_2}$ în funcție de q și utilizînd (8) se obține:

$$q = \alpha_{\text{real}} \left(\frac{q}{\alpha_{\text{clasic}}} - Kq \right).$$

Simplificînd cu q se ajunge la expresia

(10) $$\alpha_{\text{real}} = \frac{1}{1-K} \alpha_{\text{clasic}}.$$

Cu ajutorul ecuației (10), cunoscînd pe α_{clasic} se poate determina coeficientul α_{real} (fig. 3).

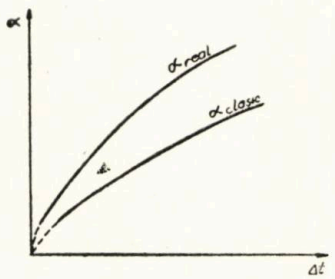


Fig. 3

Diferența dintre coeficienții α_{real} și α_{clasic} devine

$$\Delta\alpha = \alpha_{\text{real}} - \alpha_{\text{clasic}} = \frac{\alpha_{\text{clasic}}}{1-K} - \alpha_{\text{clasic}},$$

de unde

(11) $$\Delta\alpha = \alpha_{\text{real}} - \alpha_{\text{clasic}} = \frac{K}{1-K} \alpha_{\text{clasic}}.$$

Prin urmare, plecînd de la curba cunoscută a lui α_{clasic} (fig. 3), se poate construi, folosind ecuația (11), curba care să reprezinte variația coeficientului de convecție α_{real}.

2.2. Metoda experimentală

În cadrul metodei experimentale, ca şi în cazul metodei teoretice, se poate obţine direct coeficientul de convecţie α_{real}, conţinut în forma generală a funcţiei Φ_1.

2.2.1. *Determinarea coeficientului* α_{real}

Se determină experimental temperatura reală a suprafeţei corpului t_{pr} şi de asemenea se măsoară fluxul termic unitar q, schimbat între corp şi mediul exterior ($\Delta t_r = t_{pr} - t_f$ şi q măsurat).

Rezultă imediat valoarea coeficientului de convecţie α_{real}

$$\alpha_{real} = \frac{q}{\Delta t_r} \quad [\text{kcal/m}^2\text{h grd}]. \tag{12}$$

Pentru diverse regimuri termice se poate trasa curba de variaţie a coeficientului α_{real} (fig. 4).

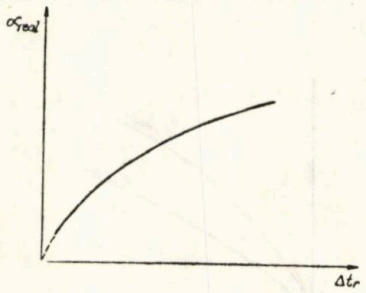


Fig. 4

2.2.2. *Stabilirea funcţiei* Φ_1

Cunoscînd valorile reale determinate experimental Δt_{real} şi α_{real} pentru cîteva regimuri de funcţionare, se pot calcula criteriile $(\mathcal{N}u)_r$, $(\mathcal{G}r)_r$ şi $(\mathcal{P}r)_r$.

În felul acesta, se poate reprezenta în coordonate logaritmice funcţia

$$\Phi' = (\mathcal{N}u)_r = C'(\mathcal{G}r \cdot \mathcal{P}r)_r^{n'}, \tag{13}$$

care reprezintă ecuaţia criterială corectă pentru convecţia liberă.

3. Concluzii

Relaţiile criteriale existente din transmiterea căldurii sînt afectate de o eroare provenită din neluarea în consideraţie a anomaliei termice Jacq. Această eroare apare în cazurile în care se manifestă efectul Jacq

iar măsurătorile necesare stabilirii ecuațiilor criteriale nu l-au luat în considerare.

În lucrarea de față se prezintă metode teoretice și practice prin care se pot corecta ecuațiile criteriale din transmiterea căldurii, în ipoteza existenței anomaliei termice Jacq. S-a luat ca exemplu convecția liberă pentru care se stabilesc ecuațiile (7'), (11), (12) și (13), în ipoteza existenței anomaliei termice Jacq.

Rezultă că ecuațiile criteriale se pot corecta pe baza unui anumit număr de experiențe, dar ceea ce este important, corectarea lor se poate face și numai prin calcul, plecînd de la ecuațiile clasice existente și valoarea cunoscută a constantei K.

Primită la 4 decembrie 1971

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de termotehnică și mașini termice

BIBLIOGRAFIE

1. Jacq J., Chateau M., *Anomalie de la distribution de température dans les couches superficielles d'un solide.* C. R. Ac. Sc. Paris, **252**, *21*, 3201—3203 (1961).
2. Jacq J., Chateau M., *Anomalie de la distribution de température dans les couches superficielles d'un solide.* C. R. Ac. Sc. Paris, **252**, *20*, 3011—3013 (1961).
3. Jacq J., *Anomalie de la distribution de température dans les couches superficielles d'une paroi chauffée au refroidie.* Journées internationales de la transmission de la chaleur, Institut Français des Combustibles et de l'Énergie, Paris.
4. Lucas R., *Théorie du phénomène d'anomalie de température dans les couches superficielles des matériaux.* Journées internationales de la transmission de la chaleur, l'Institut Français des Combustibles et de l'Énergie, Paris.
5. Kaiser L., *Essai d'une théorie électronique de l'effet Jacq.* Rev. gén. de Thermique, Paris, **I**, *5*, 21—40 (1962).
6. Klaudy P., *Eigenschaften und Anwendungsmöglichkeiten von Flüssigkeitskonstanten.* ETZ (A), *15*, 525—532 (1955).
7. d'Albon G. și colab., *Perfecționarea grupurilor turbogeneratoare cu generatoare unipolare.* Bul. Inst. polit. Iași, **II (VI)**, *1—2* (1956)
8. Procopiu Șt., d'Albon G., *Perméabilité magnétique à haute fréquence des couches minces de fer déposées électrolytiquemnnt.* C.R. Ac. Sc. Paris, 1373 — 1376 (dec. 1937).
9. d'Albon G., *La perméabilité magnétique des couches minces de fer en haute fréquence et dans les mesures statiques.* Ann. sc. Univ. Jassy, **XXV**, *2* (1939).
10. Bonnet C., Morin R., *Étude à propos de l'anomalie de la distribution des températures dans les couches superficielles d'une paroi chauffée ou refroidie, constatée par M. Jacq.* Euratom, Bruxelles, X, 1963.
11. Missenard A., *Conductivité thermique des solides, liquides, gaz et de leurs mélanges.* Paris, Eyrolles, 1965.
12. Harrington R. E., *Anomalous Surface Heating Rates.* J. Appl. Phys. U.S.A. (1966/1967).
13. d'Albon G., Jugureanu E., Cloțan V., Lozonschi Gh., Apetrei N., *Considérations sur l'anomalie thermique Jacq et résultats expérimentaux.* Bul. Inst. polit. Iași, **XV (XIX)**, *3—4* (1969).
14. Jugureanu E., *L'étude de l'effet Jacq par la méthode du coefficient* α. Bul. Inst. polit. Iași, **XVI (XX)**, *1—2* (1970).

CONTRIBUTIONS THÉORIQUES CONCERNANT LES MÉTHODES DE CORRECTION DES ÉQUATIONS CRITÉRIELES DANS LA TRANSMISSION DE LA CHALEUR

(Résumé)

Les chutes thermiques Jacq qui apparaissent dans la couche sous-superficielle de la paroi, modifient la forme classique du champ thermique. Ainsi, les coefficients réels de convection ont des valeurs plus grandes que les coefficients de convection calculés sans tenir compte de l'effet Jacq.

Dans cette Note on présents quelques methodes de corection des équations critérieles dans la transmission de la chaleur.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 3—4, 1973
SECŢIA IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.D. 621.43

RECHERCHES SUR LE MODELAGE PAR SIMILITUDE DES CHAMBRES DE COMBUSTION POUR LES TURBINES À GAZ FONCTIONNANT À COMBUSTIBLE GAZEUX

II. L'INSTALLATION EXPÉRIMENTALE

PAR

DAN URSESCU et VICTOR ZUBCU

Pour vérifier expérimentalement l'ensemble des conditions de modelage obtenus théoriquement dans la Note I [1], on a construit un stand pour l'essais des chambres de combustion fonctionnant à gaz pétrolier embouteillé (mais qui, avec de légères modifications, pourra être également utilisé pour l'étude des chambres à combustible liquide).

Cette installation est représentée dans la fig. 1, dans laquelle : T_1... ...T_4 sont tronçons principaux d'installation, C – tube de flamme, Ar – dispositif frontal de mélange, S – sonde multiple, CP – chambre-pilote pour l'allumage, BI – bobine d'induction, b – bougie, D_g – dispositif de réglage de la section de sortie des gases de combustion, t – milivoltmètre pour le thermocouple de la sonde (pour la mesure des valeurs locales de la température), t_g – milivoltmètre et thermocouple pour les gases de combustion à la sortie du tube de flamme, M – manomètre pour la mesure des valeurs locales de la pression, $B_{1...3}$ – bouteilles avec du combustible gazeux liquéfié, R_1, R_2 – régulateurs de pression pour le combustible, RO_1, RO_2 – debitmètre pour le combustible, RGA – réfrigérateur pour les gases de combustion prélevés, M_m – micromanomètre, E – éjecteur fonctionnant à vapeur d'eau, t_w – thermomètre, I – installation de mesure pour les valeurs moyenes du courant d'ionisation, O – oscilloscope pour l'étude des pulsations du courant d'ionisation, RA – réservoir d'air pour la chambre-pilote, TC – turbocompresseur, IA – chauffe-air, V_1...V_2 – tubes Venturi pour la mesure des debits, D_a – dispositif de réglage du debit d'air de refroidissement du tube de flamme, t_1, t_2 – thermomètres, M_1...M_5 – tubes manométriques, RG_1, M_2 – règles graduées, r_1...r_7 – robinets pour le combustible gazeux, r_8 – robinet pour l'air, r_9, r_{10} – robinets pour les vapeurs d'eau, r_{11}, r_{12} – robinets pour l'eau.

L'élément principal de ce stand d'essais est constitué par le tronçon T_2 (représenté dans la fig. 2). Le tronçon est en réalité la chemise extérieure de la chambre de combustion ; dans le tronçon T_2 on peut monter des tubes de flamme cylindriques de diamètres différentes.

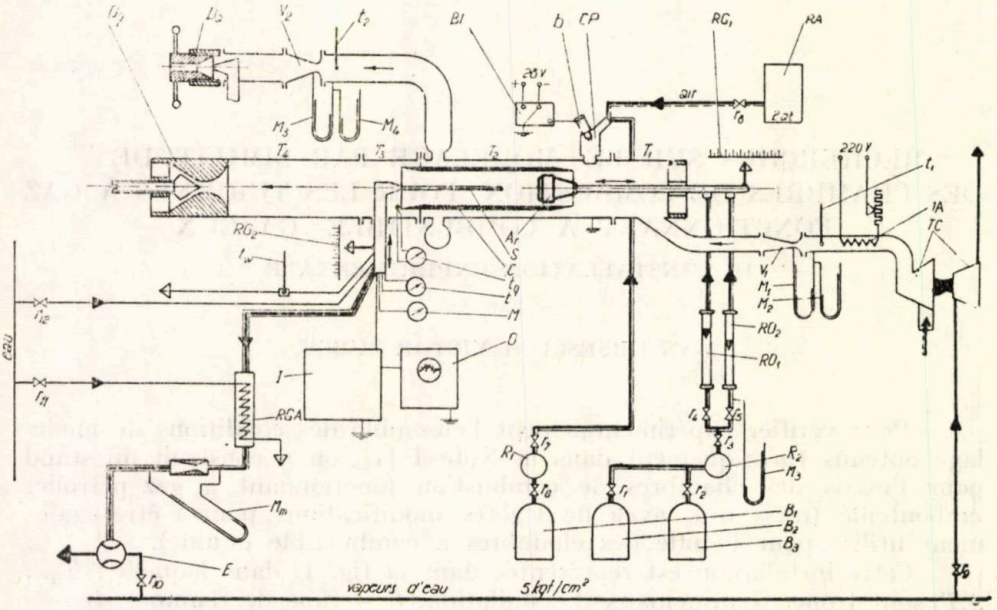


Fig. 1

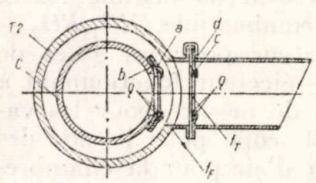
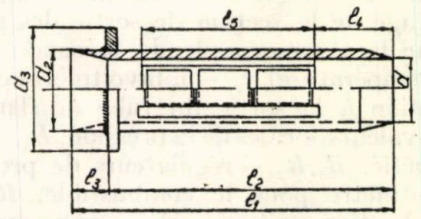


Fig. 2



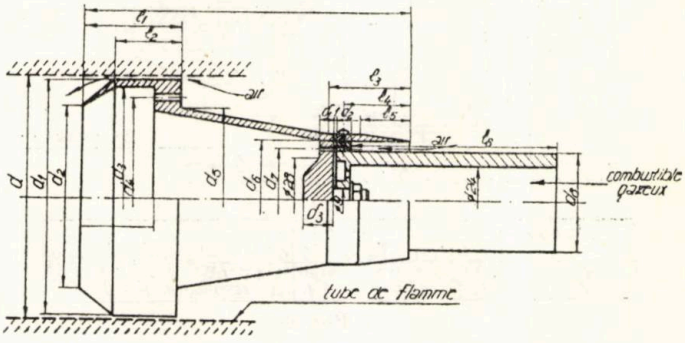
	d	d_2	d_3	l_1	l_2	l_3	l_4	l_5	m
C-1	82	92	150	534	534	0	195	235	82/82 = 1
C-2	67,5	77	150	569	534	15	228	192	82/67,5 = 1,2148
C-3	82	72	150	569	534	15	242	178	82/62 = 1,3225

Fig. 3

Les dispositifs frontaux de mélange qui, pour une famillie des chambres de combustion sont géométriquement semblables, peuvent être déplacés dans l'intérieur de ces tubes de flamme, sur l'axe. Le tronçon T_2

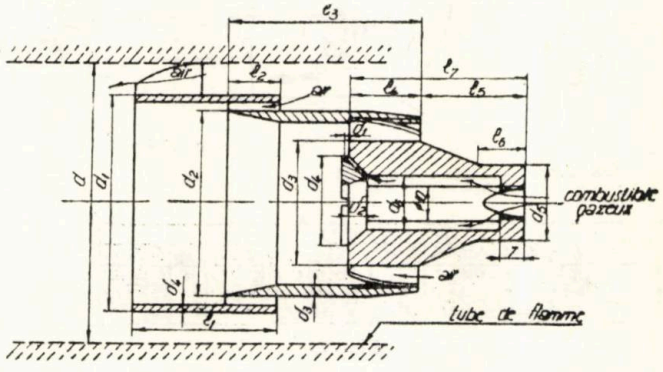
et les tubes de flamme sont dotés de fenêtres qui permettent le contrôle visuel de la flamme, aussi bien que de la position ocupée par le dispositif frontal de mélange par rapport au tube de flamme.

L'installation est équipée d'une sonde multiple qui permet : la mesure des valeurs locales de la température et de la pression totale dans le tube de flamme, le prélèvement des échantillons des gases de combustion pour l'analyse, la mesure d'ionisation locale des gases de combustion et l'étude des pulsations du courant d'ionisation. La sonde multiple peut être déplacée perpendiculaire à l'axe du tube de flamme.



Chambre	Dimensions																						
	d	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d'	d_2'	d_3'	l	l_1	l_2	l_3	l_4	l_5	l_6	l_7	φ_1	φ_2
C-I-1	92	80	63	78	70	61	40	35	34	5	4	10	110	33	22	27	22	16,5	6,9	24	4	2
C-I-2	67	65	46	62	57	50	33	29,5	28	4,5	3,5	8	90	27	10	22	18	13,5	16,5	19,5	3,5	1,5
C-I-3	62,5	62,5	44,5	57,5	53	46	30	26	25,5	4	3	7,5	96,5	25	8,5	20,5	16,5	12,5	5,1	18	3	1,5

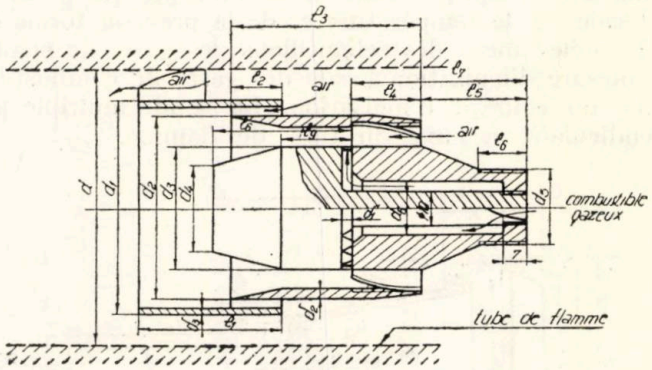
Fig. 4



Chambre	Dimensions																		
	l_1	l_2	l_3	l_4	l_5	l_6	l_7	d	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	d_{10}	d_{11}
C-II-1	43,5	15	55	20	30	14	50	82	62,5	54	38	20	22	16	1	5	3	17	
C I 2	40,5	12,3	45,5	15,4	50	10	46,6	62,5	51,5	44,5	29,6	18,6	22	13,2	1	4,1	2	1	

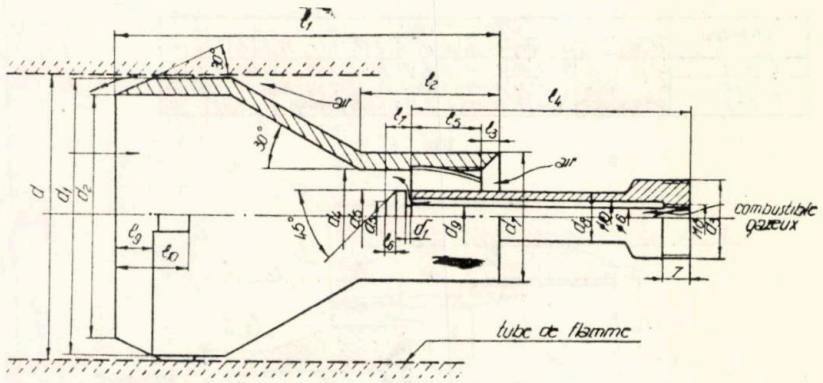
Fig. 5

Par le déplacement du dispositif frontal de mélange et de la sonde multiple on peut explorer tous les points situés dans un plan qui passe par l'axe de la chambre de combustion.



Chambre	Dimensions																			
	ℓ_1	ℓ_2	ℓ_3	ℓ_4	ℓ_5	ℓ_6	ℓ_7	ℓ_8	ℓ_9	ℓ_{10}	d_1'	d	d_1	d_2	d_4	d_4'	d_5	d_6	d_7	d_8
C-III-1	103.5	15	55	20	30	14	20	40	20	55	3	32	62.5	54	36	25	22	16	3	1,7
C-III-2	103.5	12.3	45.3	16.5	30	10	16.5	32	16	45.3	1.5	62.5	51.5	44.5	20	20	22	13.2	2	1

Fig. 6



Chambre	Dimensions																			
	ℓ_1	ℓ_2	ℓ_3	ℓ_4	ℓ_5	ℓ_6	ℓ_7	ℓ_8	d_1'	d	d_1	d_2	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	ℓ_9	ℓ_{10}	d_3
C-IV-1	110	40	5	80	20	16	7	3	1	82	60	70	30	16	12	37	14	6	11	21	22
C-IV-2	92.5	37	4	70	16.5	13.2	5.75	2.47	1	61.5	66	52.5	24.7	13.2	10	37	14.5	5	9.5	17.5	22
C-IV-3	78	31.2	3.75	60	15.2	12.2	5.3	2.3	1	52	55	53	22.7	12.2	9.5	30	12.6	5	13.2	15.9	22

Fig. 7

L'installation est alimentée avec d'air par un turbocompresseur dont la turbine est entrainée avec des vapeurs d'eau. La mise en marche est réalisée à l'aide d'une chambre-pilote qui ne modifie pas de rien la géométrie de la chambre de combustion expérimentée.

Les tubes de flamme des chambres de combustion utilisées dans ces expériences ont une forme cylindrique, forme de plus en plus répandue aux chambres de combustion actuelles. Les dimensions principales des tubes de flamme utilisés sont représentées dans la fig. 3.

Les différences constructives entre les diverses familles des chambres de combustion sont représentées par les différences qui existent entre les dispositifs frontaux de mélange ; dans les fig. 4...7 sont représentés les dispositifs frontaux de mélange pour quatre familles des chambres de combustion expérimentées. La plus grande chambre de combustion de la famille a été considérée comme chambre prototype.

Les dispositifs frontaux de mélange des chambres de combustion des familles *II, III, IV* produisent une rotation d'air à l'entrée, réalisant ainsi un tourbillon coaxial avec la chambre de combustion. Les dispositifs de mélange de la famillie *I* ne sont pas munis d'un système de tourbillonnement.

Reçue le 27 février 1963

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire de Thermotechnique et de Machines thermiques

BIBLIOGRAPHIE

1. Ursescu D., Zubcu V., *Recherches sur le modelage par similitude des chambres de combustion pour les turbines à gaz fonctionnant à combustible gazeux* (I). Bul. Inst. polit. Iaşi, **XVIII (XXII)**, *3—4*, s. IV (1972).

CERCETĂRI ASUPRA MODELĂRII PRIN SIMILITUDINE A CAMERELOR DE ARDERE PENTRU TURBINELE CU GAZE FUNCŢIONÎND CU COMBUSTIBIL GAZOS

II. Instalaţia experimentală

(Rezumat)

În această parte a lucrării se prezintă instalaţia realizată pentru verificarea experimentală a ansamblului de condiţii de modelare obţinute pe cale teoretică în Nota I [1].

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 3—4, 1973
SECŢIA IV
MECANICĂ TEHNICĂ

УДК. 621.317.39

НОВЫЕ МОДЕЛИ ДАТЧИКОВ ИЗМЕРЕНИЯ И РЕГИСТРАЦИИ УГЛА ПОВОРОТА КОЛЕНЧАТОГО ВАЛА И ХОДА ПОРШНЯ

КОНДРАТ-АДРИАН ХОМУТЕСКУ

1. Введение

Измерение и регистрация угла поворота коленчатого вала и хода поршня двигателей внутреннего сгорания и поршневых компрессоров осуществляется с помощью датчиков которые преобразовывают эти механические величины в электрические и, наконец, в пропорциональные электрические напряжения передающиеся на электронно-лучевой осциллоскоп.

Существуют несколько вариантов фотоэлектрических и емкостных датчиков.

Фотоэлектрические датчики угла поворота коленчатого вала или хода поршня [4], [6] состоят из плоского кулачка вращающеегося вместе с валом завторяя путь светового потока проходящего от лампы накаливания к фотоэлементу. Профиль плоского кулачка затворяет световой поток по линейному закону (для перемещений в зависимости от угла поворота) или по закону перемещения. поршня.

Емкостные датчики угла поворота и хода поршня [3], [5] состоят из конденсатора переменной емкости с неподвижной обкладкой прямоугольной формы и с подвижной плоской обкладкой профилем данным законом движения и которая вращается вместе с валом.

Датчики с плоским кулачком имеют недостаток, что точная фабрикация плоского кулачка (в виде доли спирали Архимеда или полярной диаграммы хода поршня) очень трудна и все отклонения от теоретического профиля усиляются в электронной системе осциллоскопа вводя погрешности (в многих случаях недопустимые) в показание явлений на экране, особенно во воспроизведение маленьких углов.

Для устранения выше упомянутого недостатка автор разработал новую, оригинальную конструкцию кулачков датчиков регистрации угла поворота вала и хода поршня, которая позволяет реализовать датчики употребление которых повышает точность измерений в экспериментальном исследовании поршневых двигателей, насосов и компрессоров.

2. Фотоэлектрический датчик для угла поворота и хода поршня с пространственным кулачком типа стакана

Фотоэлектрический датчик [1] имеет следующие главные части : пространственный кулачок типа стакана *2*, лампа накаливания *9* и фотоэлемент *6* (рис. 1). Металлический кулачок типа стакана зафиксирова-

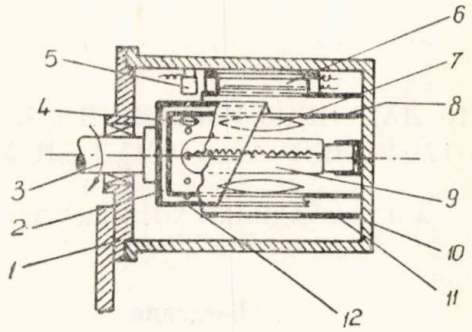


Рис. 1

ется на ось 3, связанную с валами исследуемой машины. На торцовой плите *1* установлен корпус *10* с лампой накаливания *9* и маской с щелями 8. Щели прямоугольной формы мало превышают активную высоту кулачка и расположены на производящие цилиндрической маски *8*. Перед щельями можно установить линзы для фокусирования светового потока. Фотоэлектрический элемент *6* установливается на консольном опоре *11*. Число фотоэлементов равно числу щелей и числу световых пятен осциллоскопа. Надо использовать фотоэлементы с электродами растянутой формы параллельно расположенные (на пример : тип 03 CV Орион).

При вращении вала, пространственный кулачок типа стакана переменно затворяет световой поток проходящий через щели, так что освещение всех фотоэлементов меняется по профилю кулачка.

С помощью фотодиода *5* который воспринимает свет во время перехода отверстия 12 расположенного на основании пространственного кулачка типа стакана через источник света оформленный из лампы накаливания *9*, линзы *4* и отверстии в маске, возможно получить заметки важных моментов исследуемого процесса или импульсы равноугловых интервалов.

Фотоэлектрический датчик с пространственным кулачком типа стакана имеет следующие преимущества :

а) более точное изготовление профиля кулачка, особенно для кулачков функции от угла (у которых профиль является циллиндрический винт, в то время как у плоских кулачков — спираль Архимеда),

б) компактное изготовление,

в) может управлять несколько световых пятен на экране осциллоскопа независимо друг к другу.

3. Емкостный датчик для угла поворота и хода поршня с пространственным кулачком типа стакана

Емкостный датчик [2] имеет ось *3* связанная с валом исследуемой машины и с пространственным кулачком типа стакана *2* изготовленный из пластмассы. На корпусе *7*, зафиксированный на торцовой плите *1*, устанавливается общая цилиндрическая обклада *5* и обкладки *6* электрическо изолированные от корпуса через поддерживающих изоляторов *7* (рис. 2).

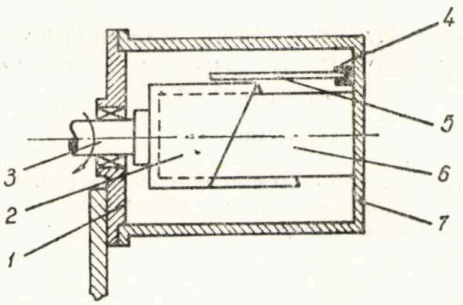


Рис. 2

При вращении вала, пространственный кулачок типа стакана перемещается между обкладками *5* и *6* изменяя электрическую емкость

Соотношение между верхней мертвой точке поршня и точке начала профиля кулачка можно осуществить вращая корпус на торцевой плите, так же как и у фотоэлектрического датчика.

Емкостный датчик имеет те же преимущества чго и фотоэлектрический датчик с пространственным кулачком типа стакана.

4. Выводы

Датчики угла перемещения и хода поршня выше расматриваемые предствляют оригинальные приборы употребление которых в исследование поршневых двигателей, насосов и компрессоров с возвратно — поступательным движением позволяет повышать точность измерения и регистрации быстро изменяющихся параметров, на экране электронно - лучевого осциллоскопа.

Поступила в 2 марта 1973

Ясский политехнический институт,
Кафедра термотехники

ЛИТЕРАТУРА

1. Homutescu C. A., *Traductor fotoelectric.* Brevet R.S.R., 20.09.1972. Dosar O.S.I.M. nr. *61 083.*
2. Homutescu C. A., *Traductor capacitiv.* Brevet R.S.R., 29.12.1972. Dosar O.S.I.M. nr. *61 083.*
3. Löbel M., Coman V., *Aplicaţiile industriale ale oscilografului catodic.* Ed. tehn., Buc., 1959.
4. Rorbach Ch., *Handbuch fur elektrischen Messen mechanischer Grossen.* VDI – Verlag, Düsseldorf, 1967.
5. * * * *Piezoelektrische Messeinrichtung PM – 1.* VEB Messgerätewerk Zwönitz. D.D.R., 1966 (Bedienanweisung).
6. * * * *Piezoelektrischer Vierstrahldruckindicator zur Messung von Schnellablaufenden Druckanderungen Type IAN – 101.* Elecktronika Budapest, 1967 (Bedienanweisung).

TIPURI NOI DE TRADUCTOARE PENTRU MĂSURAREA ŞI ÎNREGISTRAREA UNGHIULUI DE ROTAŢIE AL ARBORELUI COTIT ŞI A CURSEI PISTONULUI

(Rezumat)

Articolul prezintă un tip nou de traductoare cu camă spaţială tip „pahar" pentru măsurarea şi înregistrarea unghiului de rotaţie al arborelui cotit şi a cursei pistonului la maşinile cu piston cu mişcare alternativă.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 3—4, 1973
SECŢIA IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621.9.01

DETERMINAREA CONSTANTEI ŞI EXPONENŢILOR DIN RELAŢIA FORŢEI TANGENŢIALE LA FREZAREA OŢELURILOR TURNATE (OT STAS 600–65) [1]

DE

GH. CAŞLER, MIRCEA COZMÎNCĂ şi D. ZETU

1. Introducere

Continuînd cercetările experimentale, ale căror rezultate sînt publicate în [1], [2], [3], autorii determină valorile medii ale constantei C_P şi exponenţilor x_P şi y_P din relaţia forţei tangenţiale la frezare, pentru oţelurile carbon turnate (OT STAS 600–65). Se utilizează relaţia

$$P = C_P\, t^{x_P}\, s_z^{y_P}\, B\, z\, D^{q_P} K_\gamma\, K_h\, K_v\, K_m\,, \tag{1}$$

în care P este forţa tangenţială medie [kgf]; B – lăţimea de frezare [mm]; s_z – avansul pe dinte [mm/dinte]; z – numărul de dinţi ai frezei; D – diametrul frezei [mm]; t – adîncimea de frezare [mm];

$$C_P = \frac{2^{K+1}}{K+2}\,\frac{C_1}{\pi}, \qquad y_P = K+1, \qquad x_P = \frac{K+2}{2}, \qquad q_P = -0{,}86;$$

$K_\gamma = 0{,}9...1{,}6$ – coeficient ce depinde de valoarea unghiului γ [4]; $K_h = 1{,}2...1{,}4$, pentru oţeluri tari şi fonte – coeficient ce depinde e uzura sculei aşchietoare; $K_v = 1$, pentru viteze pînă la 50 m/min; $K_m = 1$, pentru oţel carbon; C_1 – constantă ce depinde de natura materialului aşchiat şi de valoarea unghiului de degajare γ; K – coeficient ce depinde de natura materialului aşchiat, de uzura sculei aşchietoare şi de felul răcirii-ungerii.

---

[1]) Prezentată la sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 2–4 iulie 1970.

2. Rezultatele cercetării

Încercările experimentale asupra celor cinci mărci de oțel din grupă : OT 40, OT 45, OT 50, OT 55 și OT 60 au fost efectuate pe o mașină de frezat universală FU 1 Cugir, cu o freză cilindrică elicoidală, STAS 578–67, cu diametrul $D = 50$ mm, $z = 8$ dinți și unghiul $\gamma = 10°$. Viteza de așchiere la care au fost efectuate încercările a fost sub 50 m/min, lucrîndu-se fără lichide de răcire-ungere și fără ca freza să ajungă la uzura maximă admisibilă. În aceste condiții, coeficienții de corecție din relația (1) au valorile : $K_\gamma = 1$, $K_h = 1$, $K_v = 1$, $K_m = 1$, iar relația (1) capătă forma :

$$P = C_P \, t^{x_P} s_z^{y_P} B z D^{-0,86} . \tag{2}$$

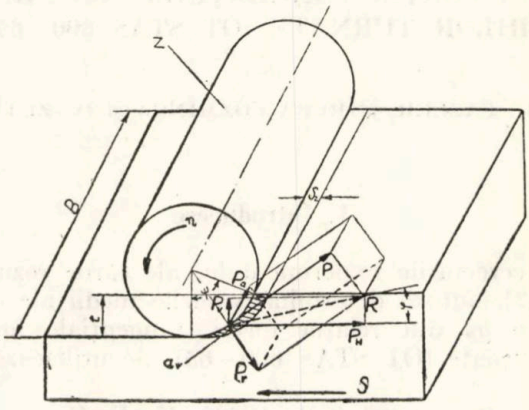


Fig. 1

Au fost prelucrate prin frezare probe cu o lățime de frezare $B = 40$ mm, la 4 valori ale adîncimii de așchiere : $t_1 = 1$ mm, $t_2 = 2$ mm, $t_3 = 2{,}5$ mm, $t_4 = 3$ mm și la 4 valori ale avansului pe dinte : $s_{z1} = 0{,}125$ mm/dinte, $s_{z2} = 0{,}2$ mm/dinte, $s_{z3} = 0{,}246$ mm/dinte, $s_{z4} = 0{,}313$ mm/dinte. Duritatea probelor a fost conform standardelor.

Pentru determinarea valorilor medii ale forței tangențiale P, s-au măsurat componentele P_H , P_V și P_a (fig. 1) ale forței de așchiere la frezare, folosind instalația experimentală prezentată în lucrarea [1], înregistrarea rezultatelor făcîndu-se la valorile medii ale acestor componente.

Ca măsuri de prevedere, cercetările efectuate au căutat să elimine efectul încălzirii instalației și modificarea etalonării în timpul încercărilor. Din acest motiv, autorii au recurs la reetalonarea punții tensometrice după fiecare componentă măsurată și după fiecare material încercat. În acest scop, s-a folosit un dinamometru mecanic și un dispozitiv special construit în Laboratorul de mașini unelte și scule [1], [2].

Pentru condițiile de lucru menționate, valorile componentelor P_H, P_V și P_a ale forței de așchiere au fost centralizate în tabele de tipul tabelului 1. Cu aceste valori s-au determinat valorile forței tangențiale P folosind relația (3), dedusă pe baza schemei din fig. 1 :

$$P = R \cos\left(\frac{\psi}{2} - \varphi\right), \tag{3}$$

în care

$$R = \sqrt{P_H^2 + P_V^2}, \qquad \psi = \arccos\left(1 - \frac{t}{D/2}\right), \qquad \varphi = \operatorname{arc\,tg}\frac{P_V}{P_H}.$$

Tabelul 1

OT 45								
t, mm	1				2			
S_z mm dinte	0,125	0,2	0,246	0,313	0,175	0,21	0,246	0,313
P_H kgf	112,5	175	225	325	275	375	475	662,5
P_V, kgf	49	70	87,5	103,6	89,6	115,5	135,1	140,5
P_a, kgf	10	16	20	24	18	28	35	44
t, mm	2,5				3			
S_z, mm dinte	0,125	0,2	0,246	0,313	0,125	0,2	0,246	0,313
P_H, kgf	320	450	550	750	350	500	587,5	700
P_V, kgf	91	122,5	136,5	159,6	98	122,5	143,5	161
P_a, kgf	20	30	39	50	22	34	42	53

Reprezentînd în coordonate dublu logaritmice legea de variație a forței tangențiale P funcție de s_z și t, s-au obținut două rînduri de drepte, la t = const. și s_z = const., pentru fiecare marcă de oțel (fig. 2...6). Cu ajutorul acestor grafice, folosind metodologia prezentată în lucrarea [1], s-au determinat valorile exponenților x_P și y_P, precum și ale constantei C_P pentru fiecare marcă de oțel. Valorile medii ale constantei C_{Pm} și exponenților x_{Pm} și y_{Pm}, pentru fiecare marcă de oțel, precum și valorile medii pe grupă, sînt prezentate în tabelul 2.

Folosind relația (2) și valorile constantei C_P și ale exponenților x_P și y_P, se determină pentru oricare valoare a adîncimii de așchiere t sau a avansului pe dinte s_z, componenta tangențială P la frezarea cilindrică. Aceste valori servesc la proiectarea elementelor lanțului cinematic pentru mișcarea principală de la mașinile de frezat.

Tabelul 2

Materialul prelucrat	H_B	C_{Pm}	x_{Pm}	y_{Pm}
OT 40	115	72,1	1,145	0,96
OT 45	163	79,2	0,995	0,944
OT 50	144	65,2	0,95	0,863
OT 55	151	64,6	1,01	0,898
OT 60	183	78,4	1,049	0,932
Valori medii pe grupă		72	1,03	0,92

Concluzii

1. Analizînd diagramele din fig. 2...6, se constată că valorile obţinute la $s_z = \text{const.}$ şi, respectiv, la $t = \text{const.}$ se dispun aproximativ pe o dreaptă, cea ce duce la concluzia că exponenţii x_P şi y_P sînt constanţi pentru fiecare marcă de oţel.

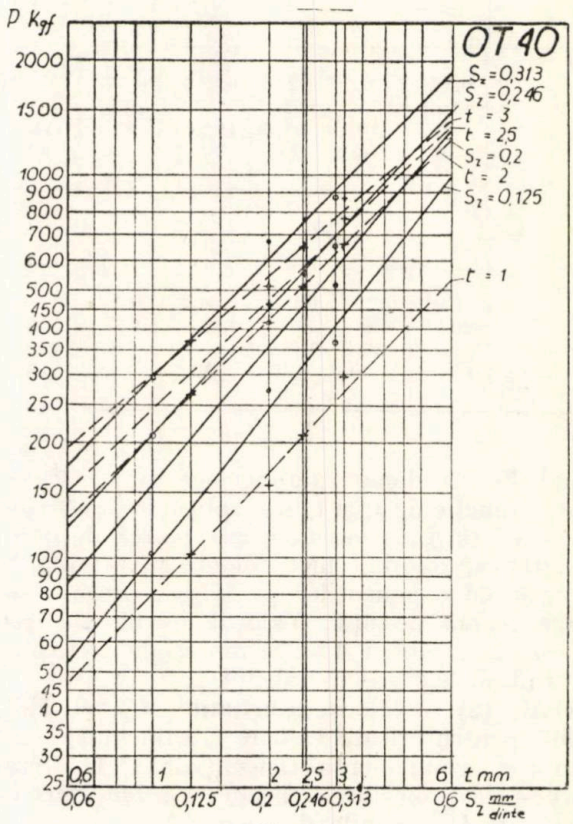


Fig. 2

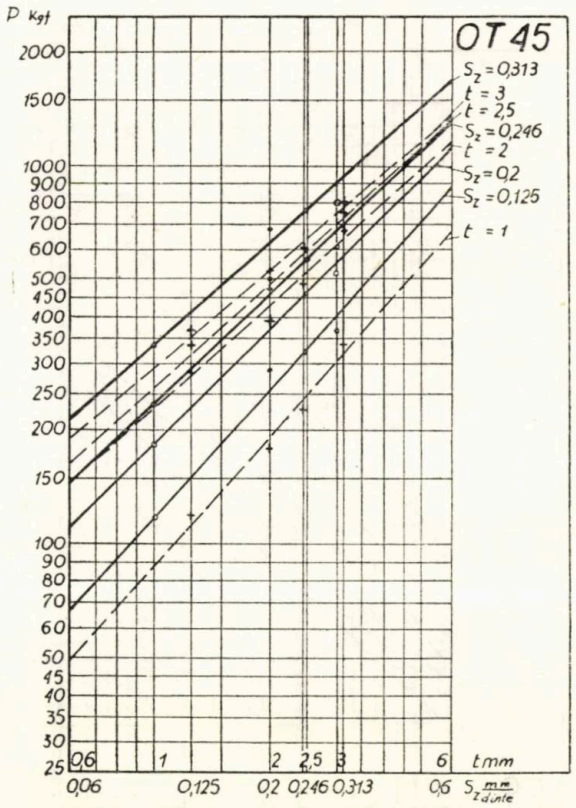

P kgf
OT 45
$S_z = 0,313$
$t = 3$
$t = 2,5$
$S_z = 0,246$
$t = 2$
$S_z = 0,2$
$S_z = 0,125$
$t = 1$
2000
1500
1000
900
800
700
600
500
450
400
350
300
250
200
150
100
90
80
70
60
50
45
40
35
30
25
0,6
1
2
2,5
3
6
t mm
0,06
0,125
0,2
0,246
0,313
0,6
$S_z \frac{mm}{dinte}$

Fig. 3

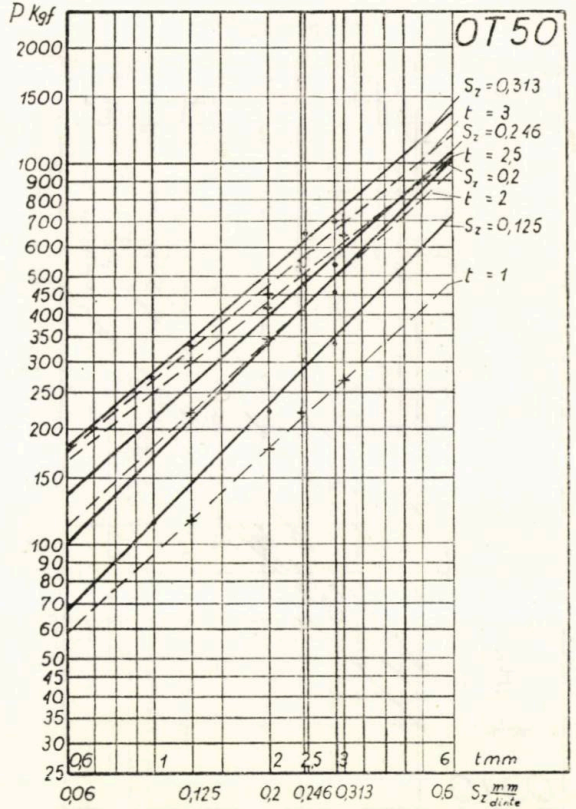

P kgf
OT 50
$S_z = 0,313$
$t = 3$
$S_z = 0,246$
$t = 2,5$
$S_z = 0,2$
$t = 2$
$S_z = 0,125$
$t = 1$
2000
1500
1000
900
800
700
600
500
450
400
350
300
250
200
150
100
90
80
70
60
50
45
40
35
30
25
0,6
1
2
2,5
3
6
t mm
0,06
0,125
0,2
0,246
0,313
0,6
$S_z \frac{mm}{dinte}$

Fig. 4

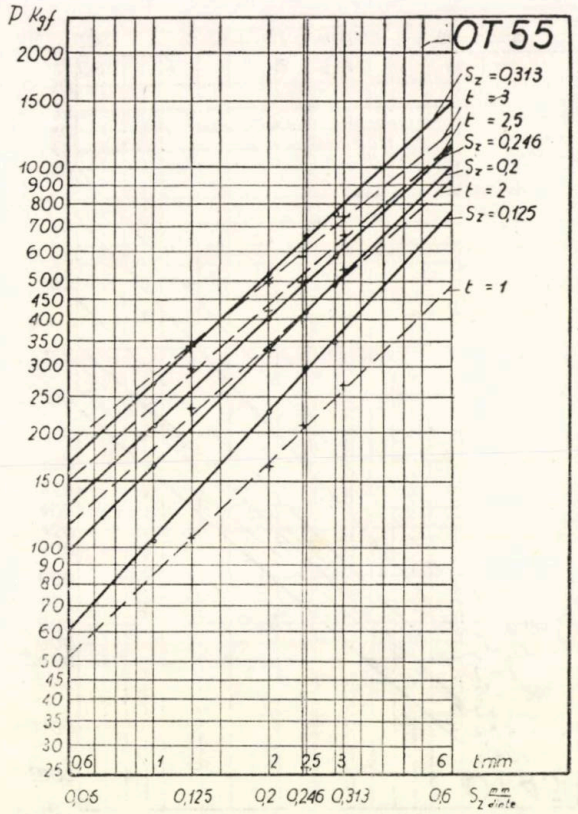

P kgf
OT 55
S_z = 0,313
t = 3
t = 2,5
S_z = 0,246
S_z = 0,2
t = 2
S_z = 0,125
t = 1
t mm
S_z mm/dinte

Fig. 5

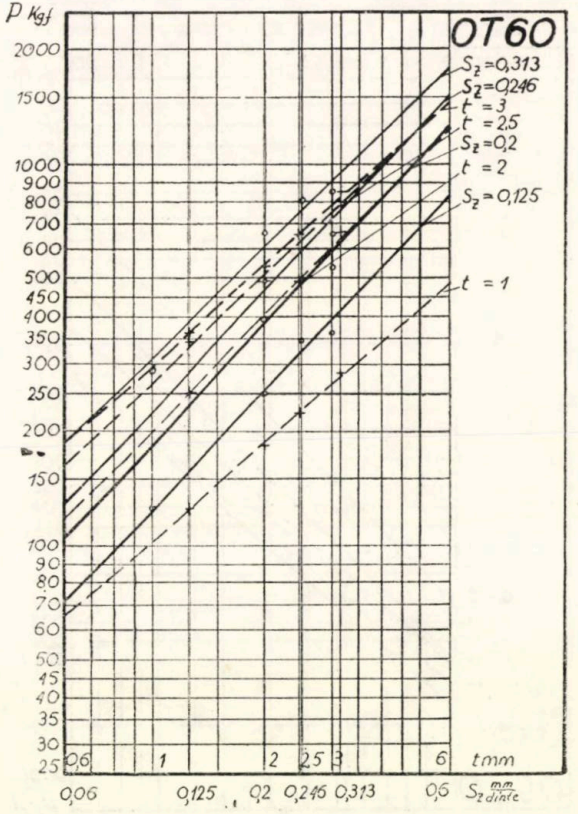

P kgf
OT60
S_z = 0,313
S_z = 0,246
t = 3
t = 2,5
S_z = 0,2
t = 2
S_z = 0,125
t = 1
t mm
S_z mm/dinte

Fig. 6

2. Valorile exponenților x_P și y_P obținute ca media rezultatelor pentru cele 5 oțeluri încercate, sînt apropiate de valorile indicate în literatură [5]. Valoarea constantei C_P este foarte apropiată de cea indicată în lucrarea [4] pentru oțel. Din tabelul cu valori medii pentru fiecare marcă de oțel, se poate constata că constanta de așchiere nu depinde numai de duritatea materialului, așa cum se apreciază în unele lucrări, ci depinde de un ansamblu de proprietăți fizico-chimice și mecanice ale materialului încercat.

Primită la 14 ianuarie 1973

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Caşler Gh., Zetu D., Cozmîncă M., *Contribuții la dinamica frezării cu freze cilindrice elicoidale la gupa de oțeluri obișnuite* (OL STAS 500—63). Constr. de mașini, *11*, 639—645 (1968).
2. Caşler Gh., Zetu D., Cozmîncă M., *Contribuții la dinamica frezării cu freze cilindrice elicoidale la grupa de oțeluri de calitate* (OLC STAS 880—66). Constr. de mașini, *11*, 658—661 (1971).
3. Caşler Gh., Cozmîncă M., Lungu Gh., *Contribuții la dinamica frezării frontale, cu capete de frezat, a unor oțeluri aliate utilizate în construcția de mașini*. Bul. Inst. polit. Iași, XVIII (XXII), *1—2* (1972).
4. * * * *Справочник машиностроителя*. Том 5—II, 1964.
5. Розенберг А.М., *Динамика фрезерования*. Машгиз, М., 1947.

DÉTERMINATION DES PARAMÈTRES DES FORCES DE COUPE CONCERNANT LE FRÉSAGE DES ACIERS STANDARDISÉS (OT STAS 600—65)

(Résumé)

On détermine les valeurs des paramètres C_P, x_P, și y_P pour les sortes d'acier OT 40, OT 45, OT 50, OT 55, OT 60, soumis au frésage, nécessaires au calcul de la force de coupe donnée par l'expression (2).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 3—4, 1973
SECŢIA IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D. K. 621.924

ZWEISEITIGES, ZYLINDRISCH-ELLIPTISCHES SCHLEIFEN VON SPANABHEBENDEN WERKZEUGEN

VON

VITALIE BELOUS und N. GOJINEŢCHI

Seit 1959 werden im Laboratorium für Werkzeugmaschinen und Werkzeuge der Technischen Hochschule Iassy—Rumänien theoretische und experimentelle Forschungen über die Optimierung der Schleifverfahren für spanabhebende Werkzeuge, besonders vom kinematisch-geometrischen Standpunkt, durchgeführt.

Erfolge des ersten Abschnittes dieser Forschungsarbeiten waren ein neues Verfahren zum schleifen von Spiralbohrern und drei Versuchsmodelle von Schleifmaschinen, die erfolgreich in der Industrie eingesetzt werden und durch Patente in Rumänien, in den Vereinigten Staaten, in der Bundesrepublik, in Frankreich, in der Schweiz usw. geschützt sind [1]...[5].

Das Verfahren und die Schleifmaschinen nach diesem wurden im Internationalen Salon der Erfindungen im April 1970 in Wien vorgefürt und erhielten die Goldmedaille und eine besondere Auszeichnung von seiten des Preisrichterausschusses für das wissenschaftlischen Niveau der Erfindungen.

Gemäß diesem Verfahren wurde die einzige zylindrisch-elliptische Freifläche mit Hilfe der innen nahezu konischen Stirnfläche einer Topfscheibe erzeugt, deren Schleiffläche sich selbständig, ohne Verwendung von Diamanten, erneuerte. Dabei waren nur drei Arbeitsbewegungen notwendig und man verwendete Topsfscheiben mittlerer Grösse (50—150 mm). Dies war ein wichtiger Vorteil gegenüber einem anderen vereinfachten, von der Firma Z. Brierly in Llandudno [6] entwickelten Verfahren, das die Verwendung von kleinem Schleifscheiben mit hoher Drehzahl, mit geringer Standzeit und leistung voraussetzt.

Die folgenden Arbeiten, die das Ziel hatten, die Zahl der Arbeitsbewegungen so weit wie möglich zu vermindern, dazu Schleifscheiben grösserer Abmessungen zu verwenden und dabei die spanabhebende Wirkung der geschliffenen Bohrer zu verbessern, führten in den Jahren 1966—1967 zu einem neuen Verfahren zum Schleifen von Spiralbohrern [7]. Für dieses war kennzeichnend, daß die aus zwei sich schneidenden zylindrisch-elliptischen Flächen zusamengesetzte Freifläche des Bohrers durch nur zwei Arbeitsbewegungen erhalten wurde, wozu Schleifscheiben mit geometrisch unbegrenzten Durchmesser verwendet wurden.

Im folgenden wird eine neue, verbesserte Variante zum Schleifen nicht allein von Bohrern, sondern von andern Werkzeugen, wie Drehstählen, Senkern, Fräsen, Reibahlen nach zwei sich schneidenden, zylindrisch-eliptischen Flächen beschrieben.

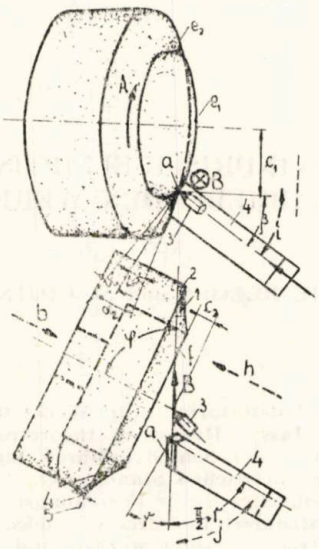


Abb. 1

Ziel des neuen Verfahrens ist es, die Schleimaschinen vom kinemau tischen und konstruktiven Standpunkt zu vereinfachen, Schleifscheibe- mit großen Abmessungen, langer Standzeit und großer Leistung zu ver wenden und beim Schleifen eine günstige thermo-mechanische Beanspruchung des Werkzeuges zu erzielen. Dazu erhält die Arbeitsfläche *1* der Scheibe *2* die Form eines einschaligen Drehhyperboloides (Abb. 1). Diese entstehet durch das Zusammenwirken der Drehbewegung *A* der Scheibe um ihre eigene Achse mit einer geradlinigen Vorwärtsbewegung *B* einer Diamantspitze *3*, deren Exzentrizität gegenüber der Achse der Scheibe durch die Entfernung c_1 und gegenüber der ursprünglichen Stirnfläche *f* der Scheibe durch die Entfernung c_2 gegeben ist und die gegenüber der Scheibenachse die Neigung φ aufweist.

Die Freifläche bestehet aus zwei elliptischen Zylinderflächen, deren Schnittkante *a* parallel zur Bewegung *B* ist. Sie entstehet durch die geradlinige Vorwärtsbewegung des zu schleifenden Werkzeuges *4* in längsrichtung in der gleichen Richtung *B*, in der auch mit Hilfe des Diamanten die Arbeitsfläche der Scheibe mit der Form eines Drehhyperboloides erzeugt wurde.

Durch die geradlinige Bewegung B der inneren Vorderkante, deren Projektion elliptisch ist, wird der elliptische Zylinder e_1 erzeugt. Eine Teilfläche davon ist die Facette b des geschliffenen Werkzeuges. Durch die Bewegung B der äußeren Vorderkante entsteht der elliptische Zylinder e_2. Ein Teil davon ist die Hauptfläche c der Freifläche.

Um von der Freifläche eine Metallschicht einer bestimmtten Stärke zu entfernen, wird ein zeitweiser Tiefenvorschub bis C vorgenommen.

Zum Nachschliff der Scheibe und um ihre Abnutzung auszugleichen, wird diese in axialer Richtung verschoben, es wird also die Nachstellbewegung D ausgefährt, wobei die Richtung und Lage und der Bewegung B der Diamantspitze und des zu schleifenden unverändert bleiben.

Die Versuche haben gezeigt, daß die Form eines Drehhyperboloides der Arbeitsfläche der Scheibe auch ohne Einsatz des Diamanten erhalten werden kann, wenn die Betriebsweise der Schleifscheibe so gewähl wird, daß die Schleiffläche sich selbständig ernenert, denn durch die Abnutzung der Scheibe entsteht von selbst die Fläche eines Drehhyperboloides, die praktisch unverändert bleibt, wenn das Verfahren für Werkzeuge mit angenäherten Abmessungen angewendet wird.

Um die Freiwinkel α_1 und α_2 der beiden zylindrisch-elliptischen Flächen b und c zu vergrößern, welche die Freifläche des geschliffenen Werkzeuges bilden, wird der Neigungswinkel β zwischen der Achse des Werkzeugzahnes und der Achse der Scheibe vergrößert. Die Einstellung geschieht durch eine Drehbewegung i um die Kante a als Achse.

Der Untersuchung der Geometrie des Schleifens [8] führte zur Ableitung eines analytischen Ausdruckes für Differenz zwischen den beiden Winkeln.

$$(1) \qquad \Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1 = \operatorname{arctg}\frac{\cos\varphi}{\sqrt{R_1^2/c_1^2 - 1}} - \operatorname{arctg}\frac{\cos\varphi}{\sqrt{R_2^2/c_1^2 - 1}}.$$

Daraus folgt, daß, um diese Differenz zu vergrößern, zum Beispiel beim schleifen von Bohrern oder Senkern, die Exzentrizität c_1 durch die Einstellbewegung g vergrößert und entsprechend die Exzentrizität c_2 durch die geradlinige, zur Achse der Scheibe parallele Einstellbewegung h verkleinert muß.

Die Vergrößerung dieser Differenz ist begrenzt durch die Gefähr, daß der Keilwinkel ξ der innern Vorderkante kleiner wird und daß deren Festigkeit und Standfestigkeit abnimmt.

Der analytische Ausdruck für Keilwinkel ξ in Abhängigkeit von den Parametren der Relativen Einstellung von Werkzeug und Scheibe lautet [8]:

$$(2) \qquad \xi = \operatorname{arctg}\left[\operatorname{tg}\varphi \sqrt{1 - \left(\frac{c_1}{R_1}\right)^2}\right].$$

Die Untersuchung der Beziehungen (1) und (2) hat ergeben, daß, um verhindern, daß der Winkel ξ kleine Werte, unter 45°, annimmt und um gleichzeitig für die Differenz $\Delta\alpha$ große Werte zu erhalten, bei einfacher Einstellung die günstigen Werte für die Hauptparameter, wenn $R_1 = 0{,}5\ R_2$, ungefähr,

$$\varphi = 60° - 70°, \qquad c_1 = (0{,}9 - 0{,}95)\ R_1$$

sein müssen.

Um den Anstellwinkel γ zu verändern, wird die Achse des Werkzeugzahnes um die Spitze d gedreht und die Einstellbewegung j durchgeführt.

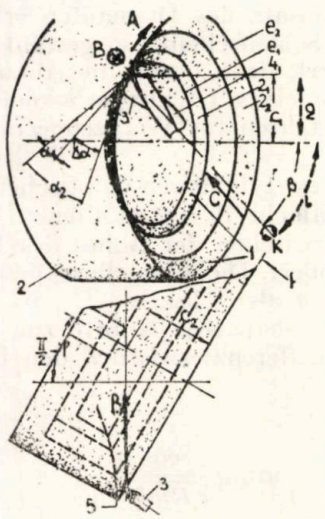


Abb. 2

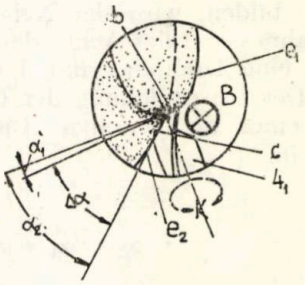


Abb. 3

Beim Schleifen von Drehstählen (Abb. 1) mußdie Differenz $\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$ ungefähr $2° - 4°$ sein, und beim Schleifen von Bohrern (Abb. 2) ungefähr $20° - 30°$.

Beim Schleifen von Bohrern ist außerdem noch eine Teilungsbewegung k, um 180° um die eigene Achse notwendig, um den zweiten Zahn zu schleifen, und zur Veränderung des Neigungswinkels Ψ der Querschneide (Abb. 3,4) muß der Bohrer außerdem noch um seine eigene Achse gedreht werden, wobei eine Einstellbewegung G durchgeführt wird.

Um eine bessere stabilität der Form und der Abmessungen der Arbeitsfläche der Scheibe zu erhalten, können zwei konzentrische Topfscheiben verwenden werden (Abb. 4), und wenn man wünscht, daß die beiden Flächen b und c, aus denen die Freifläche besteht, praktisch eben sein, dann werden die Radien R_1 und R_2 stark vergrößert.

Sollen die beiden Flächen b und c nicht konkav wie in Abb. 1 oder Abb. 2, sondern konvex sein, dann fällt die Arbeitsfläche des Drehhyperboloides mit der nach innen abgeschrägten Vorderfläche zweier koaxialer Topfscheiben zusammen (Abb. 4 und 5).

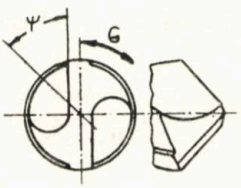


Abb. 4

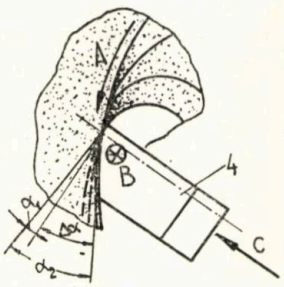


Abb. 5

Die Abbildungen 6 und 7 stellen ein in der Technischen Hochschule Iassy gebautes Versuchsmodell dar.

Das verwendete Schleifwerkzeug ist eine Scheibe mit großen Durchmesser (350 mm) und großem Verhältnis zwischen dem äußeren und dem inneren Durchmesser.

Die Arbeitsfläche mit der Form eines Drehhyperboloides wird von der urssprünglich hohlkegelförmigen Vorderfläche gebildet, dadurch werden die beiden zylindrisch-elliptischen Teile jeder Freifläche konvex.

Die Maschine dient zum Schleifen von Spiralbohrern und bietet gleichzeitig die Möglichkeit, nach Beendigung des Schleifens durch eine zusätzliche Schwenkbewegung des Bohrerhalters die Querschneide zu kürzen.

Unsere theoretischen und experimentellen Untersuchungen haben gezeigt, daß das neue Schleifverfahren eine Reiche Vorteile aufweist, von denen wir folgende erwähnen :

Beim Schleifen der Stähle :

a) Es werden gleichzeitig, durch eine einzige Einstellung des Werkzeuges gegenüber der Scheibe, zwei zylindrisch-elliptische Flächen gebildet, die wegen der geringen Krümmung der erzeugenden Ellipsen e_1 und e_2 fast mit zwei sich schneidenden, ebenen Flächen zusammenfallen, zum Unterschied von den bekannten Schleifverfahren in zwei Ebenen, bei denen entweder zwei unabhängig voneinander angetriebene Schleifscheiben oder zwei Einstellungen des Werkzeuges gegenüber der Scheibe notwendig sind.

b) Das Werkzeug läuft in seiner Längsvorschubbewegung über die ganze Breite der Arbeitsfläche der Scheibe und das ermöglicht auch eine Arbeitsweise, bei die der Schleiffläche sich selbstständig erneuert und die Form der Arbeitsfläche sich selbstständig einstellt ; unter dieser Voraussetzung werden bei fortschreitender Abnutzung der Winkel α_2 etwas kleiner

und der Winkel α_1 etwas größer, so daß also ihre Differenz $\Delta\alpha$ kleiner wird. Im weiteren Verlauf bleiben diese Parameter jedoch praktisch konstant und die Abnutzung kann ohne Verwendung eines Diamanten einfach durch periodische, axiale Verschiebung der Schleifscheibe ausgeglichen werden.

Beim Schleifen der Bohrer :

c) Die Querschneide wird pyramidenförmig, selbstzenrierend, von vier zylindrisch-elliptischen Flächen begrenzt, ähnlich wie beim Schleifverfahren in zwei Ebenen (Krezanschliff).

d) Es ist möglich, Scheiben mit größem Durchmesser, verlängerter Standzeit und größerer Leistung zu verwenden.

Eingegangen am 26. Oktober 1972

Technische Hochschule, Jassy,
Laboratorium für Werkzeugmaschinen
und Werkzeuge

LITERATURVE RZEICHNIS

1. Belous V., *O nouă metodă de ascuţire abrazivă a burghielor elicoidale.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **XI (XV)**, *1—2* (1965).
2. Belous V., *Studiul experimental comparativ al detalonării şi al dinamicii burghierii cu burghie ascuţite conic şi cilindro-eliptic.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **XI (XV)**, *3—4* (1965).
3. Belous V. u. Mitarb., *Verfahren und Maschine zum Schleifen von Spiralbohrern.* Rum. P. *44.348* und 44.577, D. P. Am. P. *3.448.545*, F. P. l. *458.668.*
4. Belous V., *Simplificarea cinematicii ascuţirii abrazive a burghielor elicoidale.* Constr. de maşini, *11* (1967). (Italienische Übersetzung in „Rivista di Mecanica", H. *429*).
5. Belous V. u. Mitarb., *Două noi tipuri de maşini de ascuţit burghie elicoidale.* Constr. de maşini, *12* (1967),
6. * * * *Internal Cone Wheel Simplifies Drill.* Metalworking Production, *8* (Sept. 1965).
7. Белоус В., *Новый способ цилиндро-эллиптической заточки винтовых сверл.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **XVI(XX)**, *3—4* (1970).
8. Belous V., *Cercetări asupra ascuţirii cilindro-eliptice multiple şi cilindro-hiperbolice a sculelor aşchietoare.* Mitteilungen der Konferenz über Verfahren und Ausrüstungen zur Kaltverarbeitung, Techn. Hochschule Temesvar, 59—67 (1970).

ASCUŢIREA CILINDRO-ELIPTICĂ DUBLĂ A SCULELOR AŞCHIETOARE

(Rezumat)

Lucrarea prezintă un nou procedeu de ascuţire a sculelor aşchietoare, caracterizat prin faptul că suprafaţa de aşezare a acestora, compusă din două suprafeţe cilindro-eliptice intersectate, se realizează din compunerea a numai două mişcări de lucru, in condiţiile folosirii unor pietre abrazive de diametru nelimitat sub aspect geometric. Se prezintă rezultatele studiilor teoretice şi ale cercetărilor experimentale, precum şi un prototip al unei maşini de ascuţit burghie elicoidale, realizat după acest procedeu.

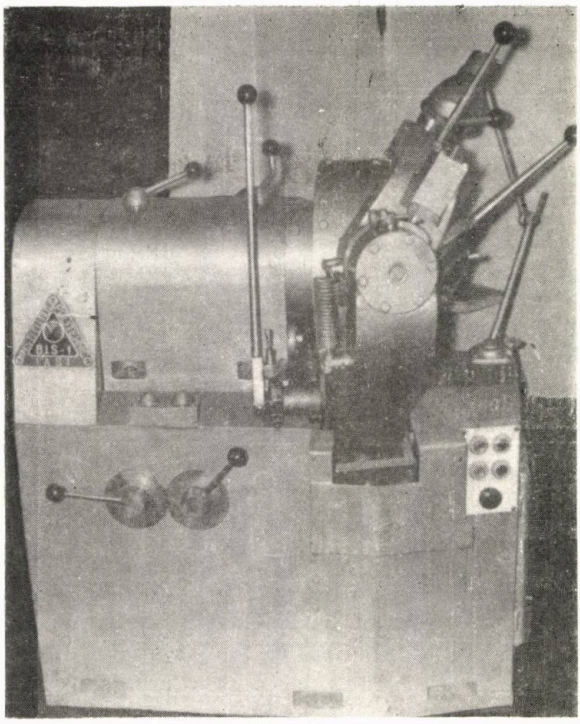


Fig. 6

Fig. 7

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 3—4, 1973
SECȚIA IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621.9.01

STUDIU PRIVIND DINAMICA DISPOZITIVULUI DE COPIAT HIDRAULIC MODEL CIMATIC 6 BM2 – MI/C

DE

I. CONDREA

0. Introducere

Proiectarea, construcția și punerea la punct a mașinilor-unelte moderne, ca și exploatarea rațională a acestora, impune folosirea metodelor teoriei sistemelor de reglare automată. Această necesitate este cu atît mai evidentă în cazul mașinilor-unelte care utilizează sisteme de urmărire, cum este cazul dispozitivelor hidraulice de copiat. Ignorarea acestor metode, greu de acceptat în cazul proiectantului, are consecințe economice negative pentru cel care exploatează astfel de mașini-unelte. Un alt aspect, nu mai puțin important : ideea însăși de introducere a tehnicii noi poate fi compromisă, fiind preferată soluția mecanică, mai „solidă", însă cu limitele cunoscute.

Dispozitivul de copiat model Cimatic 6BM2 – MI/C al firmei La Salle este de tipul cu sertar cu o muchie activă, cu o schemă analogă cu cea a strungului de copiat + GF + KDM – 18. În principiu, sistemele cu sertar cu o muchie sînt inferioare ca performanțe celor cu patru muchii, însă necesită o tehnologie de fabricație mai simplă. Mai multe mașini-unelte prevăzute cu astfel de dispozitive de copiat sînt utilizate la prelucrarea inelelor de rulmenți la I. R. Bîrlad. Exploatarea lor ridică unele probleme în ceea ce privește precizia de prelucrare.

1. Simboluri și date

A_1 – aria utilă a pistonului în camera cu tijă; $A_1 = 92$ cm^2
A_2 – aria utilă a pistonului în camera fără tijă ; $A_2 = A = 227$ cm^2,
H_1, H_2 – lungimile celor două camere ; $H_1 + H_2 = H = 11$ cm,
$\alpha = A_1/A_2 = 0{,}4$ I, $\beta = H_1/H$,
V_0 – volumul constant din camera fără tijă ; $V_0 = 1\,730$ cm^3 ,
d_1 – diametrul supapei de sensibilitate ; $d_1 = 2$ cm,
d_2 – diametrul sertarului de urmărire ; $d_2 = 2$ cm,
K – constanta elastică a arcului supapei,
k_1 – coeficientul de debit al supapei,
k_2 – coeficientul de debit al sertarului,

p_1 — presiunea în camera cu tijă,
p_{10} — presiunea în repaus,
p_2 — presiunea în camera fără tijă,
p_{20} — presiunea în repaus,
p_e — valoarea minimă a presiunii p_1 pentru a deschide supapa,
i — raportul de transmitere al pîrghiei palpatorului ; $i = 1$,
M — masa ansamblului mobil (sania de copiere),
N — coeficientul de frecare dinamică,
f — coeficientul de frecare uscată, $\Psi = p_e/p_{10}$,
w — gradientul ariei fantei de deschidere a supapei,
E_0 — modulul de elasticitate redus ; $E_0 = 7.10^8$ N/m^2,
$B = \dfrac{4K}{k_1 \pi w d_1^2 \sqrt{2/\rho}}$.

2. Caracteristica statică a supapei de sensibilitate

În fig. 1 se observă că deplasarea palpatorului spre stînga reduce fanta de trecere prin sertarul de urmărire şi, ca urmare, apare un dezechilibru al saniei. Supapa se deplasează spre dreapta, din poziţia sa de repaus, sub efectul presiunii p_1, şi deschiderea sa este

(2.1) $$u = \frac{\pi d_1^2 (p_1 - p_e)}{4K}.$$

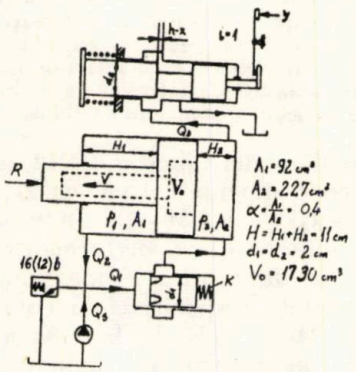


Fig. 1

Debitul prin supapă este dat de relaţia

(2.2) $$Q_1 = k_1 w u \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_1 - p_2)}.$$

Din (2.1) şi (2.2) rezultă relaţia dintre presiunile din cele două camere

(2.3) $$p_2 = p_1 - \frac{B^2 Q_1^2}{(p_1 - p_e)^2}.$$

La sarcină nulă, echilibrul presiunilor se exprimă prin relația

$$p_{20} = \alpha p_{10}, \tag{2.4}$$

iar debitul prin supapă, la viteză și sarcină nule,

$$Q_{10} = \frac{(p_{10} - p_e)\sqrt{(1-\alpha)p_{10}}}{B}. \tag{2.5}$$

3. Studiul în regim dinamic al SUH. Caracteristica de frecvență

Întrucît caracteristica supapei este neliniară prin dezvoltare în serie Taylor în jurul poziției de echilibru static,

$$p_2 = F(p_{10}, Q_{10}) + \left(\frac{\partial F}{\partial p_1}\right)_{p_{1_0}} (p_1 - p_{10}) + \left(\frac{\partial F}{\partial Q_1}\right)_{Q_{1_0}} (Q_1 - Q_{10}) + \ldots, \tag{3.1}$$

unde

$$\left(\frac{\partial F}{\partial p_1}\right)_{p_{1_0}} = 1 + \frac{2B^2Q_{10}^2}{(p_{10} - p_e)^3} \quad \text{și} \quad \left(\frac{\partial F}{\partial Q_1}\right)_{Q_{1_0}} = -\frac{2B^2Q_{10}}{(p_{10} - p_e)^2},$$

rezultă

$$p_2 = \left[1 + \frac{2B^2Q_{10}^2}{(p_{10} - p_e)^3}\right] p_1 - \frac{2B^2Q_{10}}{(p_{10} - p_e)^2} Q_1 - \frac{B^2Q_{10}^2}{(p_{10} - p_e)^3} (p_{10} + p_e). \tag{3.2}$$

Debitul prin sertarul de urmărire este

$$Q_3 = k_2 \pi d_2 (h - x) \sqrt{\frac{2}{\rho} p_2}, \tag{3.3}$$

unee h – deschiderea axială a sertarului la echilibru static, x – deplasarea sertarului, produsă de un semnal de eroare în stare dinamică, $x = i(y - z) = i\varepsilon$, y – semnalul de intrare (deplasarea palpatorului), z – semnalul de ieșire (deplasarea saniei de copiere).

La $x = 0$, $v = 0$, rezultă $Q_{30} = Q_{10} = Q_s$, unde Q_s – debitul pompei.

Din (3.3) rezultă

$$h = \frac{Q_{10}}{\pi d_2 k_2 \sqrt{\frac{2}{\rho} p_{20}}}. \tag{3.4}$$

Dacă se admite că $x \ll h$, ecuația (3.3) poate fi liniarizată

$$Q_3 = Q_{10}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\frac{p_2}{p_{20}} - \frac{x}{h}\right), \tag{3.5}$$

de unde

$$p_2 = 2p_{20}\left(\frac{Q_3}{Q_{10}} - \frac{1}{2} + \frac{\pi d_2 k_2 \sqrt{\frac{2}{\rho} p_{20}}}{Q_{10}} x\right). \tag{3.6}$$

Admițînd că lichidul din sistem este incompresibil, din condiția continuității (legea conservării masei) rezultă ecuațiile

$$Q_1 = Q_{10} + \alpha A v, \tag{3.7}$$

care determină debitul prin supapă,

$$Q_3 = Q_1 - Av, \tag{3.8}$$

care determină debitul prin sertar.

Eliminînd Q_1 și Q_3 din (3.2), (3.6), (3.7) și (3.8), rezultă

$$p_1 = p_{10} + \frac{2\alpha\sqrt{\alpha} k_2 \pi d_2 \sqrt{\frac{2}{\rho} B}}{(3 - 2\alpha - \Psi)\sqrt{1-\alpha}} x \tag{3.9}$$

$$p_2 = \alpha p_{10}\left(1 + \frac{2\pi k_2 d_2 B \sqrt{\frac{2\alpha}{\rho}}}{(1-\Psi)\sqrt{1-\alpha p_{10}}} x - \frac{2B\sqrt{1-\alpha} A}{(1-\Psi)p_{10}\sqrt{p_{10}}} v\right). \tag{3.10}$$

Ecuația echilibrului dinamic al saniei de copiere este

$$Ap_2 = Ap_1 + R + M\frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2} + N\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} + f\,\mathrm{sgn}\left(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\right), \text{ unde } v = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}. \tag{3.11}$$

Substituind (3.9) și (3.10) în (3.11), rezultă

$$M\frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2} + \left(\frac{2B\alpha\sqrt{1-\alpha} A^2}{(1-\Psi)\sqrt{p_{10}}} + N\right)\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} + \frac{2\pi\alpha\sqrt{\alpha} k_2 d_2 B \sqrt{\frac{2}{\rho}} A(3 - 3\alpha - \Psi + \alpha\Psi)}{(1-\Psi)(3-2\alpha-\Psi)\sqrt{1-\alpha}} = -R - f\,\mathrm{sgn}\left(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\right). \tag{3.12}$$

Pentru a scoate în evidență caracteristici esențiale ale SUH vom neglija N și f. În aceste condiții, ecuația de mișcare poate fi scrisă sub forma

$$\frac{d^2z}{dt^2} + 2\delta_h\omega_h \frac{dz}{dt} + \omega_h^2 z = \omega_h^2 y - \frac{R}{M}, \tag{3.13}$$

unde

$$\omega_h = \sqrt{\frac{8Kk_2 i\alpha\sqrt{\alpha(1-\alpha)}(3-\Psi)d_2 A}{k_1 w d_1^2 M(1-\Psi)(3-2\alpha-\Psi)}}, \tag{3.14}$$

reprezintă pulsația naturală fără amortizare, și

$$\delta_h = \sqrt{\frac{\alpha\sqrt{1-\alpha}(3-2\alpha-\Psi)K\rho A^3}{\pi^2\alpha(3-\Psi)(1-\Psi)ik_1k_2d_1^2d_2p_{10}M}}, \tag{3.15}$$

factorul de amortizare.

Acceptînd $\Psi = 0{,}9$, [1], [2] și avînd în vedere valorile diverșilor parametri constructivi și funcționali ai SUH studiat, și anume: $M = 200$ kg, $K = 2.10^4$ N/m, $p_{10} = 15.10^5$ N/m^2, $k_1 = k_2 = 0{,}8$, $w = \pi d_1 = 2\pi.10^{-2}$, $\rho = 890$ kg/m^3, rezultă valorile pulsației naturale hidraulice și factorului de amortizare:

$$\omega_h = 190{,}5 \text{ rad/s și } \delta_h = 0{,}813. \tag{3.16}$$

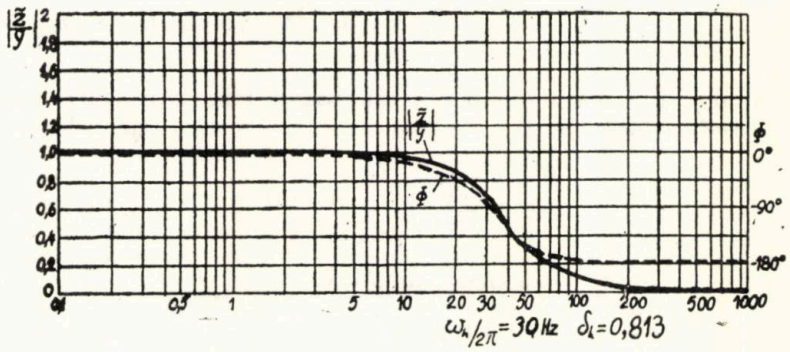


Fig. 2

În absența sarcinii statice, $R = 0$, se găsește răspunsul în frecvență pentru semnalul de intrare $y = \bar{y} \exp j\omega t$, adică

$$W(s) = \frac{z}{y} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{190{,}5}\right)^2 + \frac{1{,}626}{190{,}5}\omega j}. \tag{3.17}$$

În fig. 2 se dă diagrama răspunsului în frecvență.

4. Studiul în regim dinamic cu luarea în considerație a compresibilității uleiului

Ecuațiile (3.7) și (3.8) devin în acest caz

$$Q_1 = Q_{10} + \alpha A v - \frac{AH_1}{E_0}\frac{dp_1}{dt} \equiv Q_{10} + \alpha A v - \frac{\alpha\beta HA}{E_0}\frac{dp_1}{dt}, \tag{4.1}$$

$$Q_3 = Q_1 - Av - \frac{AH_2 + V_0}{E_0}\frac{dp_2}{dt} = Q_1 - Av - \frac{AH(1-\beta) + V_0}{E_0}\frac{dp_2}{dt}. \tag{4.2}$$

Deoarece p_1 = const., iar din punct de vedere al stabilității interesează cazul $\beta = 0$, [4], (cînd pistonul este în extremitatea stîngă, volumul de lichid din camera dreaptă fiind maxim), poate fi neglijat ultimul termen al relației (4.1). Se introduce operatorul $s = d/dt$.

Din (4.1), (3.2) și (2.5) rezultă

$$p_2 = \left[1 + \frac{2(1-\alpha)}{1-\Psi}\right] p_1 - \frac{(1-\alpha)(3-\Psi)}{1-\Psi} p_{10} - \frac{2\alpha\sqrt{1-\alpha}BA}{(1-\Psi)\sqrt{p_{10}}} v, \tag{4.3}$$

iar din (4.2), (3.6), (4.1), (2.5) și (3.4) rezultă

$$\left[\frac{(1-\Psi)\sqrt{(1-\alpha)p_{10}}}{2\alpha B} + \frac{AH + V_0}{E_0}\,s\right] p_2 = \frac{Q_{10}}{2} - (1-\alpha)Av + k_2\pi d_2\sqrt{\frac{2\alpha}{\rho}}\sqrt{p_{10}}\,x. \tag{4.4}$$

Introducînd valorile numerice și considerînd variațiile mărimilor (fără a introduce notații speciale deoarece nu există pericol de confuzie), rezultă

$$p_2 = \frac{4{,}07.10^8 x - 3{,}02.10^6 v}{1 + 1{,}34.10^{-3} s}, \tag{4.5}$$

$$p_1 = \frac{3{,}13.10^7 x - 2{,}32.10^5 v}{1 + 1{,}34.10^{-3}} + 3{,}5.10^5 v. \tag{4.6}$$

Substituind p_1 și p_2 în (3.11), cu luarea în considerație a frecării dinamice (N = 20 000 Ns/m, [4]) și neglijarea frecării uscate, rezultă

$$(0{,}268\,s^3 + 231{,}07\,s^2 + 8{,}958.10^4 s)\,z = 9{,}535.10^6 x - (1 + 1{,}34.10^{-3} s)R. \tag{4.7}$$

Ecuația legăturii inverse este

$$x = y - z. \tag{4.8}$$

Din (4.7) și (4.8) rezultă răspunsul saniei de copiere atît în funcție de poziția sertărașului, cît și de sarcină,

$$z = \frac{9{,}535.10^6 y - (1 + 1{,}34.10^{-3})R}{0{,}268s^3 + 231{,}07s^2 + 8{,}958.10^4 s + 9{,}535.10^6}. \tag{4.9}$$

Pentru $R = 0$, rezultă funcția de transfer

$$W(s) = \frac{z}{y} = \frac{9{,}535.10^3}{0{,}268s^3 + 231{,}07s^2 + 89\,580\,s + 9535000}. \tag{4.10}$$

Rădăcinile ecuației caracteristice sînt: $s_1 = -201$, $s_{2,3} = -330 \pm \pm 302$ j. Funcția de transfer se mai poate scrie

$$W(s) = \frac{1}{(5.10^{-3}s + 1)\left(\frac{s^2}{448^2} + \frac{2.0{,}736}{448}s + 1\right)}, \tag{4.11}$$

în care au fost puși în evidență factorul de amortizare $\delta_h = 0{,}736$ și frecvența proprie $f_n = 448/2\pi = 71{,}5$ Hz.

5. Concluzii

Studiul privind dispozitivul de copiat a fost reclamat de funcționarea sa nesatisfăcătoare la viteze de urmărire nu prea mari. Studiul teoretic indică o amortizare excesivă, ceea ce explică această funcționare. Cercetarea relației de calcul a factorului de amortizare dă indicații privind posibilitățile de îmbunătățire a funcționării. Creșterea presiunii de alimentare prin creșterea debitului pompei și o reglare corespunzătoare a supapei este o astfel de posibilitate. Mai trebuie cercetată oportunitatea degajării din tijă și piston, efectuată în scopul reducerii masei ansamblului mobil. Reversul îl constituie introducerea în circuit a unui volum de lichid suplimentar care reduce rigiditatea sistemului și deci rapiditatea de răspuns (constanta de timp relativ mare, $T = 5.10^{-3}$ s).

Primită la 1 octombrie 1973

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini-unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Takashi Nakada, *Analyse dynamique de la commande hydraulique du tour à reproduire + GF + KDM — 18.* KDM Information, *8* (1963).
2. Башта Т. М., (под ред.), *Объемные гидравлические приводы.* Машиностроение, М., 1969.
3. Merritt H. E., *Hydraulic Control Systems.* John Wiley & Sons, Inc., New York — London — Sydney, 1967.
4. Лещенко В. А., (под ред.), *Гидравлический следящий привод.* Машиностроение М., 1968.

ÉTUDE SUR LA DYNAMIQUE DU DISPOSITIF HYDRAULIQUE DE COPIAGE MODÈLE CIMATIC 6BM2–MI/C

(Résumé)

Une analyse des caractéristiques statiques et dynamiques est donnée pour un dispositif hydraulique de copiage de la firme La Salle. Sur cette base, quelques indications sont données pour l'amélioration des performances du dispositif.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 3—4, 1973
SECŢIA IV
MECANICĂ TEHNICĂ

D. C. 621,923

THE INFLUENCE OF CUTTING PARAMETERS ON THE SURFACE ROUGHNESS IN SURFACE GRINDING

BY

O. V. PRUTEANU

1. Experimental Equipment, Workpiece Material and Dimensions

1.1. The Grinding Machine

The tests were performed on a Churchill surface grinding machine. The crossfeed and downfeed were changed with ratchet mechanisms thus required wheel downfeeds and table crossfeeds could be quickly and accurately achieved. The table velocity was variable over the range zero to 10.5 m/min, choosing suitable values.

The electric motor driving the wheel spindle was of 5/8 H. P.

1.2. The Grinding Wheel

The same wheel was used throughout the work. Its specifications was 38 A 46 H 8 VBE and it was manufactured by NORTON Co LTD of 175 mm diameter.

1.3. Material and Workpiece Dimensions

The workpieces were manufactured from En 8 steel. The properties are given in BS 970 :1955. The dimensions were $100 \times 50 \times 13$ – the 13 dimension not being important for the tests.

2. Experimental Procedures

Before any grinding tests were commenced the wheel spindle and table motors were switched on for thirty minutes, in order to ensure the normal working conditions of lubricant and bearing temperatures, especially of the spindle bearings.

The workpiece was set always in the same position on the magnetic table of the grinding machine after each measuring of the surface finish and with the 100 mm dimension in the direction of table movement.

The spindle speed was constant at 2 300 rot/min, which result in a peripheral wheel speed of 21 m/sec for a wheel of 175 mm diameter.

The table (workpiece) velocity was established using an electrical pick-up device. The 100 mm long pick-up contact was so positioned that the signal was produced only during the wheel-workpiece contact. In this way the time taken for the 100 mm long workpiece to pass beneth the wheel could be measured and the corresponding table velocity could be easy calculated for the cutting time.

The dressing of the wheel was done after each change in the values of cutting parameters. For this purpose a single point diamond was used which was set on the machine table and feeded across the surface of the rotating wheel. A downfeed of 0.05 mm was used and a crossfeed of 0.1 mm/rot. The last two passes across the wheel surface were performed without downfeed. All tests were performed dry.

3. Procedures for Surface Finish Measurements

The establishment of the surface finish, after each test, was done as follows :

With cutting parameters (crossfeed, downfeed and table velocity) well established, six passes were carried out on the surface of the workpiece for each pair of values. The surface finish was measured in five locations, after each pass – see diagram in Fig. 1. These five measure-

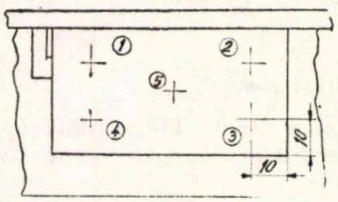


Fig. 1. – The locations for surface finish measurement.

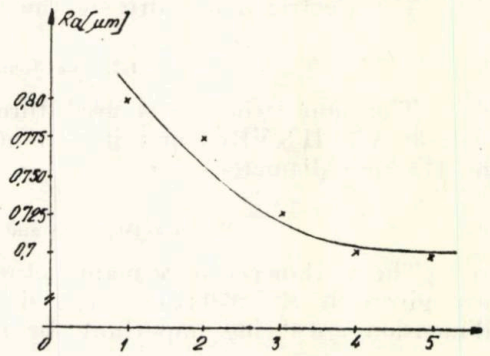


Fig. 2. – Steady state of the surface finish (Ra vs. measuring points).

ments were used to establish an average value of surface finish for each pass. It was observed that after 2–3 passes approximatelly, for the same values of cutting parameters, the surface finish become steady, so if surface

finish is plotted against the number of passes the general appearance of the curve is as shown in Fig. 2.

The surface finish measurements were carried out on the TALYSURF 4 surface profile measuring equipment.

4. Test Results

Two series of tests were performed. The first under conditions of constant metal removal rate and the second under conditions which resulted in different metal removal rate.

During surface grinding the metal removal rate is the product of the wheel crossfeed per pass, the wheel downfeed and the workpiece (table) velocity. The first series of tests was performed with one of the above three parameters and the product of the other two constant. For example, at constant crossfeed, the downfeed was doubled when the workpiece speed was halved.

The manner of the variation of these parameters and the results which were obtained are shown in Table 1.

Table 1

Pos	No	Crossfeed s_t(mm/pass)	Downfeed t (mm)	Table velocity v (m/min)	Metal removal rate $Z = tvs_t$(mm^3/sec)	Surface finish Ra (μm)
	1	0.2	0.2			0.25
	2	0.4	0.1			0.325
A	3	0.8	0.05	2.6	1.73	0.5
	4	1.6	0.025			0.55
	5	3.2	0.0125			0.7
	1	0.2		10.5		0.25
	2	0.4		5.25		0.425
B	3	0.8	0.05	2.6	1.73	0.475
	4	1.6		1.3		0.5
	5	3.2		0.65		0.9
	1		0.0125	10.5		0.7
	2		0.025	5.25		0.625
C	3	0.8	0.05	2.6	1.73	0.55
	4		0.1	1.3		0.325
	5		0.2	0.65		0.275

Fig. 3 to 5 inclusive shows, in graphical form, the results given in table 1.

During the second series of tests, the parameters mentioned above namely crossfeed, downfeed and workpiece speed, were sistematically tested for different metal removal rates. The results of these tests are presented in tabular form, Table 2, and in graphical form as Figs. 6 to 8 inclusive.

The results obtained in this work will be compared with the results of other authors.

Empirical formulae and theoretical aspects has been presented by several authors for the purpose of surface finish study.

Several equations has been presented, as follows :

Table 2

Pos	No	Crossfeed s_t(mm/pass)	Downfeed t (mm)	Table velocity v (m/min)	Metal removal rate $Z = tvs_t$(mm$_t$/sec)	Surface finish Ra (μm)
	1	0.2			0.43	0·09
	2	0.4			0.86	0.16
D	3	0.8	0.025	5.25	1.73	0.425
	4	1.6			3.46	0.75
	5	3.2			6.92	1.25
	1			10.5	6.92	1.00
	2			5.25	3.46	0.7
E	3	1.6	0.025	2.6	1.73	0.5
	4			1.3	0.86	0.4
	5			0.65	0.43	0.3
	1		0.0125		0.86	0.35
	2		0.025		1.73	0.425
F	3	0.8	0.05	5.25	3.46	0.8
	4		0.1		6.92	1.25
	5		0.2		13.94	1.5

1. K. Sato

$$h = \frac{1}{8R}\left(\frac{v}{V}\right)^2 a^2 + \frac{b^2}{4d_0}\left(\frac{X}{E}\right)^2; \tag{1}$$

2. Yang and M. C. Shaw

$$h = \left[\frac{v}{2Vrn\sqrt{D}}\right]^{2/3}; \tag{2}$$

3. M. C. S h a w

$$h = \frac{t^2}{16\,d} = \frac{v}{4\,Vnr}\sqrt{\frac{1}{Dd}}, \tag{3}$$

where, h – mean scratch depth, $R = D/2$ – wheel radius, v – workpiece speed, V – wheel circumferential speed, a – distance between two successive abrasive grits, b – scratch width, d_0 – grain diameter, X – crossfeed, E – wheel width, r – mean width to depth ratio of individual grinding scratches, n – number of cutting points per unit area of wheel surface.

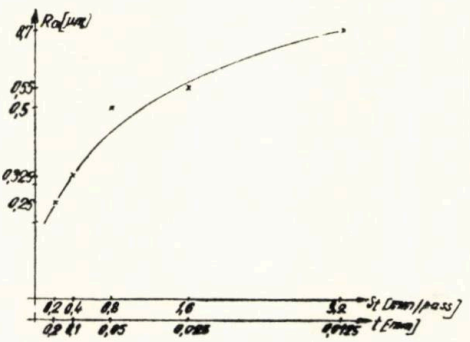


Fig. 3. – Influence of the crossfeed and the downfeed on the surface finish (Z, v – constants).

Fig. 3 shows the effect of crossfeed and downfeed on the workpiece surface roughness under constant metal removal rate and workpiece speed conditions.

It can be seen that the surface roughness increases with the increase of crossfeed and the decrease of downfeed.

According to S a t o, Eq. (1), with the increase of crossfeed, the surface roughness, which is a function of the scratch depth, increases. In the same time with the decrease of downfeed the surface roughness increases. This aspect do not agrees with M. C. S h a w. But it is well known that keeping the others parameters constant (wheel speed, workpiece speed, etc) an increase in the downfeed produces an increase in the undeformed chip thickness which have an immediately effect in increasing surface roughness. These seems not to agree with the results obtained in this work. While the downfeed decreases the crossfeed increases in such a way that the product of crossfeed-downfeed remains constant. We may consider that the results which have been found are suitable. Fig. 3 shows that the crossfeed has a greater influenee on the surface roughness than the downfeed. Also Fig. 3 indicates that the surface roughness increases

2.8 times while the crossfeed increases 16 times and in the same time the downfeed decreases 16 times.

Fig. 4 shows the effect of crossfeed and workpiece speed in the workpiece surface roughness under constant downfeed and metal removal rate conditions. It can be seen that also the surface roughness increases with the increase of the crossfeed and the decrease of the workpiece speed.

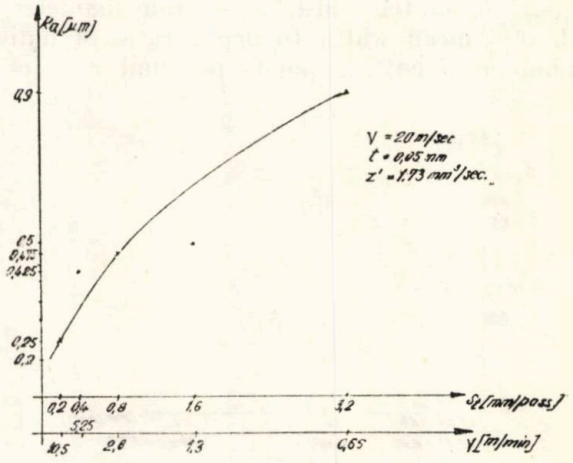


Fig. 4. — Influence of the crossfeed and the table velocity on the surface roughness (Z, t — constants).

The fact that with the increase of crossfeed also increases the surface roughness, agrees with Eq. (1). Corresponding to Eqs. (1), (2) and (3), with the increase of the workpiece speed the surface roughness increases but the results obtained in this work show that the situation is inverse. But the decrease of the workpiece speed takes place in the same time with the increase of the crossfeed and this has a greater influence on the surface finish than the workpiece speed. It can be observed that the surface finish increases 3.2 times while the crossfeed increases 16 times and the workpiece speed decreases in the same time 16 times.

Fig. 5 shows the influence of workpiece speed and downfeed on the workpiece surface roughness under constant crossfeed and metal removal rate conditions.

It can be seen that the surface roughness increases with the increase of workpiece speed and the decrease of downfeed.

The increase of the surface roughness with the increase of the workpiece speed agrees with Eqs. (1), (2) and (3). Also the increase of the surface roughness with the decrease of downfeed agrees with Eq. (3), although considering the relation between undeformed chip thickness and down-

feed. This means that the workpiece speed has a greater influence on the surface roughness that the downfeed. It can be noticed that surface roughness increases 2.54 times while the workpiece speed increases 16 times and the downfeed decreases 16 times.

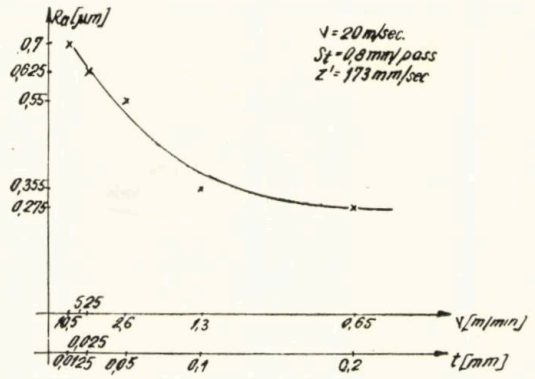


Fig. 5. — Influence of the table velocity and the downfeed on the surface roughness (Z, s_t — constants).

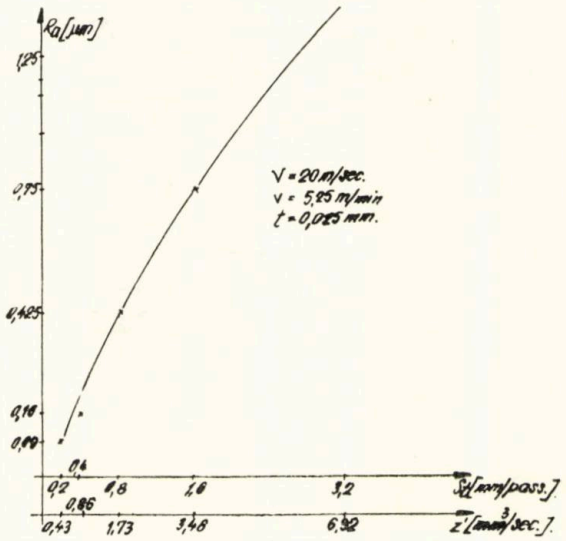


Fig. 6. — Influence of the crossfeed on the surface roughness (t, v — constants ; Z — variable).

Generally it can be said that this influence of the cutting parameters on the surface roughness takes place in the following order, from more to least significance : crossfeed, workpiece speed and downfeed.

Figs. 6, 7 and 8 show the effect of the crossfeed, table velocity and downfeed respectively, under variable metal removal rate conditions. In figs. 6 and 7 it can be seen the increase of the surface roughness with the increase of the parameters namely crossfeed and table velocity, which agrees with Eqs. (1), (2) and (3).

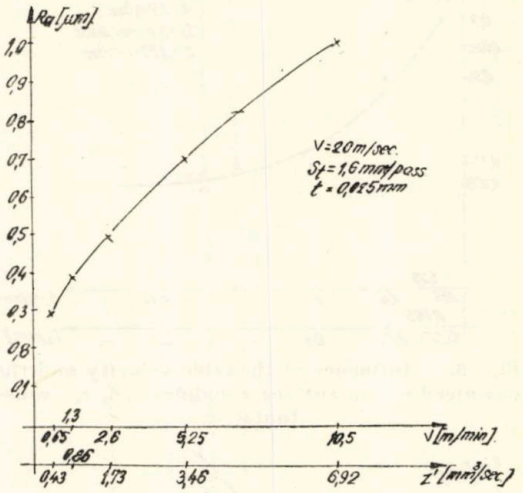


Fig. 7. — Influence of the table velocity on the surface roughness (t, s_t — constants; Z — variable).

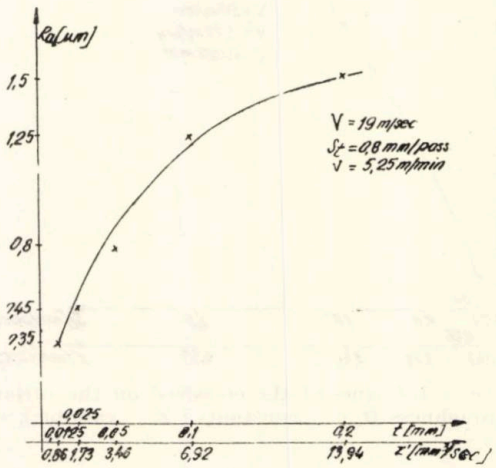


Fig. 8. — Influence of the downfeed on the surface roughness (s_t, v — constants; Z — variable).

Interesting is the variation of surface roughness with the downfeed (Fig. 8). With the increase of downfeed, a considerable increase of surface roughness takes place. Taking into account that increasing downfeed increases undeformed chip thickness, therefore increases surface roughness, the results obtained in this work underline this variation. Also can be seen that surface roughness increases 13.85 times while crossfeed increases 16 times, therefore an increase about 5 times more than in Fig. 3, meaning that the influence of downfeed is quite great. The surface roughness increases 3.33 times while table velocity increases 16 times, therefore an increase about 1.35 times than in Fig. 5 meaning that the influence of downfeed is quite little. A very important increase can be observed in Fig. 8, i. e. 4.27 times while the downfeed increases 16 times.

In these tests, under variable metal removal rate, the influence of the cutting parameters on the surface roughness takes place in the following order: crossfeed, downfeed and table velocity.

The influence of crossfeed is of first importance, who can be seen in both constant and variable metal removal rate conditions.

Received June 5, 1973

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Mechanical Engineering

REFERENCES

1. Hahn R. S., Lindsay R. P., *The Influence of Proces Variables on Material Removal, Surface Integrity, Surface Finish and Vibration in Grinding.* Presented at the 10-th Ann. M. T. D. R. Conf., Univ. of Manchester, September 1969.
2. Lindsay R. P., Hahn R. S., *On the Basic Relationship Between Grinding Parameters.* Annals of the CIRP, XVIII (1970).
3. Shiozaki S. e. a., *Waviness snd Roughness in Grinding Direction.* Bul. of the Japan Soc. of Prec. Eng., 4, *2* (June 1970).
4. Wartburton-Brown D., *Theoretical Aspects of Grinding Processes.* Mech-World, 144, *3543*, 419 (October 1964).
5. Sato K., *On the Surface Roughness in Grinding.* The Technology Reports of the Tohoku Univ., 20, *1*, 59—70 (1955).
6. Yang C. J., Shaw M. C., *The Grinding of Titanium Alloys.* Trans. ASME, Ser. B, 77, 645 (1955).
7. Lindsay R. P., *The Effect of Parameter Variations in Precision Grinding.* Trans. ASME, Ser. B, 92, *3* (August 1970).
8. Shaw M. C., *The Grinding of Metals.* Conf. Inst. of Mech. Engrs. (1958).
9. Nagy H. A., *The Influence of Some Factors on Surface Finish and Grinding Wheel Wear in Surface Grinding.* M. Sc. Degree, Univ. of Manchester, Inst. of Science and Technology, 1972.
10. Graham W., *An Investigation into the Factors Affecting the Wear of Grinding Wheels Grinding Steels.* Ph. D. Thesis, Univ. of Manchester, Inst. of Science and Technology, 1969.

INFLUENŢA PARAMETRILOR REGIMULUI DE AŞCHIERE ASUPRA RUGOZITĂŢII DE SUPRAFAŢĂ LA RECTIFICAREA PLANĂ

(Rezumat)

Se prezintă încercările efectuate privind influenţa avansului transversal, vitezei piesei şi avansului de pătrundere asupra rugozităţii de suprafaţă la rectificarea plană. S-au efectuat încercări cu randament de aşchiere constant şi variabil.

Se compară rezultatele obţinute cu cele date de relaţiile pentru determinarea rugozităţii de suprafaţă prezentate în literatură [5], [6], [8] şi se trasează grafice de variaţie.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 3—4, 1973
SECŢIA IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621. 9

CERCETĂRI EXPERIMENTALE ASUPRA CAPACITĂŢII DE STRÎNGERE A PRISMELOR ELECTROMAGNETICE

DE

N. GOJINEŢCHI, N. GHERGHEL şi TUDOR RĂILEANU

1. Introducere

Dispozitivele de prindere cu acţionare magnetică sau electromagnetică cunosc în ultimul timp o dezvoltare din ce în ce mai mare, fiind utilizate ca accesorii ale maşinilor-unelte şi ca unităţi independente pentru control, montare, transport etc. Ele realizează prinderea semifabricatelor din materiale feromagnetice prin includerea acestora direct în circuitul magnetic, elementele de strîngere fiind complet eliminate, ceea ce, într-o serie de cazuri, prezintă mari avantaje în exploatare, legate în special de productivitatea şi precizia prelucrării. O serie de cercetări teoretice şi realizări practice din U.R.S.S. şi Franţa [1], [2], [4], [8], [9] au demonstrat disponibilitatea remarcabilă a acestui principiu de prindere pentru construcţia dispozitivelor destinate echipării maşinilor-unelte moderne.

Cercetările experimentale din prezenta lucrare se plasează pe direcţia extinderii acţionării electromagnetice la dispozitivele destinate prinderii pieselor cu suprafeţe cilindrice complete şi incomplete avînd ca elemente de poziţionare prisme electromagnetice [5], respectiv determinarea parametrilor optimi ai prismelor electromagnetice în vederea obţinerii unor capacităţi maxime de strîngere.

Prin capacitate de strîngere se va înţelege în mod convenţional, valoarea forţei radiale de smulgere S a unei piese cilindrice prinse pe o prismă electromagnetică, plasată la o oarecare distanţă de suprafaţa frontală a prismei. Forţa S nu va fi egală cu forţa portantă a prismei electromagnetice, ci cu efectul ei în condiţiile de solicitare caracteristice acestei scheme de fixare ; F reprezintă mărimea forţei axiale care provoacă deplasarea piesei în lungul axei sale, iar M reprezintă momentul de torsiune care provoacă rotirea în jurul axei sale a piesei poziţionată pe prisma electromagnetică.

2. Metodologia și aparatura utilizată

Pentru a determina influența diferiților parametri constructivi-funcționali asupra capacității de strîngere a prismelor electromagnetice s-a conceput instalația prezentată principial în fig. 1 *a* și ca vedere de ansamblu în fig. 1 *b* [5], avînd o gamă largă de variație a parametrilor constructivi-funcționali ai prismei electromagnetice.

Instalația permite cercetarea experimentală complexă a capacității de strîngere a prismelor electromagnetice, prin măsurarea forței de smulgere S, a forței axiale F și a momentului de torsiune M pentru diferite valori ale unghiului prismei α, ale intensității curentului electric care străbate bobinele electromagnetice ale prismei I, ale diametrului piesei poziționate D, ale unghiului dintre forța de smulgere și axa prismei φ, ale numărului de spire al bobinelor n etc.

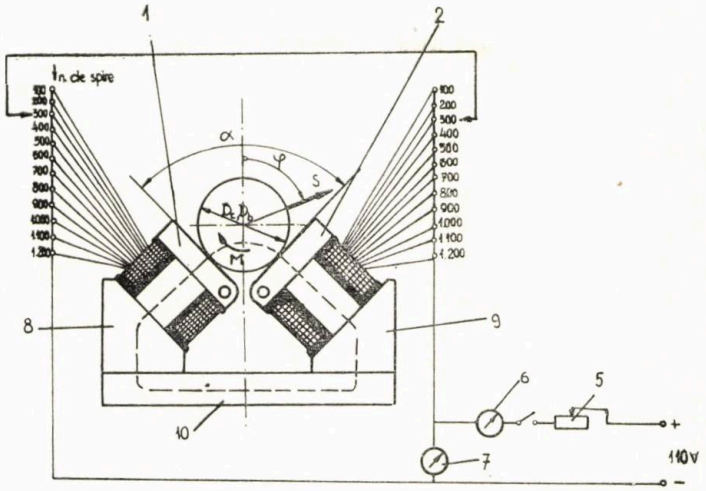
Instalația este compusă dintr-o prismă electromagnetică formată din două bucăți ce au atașate bobinele electromagnetice *1*, *2* (fig. 1), fețetele superioare ale miezurilor bobinelor constituind fețetele prismei cu posibilitatea de modificare a unghiului α dintre ele, un mecanism *3* care dezvoltă forța de smulgere S, un dinamometru *4* pentru măsurarea forței de smulgere S, plasat pe un inel rotativ care permite modificarea direcției forței de smulgere față de axa prismei, un torsiometru pentru măsurarea momentului M și un dinamometru pentru măsurarea forței F (nereprezentate în figură). Instalația este prevăzută cu borne pentru diferite numere de spire ale bobinelor, cu un reostat *5*, un ampermetru *6* și un voltmetru *7*. Pentru obținerea unei forțe portante maxime, fluxul magnetic care străbate piesa și bobinele se închide prin piesele de legătură schimbabile *8* și *9* și placa *10*. Circuitul magnetic este izolat de restul instalației, prin plăci și știfturi din cupru.

Cu instalația prezentată s-au determinat variația forței S, a forței F și a momentului M pentru următoarele valori ale parametrilor prismei: unghiul prismei, $\alpha = 60°, 90°, 120°$; numărul de spire al bobinelor, $n = 400, 800, 1\,200$; intensitatea curentului electric, $I = 0{,}3...1{,}5$ A; unghiul dintre forța S și axa prismei, $\varphi = 0°, 30°, 60°, 180°$, caracteristice solicitărilor în cazul poziționării pe prisme; diametrul piesei poziționate, $D = 10, 20, 35$ mm; forma suprafeței piesei poziționate: cilindrică *c* și burghiu-cilindrică incompletă *b*; lungimea piesei poziționată pe prismă, 120 mm.

3. Rezultatele cercetărilor

Cu valorile obținute pentru forțele S și F și momentul M, pentru valorile parametrilor prismei, specificate în paragraful anterior, s-au trasat o serie de diagrame, dintre care cele mai reprezentative sînt prezentate în fig. 2...8.

Din diagrama prezentată în fig. 2, în care este reprezentată variația forței S funcție de intensitatea curentului I care străbate bobina, pentru $\varphi = 180°$, $n = 1\,200$ spire și pentru diferite valori ale unghiului prismei



a)

Fig. 1*a*

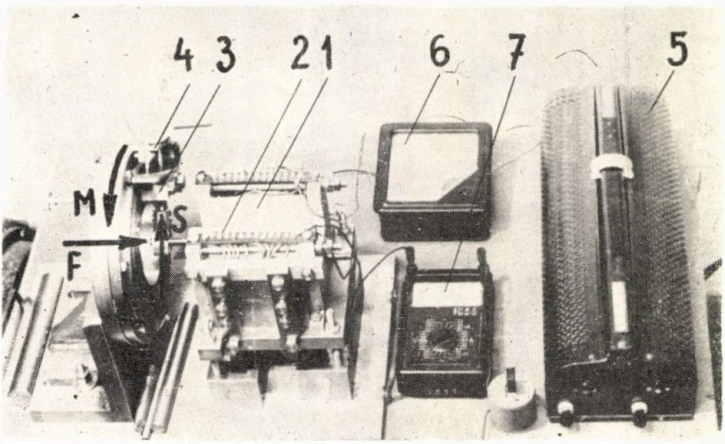


Fig. 1*b*

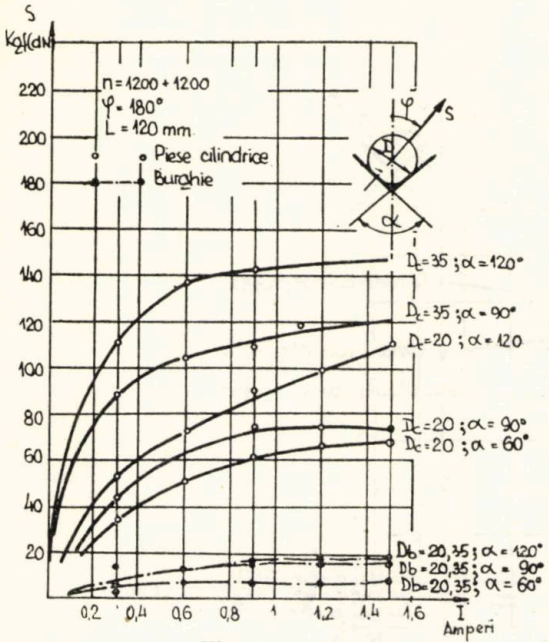


Fig. 2

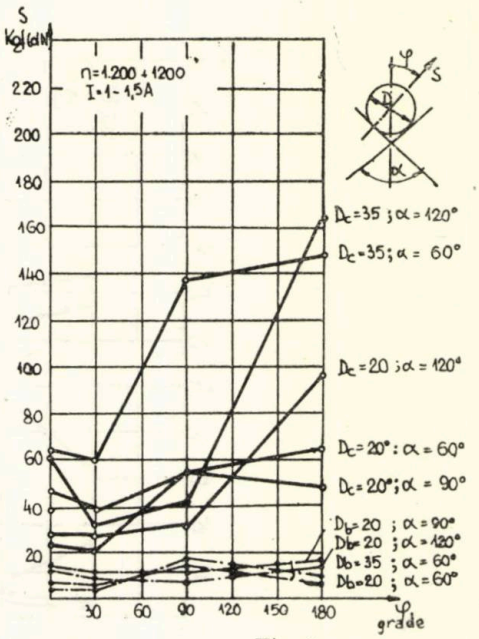


Fig. 3

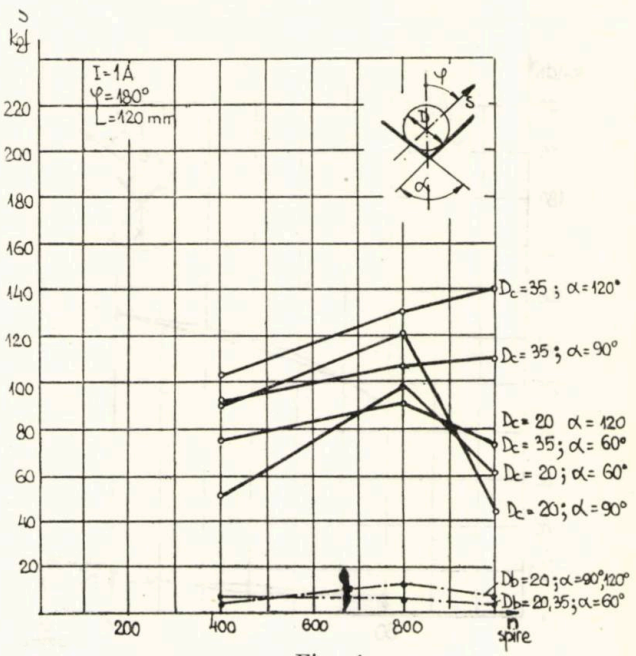


Fig. 4

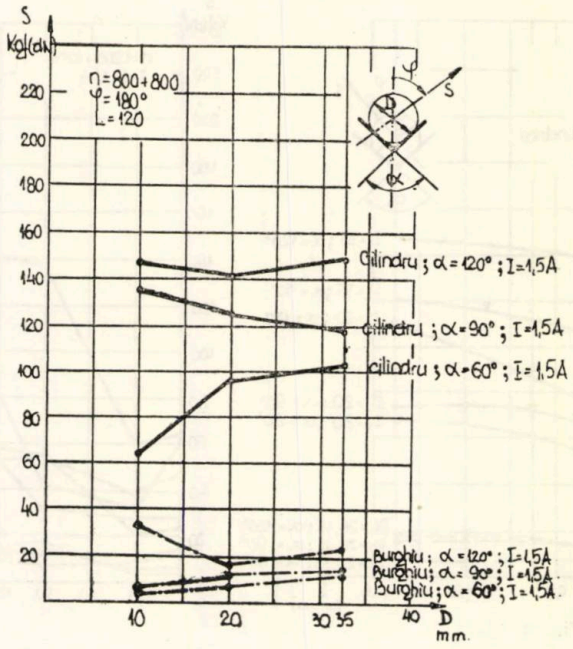

S
Kgf(daN)
n=800÷800
φ=180°
L=120
Cilindru ; α=120° ; I=1,5A
Cilindru ; α=90° ; I=1,5A
Cilindru ; α=60° ; I=1,5A
Burghiu ; α=120° ; I=1,5A
Burghiu ; α=90° ; I=1,5A
Burghiu ; α=60° ; I=1,5A
D
mm.

Fig. 5

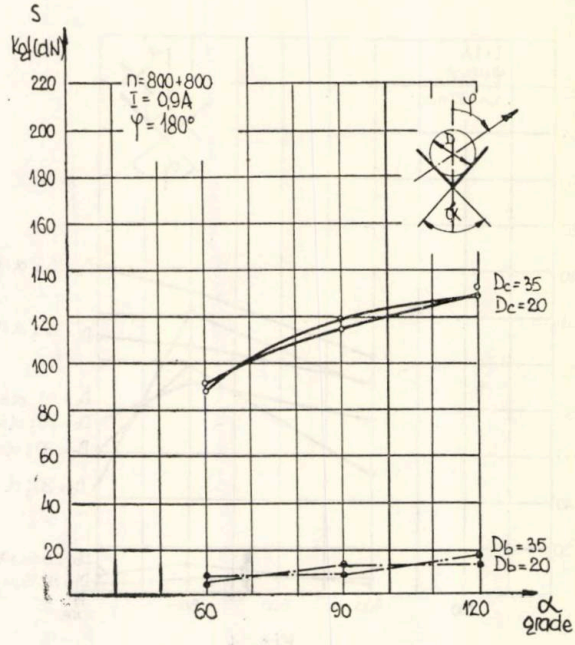

S
Kgf(daN)
n=800÷800
I=0,9A
φ=180°
Dc=35
Dc=20
Db=35
Db=20
α
grade

Fig. 6

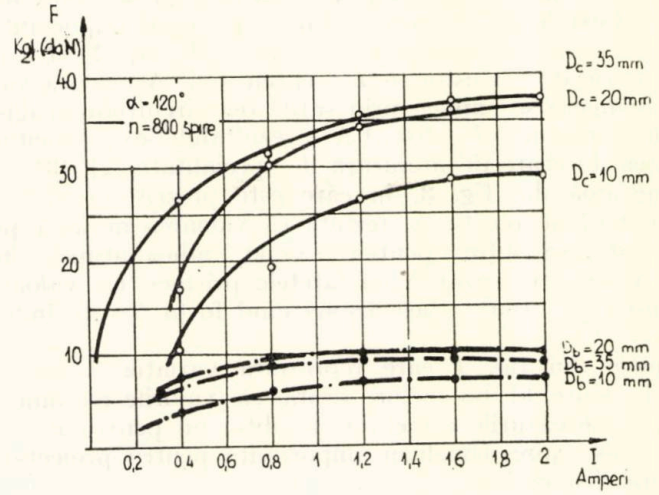

F
Kgf (daN)
40
30
20
10
α = 120°
n = 800 spire
Dc = 35 mm
Dc = 20 mm
Dc = 10 mm
Db = 20 mm
Db = 35 mm
Db = 10 mm
0,2 0,4 0,6 0,8 1 1,2 1,4 1,6 1,8 2
I
Amperi

Fig. 7

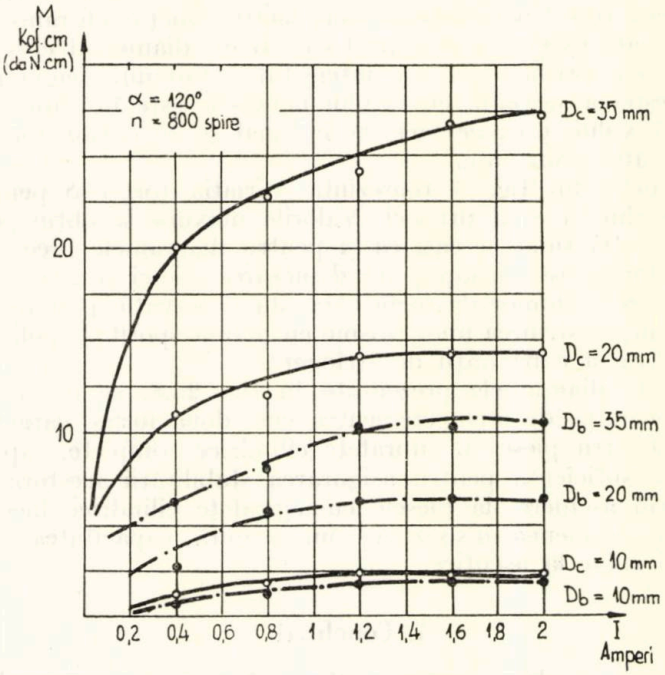

M
Kgf cm
(daN cm)
20
10
α = 120°
n = 800 spire
Dc = 35 mm
Dc = 20 mm
Db = 35 mm
Db = 20 mm
Dc = 10 mm
Db = 10 mm
0,2 0,4 0,6 0,8 1 1,2 1,4 1,6 1,8 2
I
Amperi

Fig. 8

α, se observă că această forță crește apreciabil pînă la valori ale curentului $I = 0{,}6...1$ A, după care creșterile sînt mai puțin importante. Aceeași aliură o au și curbele de variație a forței axiale F (fig. 7) și a momentului M (fig. 8), funcție de intensitatea I a curentului. Asemenea variație a capacității de strîngere se explică prin saturarea circuitului magnetic pentru intensități ale curentului $I = 0{,}6...1$ A, rezultatele experimentărilor coincizînd cu datele indicate de literatura de specialitate [2], [3].

Din diagrama din fig. 3, în care este prezentată variația forței S funcție de unghiul de poziție φ, rezultă că valoarea minimă pentru toate cazurile cercetate se obține pentru $\varphi = 30°$, adică atunci cînd forța de smulgere are o direcție paralelă cu fațetele prismei, iar valoarea maximă se obține pentru $\varphi = 180°$, adică atunci cînd forța S este îndreptată spre baza prismei.

Diagramele din fig. 4 care reprezintă variația forței S funcție de numărul n de spire al bobinelor, arată că valorile maxime ale acestor forțe, pentru toate cazurile cercetate, se obțin nu pentru $n = 1\,200$ spire, ci pentru $n = 800$ spire, concluzie importantă pentru proiectarea și construcția acestor dispozitive.

Diagramele din fig. 5 prezintă variația forței de smulgere S funcție de diametrul D al piesei poziționate. Se observă că variația diametrului piesei nu este însoțită de o variație importantă a capacității de strîngere, în cazul în care restul parametrilor constructivi-funcționali rămîn constanți. Aceasta se poate explica prin faptul că, cu cît diametrul crește, piesa se ridică spre zona prismei în care intensitatea fluxului magnetic este mai mică, iar creșterea secțiunii circuitului magnetic este însoțită de scăderea intensității fluxului, ceea ce face ca în final să se obțină forțe de smulgere aproximativ constante.

Diagramele din fig. 6 reprezintă variația forței S pentru diferite valori ale unghiului α al prismei. Valorile maxime se obțin pentru $\alpha = 120°$, explicația fiind aceeași ca și pentru diagramele precedente : creșterea unghiului α este însoțită de deplasarea piesei spre zonele cu densitate mai mare a liniilor de forță. Această observație permite să se presupună că prin construirea unor prisme cu număr sporit de poli, s-ar putea obține o sporire a capacității de strîngere.

Din toate diagramele prezentate în fig. 2...8, se observă diferențe mari ale capacității de strîngere pentru cele două forme caracteristice de piese. Dacă pentru piese cu suprafețe cilindrice complete, capacitatea de strîngere este suficientă pentru asigurarea stabilității acestora la diferite prelucrări prin așchiere, la piesele cu suprafețe cilindrice incomplete (de tip burghiu), asemenea dispozitive nu asigură capacitatea de strîngere necesară nici chiar la ascuțire.

4. Concluzii

1. Prismele electromagnetice pot fi utilizate în construcția dispozitivelor de rectificat, găurit, pentru control și montare, strîngerea electro-

magnetică fiind insuficientă pentru dispozitivele mașinilor de ascuțit burghie, unde pot apărea solicitări mai mari decît forțele de strîngere dezvoltate de prismele electromagnetice.

2. Valorile optime ale parametrilor constructivi-funcționali ai prismelor electromagnetice, rezultate din cercetările prezentate sînt: $I = 0{,}6...1$ A, $n = 800$ spire, $\varphi = 180°$ și $\alpha = 120°$.

Primită la 18 decembrie 1972

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Abakumov M. M., *Dispozitive moderne pentru mașini-unelte.* I. D. T., Buc., 1962.
2. Блумберг В. А. и. с., *Прогрессивные конструкции станочиных приспособлений.* Машиностроение, Л., 1968.
3. Gojineţchi N., Rener Al., *Curs de proiectarea și construcția dispozitivelor.* Inst. polit. Iași, 1970.
4. Gojineţchi N., Propunere de invenție, nr. *72.348*/72.
5. Gojineţchi N., Răileanu T., Propunere de invenție, nr. *72331*/72.
6. * * * *Magnets Attract Attention as Aids to Work Handling.* Canadian Machinery and Mettalworking, **77**, *1*, 71—77 (October 1966).
7. Sagyebo F., *Proiectarea și construcția dispozitivelor.* Inst. polit. Cluj, 1969.
8. Brialoin Ph., *Plateaux et mandrins magnétiques.* La Machine outil française, **34**, *257—258* (oct.—nov. 1969).
9. * * * *Progrès dans le domaine de la tenue magnétique des pieces.* La Machine moderne, *671—672* (fevr.—mars 1965).

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES SUR LA CAPACITÉ DE SERREMENT DES PRISMES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

(Résumé)

On présente une série de recherches expérimentales concernant l'optimisation des paramètres constructifs-fonctionnels des prismes électromagnétiques utilisées comme éléments des dispositifs de serrement.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 3—4, 1973
SECȚIA IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C. Z. 621. 901

ASUPRA REGLĂRII JOCULUI RADIAL ÎN LAGĂRELE ARBORILOR PRINCIPALI AI MAȘINILOR-UNELTE

DE

D. ZETU

Mărimea jocului radial din lagărele arborilor principali ai mașinilor-unelte este un parametru foarte important al subansamblului arbore principal. Mărimea acestui joc are influență deosebită asupra preciziei de rotație a arborelui principal [4] și determină mărimea rigidității și coeficientului de amortizare ale lagărului, ceea ce conduce la o anumită comportare a întregului subansamblu arbore principal la solicitări statice și dinamice [2], [3], [7], [8]. Avînd în vedere cele arătate mai sus, rezultă că este deosebit de important să se cunoască cît mai exact valoarea acestui joc și apoi să se regleze mărimea sa la valoarea dorită.

În lucrarea de față, sînt prezentate metodica și dispozitivul de determinare a jocului radial din lagărul din față al arborelui principal de la strungurile normale, precum și metodica de reglare a acestui joc la valoarea la care se obține o comportare optimă a subansamblului în exploatare.

Lagărul din față al arborelui principal de la strungurile normale este format dintr-un rulment radial cu role cilindrice pe două rînduri, de tipul NN 30 K, al cărui elezaj este conic și se montează pe fusul conic al arborelui, a cărui conicitate este 1:12. Valorile pozitive ale jocului radial din acest lagăr au fost măsurate aplicînd metoda SKF, cu ajutorul dispozitivului prezentat în fig. 1, realizat în cadrul laboratorului de Mașini-unelte și scule de la Institutul politehnic din Iași. Conform metodicii SKF, metodică aplicată de mulți cercetători [1] ... [5], în vederea determinării jocului radial, se aplică arborelui principal o încărcare orientată de sus în jos, a cărei valoare se alege astfel încît să se preia jocul și să se producă deformații elastice mici ale sistemului arbore-lagăr în acest sens. După aceasta, se încarcă progresiv arborele, pe aceeași direcție dar în sens opus, cu o forță dublă față de prima încărcare și se măsoară deplasările arborelui corespunzătoare fiecărei valori a încărcării. Se recomandă ca încărcarea arborelui să nu se facă la o forță prea mare, astfel încît să se producă numai deformații elastice ale arborelui și rulmentului și nu deformarea altor elemente ale mașinii [1].

La dispozitivul din fig. 1, încărcarea de sus în jos se realizează cu o forță de cca 45 kgf cu ajutorul greutății *6* montată pe pîrghia *5*. Pîrghia *5* este articulată la suportul *2* sudat la placa de bază *1* și ea se sprijină

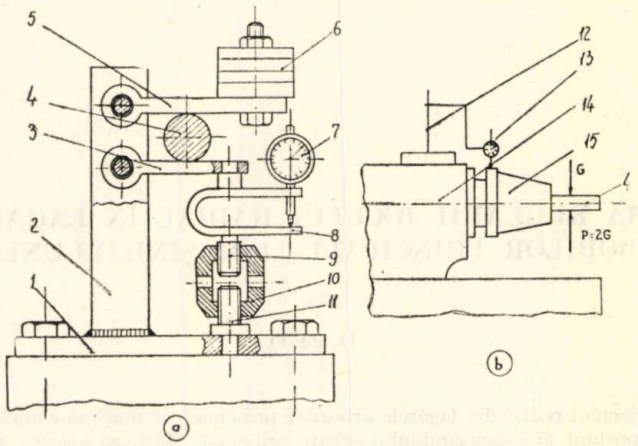


Fig. 1

pe dornul *4* montat în locașul conic al arborelui principal. Încărcarea de jos în sus se aplică dornului *4* prin pîrghia articulată *3*, ea fiind transmisă pîrghiei *3* de la piulița *10* prin dinamometrul mecanic *8*; valoarea forței se citește pe comparatorul 7. Deplasarea arborelui principal, corespunzătoare fiecărei valori a încărcării sale, se citește cu comparatorul *13*, de precizie 0,001 mm, fixat pe suportul *12* așezat pe suportul *14* al lagărului. Pentru mărirea preciziei de măsurare, comparatorul trebuie să palpeze arborele principal cît mai aproape de lagăr (fig. 1 *b*), iar așezarea sa este obligatoriu să se facă pe suportul lagărului. În acest fel se sesizează numai deplasările arborelui și nu ale suportului lagărului sau legăturilor carcasei cu batiul mașinii.

Modificînd mărimea încărcării din 5 în 5 kgf și măsurînd deplasările corespunzătoare ale arborelui, s-a întocmit graficul din fig. 2. Pe grafic se observă că, în momentul cînd forța ce acționează de jos în sus egalează forța ce acționează în sens invers, deplasarea arborelui crește rapid fără ca mărimea încărcării să se modifice prea mult, acest lucru datorîndu-se jocului existent în lagăr. După aceasta, urmează o porțiune lineară a curbei de deformare, care corespunde deformațiilor elastice ale arborelui și rulmentului. Tangenta dusă la porțiunea lineară a curbei de încărcare determină pe axa ordonatelor o tăietură care constituie valoarea jocului radial din lagăr. Pentru reglajul inițial, această valoare este de 20 μm.

Aplicînd metodica și dispozitivul prezentate mai sus, se poate determina valoarea jocului radial cînd acesta are valori pozitive. În domeniul jocurilor negative (pretensionarea lagărului), metodica nu se mai poate aplica. Pentru a determina valoarea pretensionării, diverși cercetători propun ca aceasta să se aprecieze prin mărimea puterii absorbite de motorul

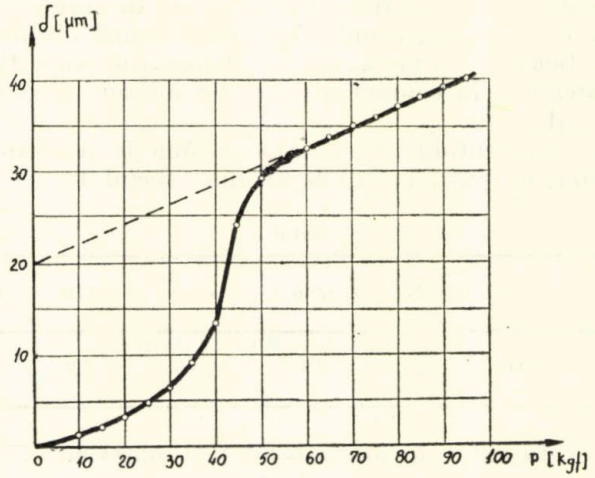


Fig. 2

electric de antrenare a arborelui de la rețea sau prin valoarea temperaturii ce ia naștere în lagăr, metode la care precizia cu care se determină valoarea pretensionării este redusă. Pentru a regla cu precizie jocul radial la valori negative, se prezintă metodica dată mai jos.

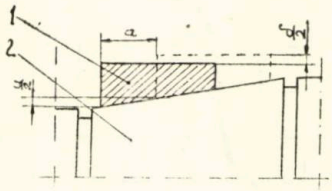


Fig. 3

Cunoscînd valoarea pozitivă a jocului reglat inițial, se deplasează axial, pe o distanță controlată, inelul interior al rulmentului pe fusul conic al arborelui (fig. 3), obținîndu-se o lărgire a inelului interior și deci o modificare a jocului în lagăr. Valoarea deplasării axiale a inelului in-

terior al rulmentului pe arbore în scopul obţinerii unei anumite valori a jocului se determină cu relaţia [5]:

$$a = K(\delta_i - \delta_r + a) \quad [\text{mm}], \tag{1}$$

în care K este un coeficient de proporţionalitate, a cărei valoare depinde de raportul $\varepsilon = d_0/D$; d_0 – diametrul interior al arborelui principal; D – diametrul exterior al fusului arborelui în planul de mijloc al rulmentului; δ_i – jocul iniţial din lagăr, [mm]; δ_r – jocul radial obţinut prin reglare, [mm]; a – coeficient ce ţine seama de deformarea superficială, adică de calitatea suprafeţelor în contact ale inelului interior al rulmentului şi fusului conic al arborelui.

Valoarea coeficientului K variază în funcţie de grosimea peretelui arborelui tubular, ea putîndu-se adopta din tabelul 1.

Tabelul 1

$\frac{d_0}{d}$	0,20	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80
K	14,0	15,0	15,5	16,0	16,5	17,3	18,5	20,2

Alegînd coeficientul K din tabelul 1 şi adoptînd valoarea $a = 0{,}01$ mm [5], s-au făcut calculele corespunzătoare şi s-a reglat apoi rulmentul. Rezultatele obţinute prin măsurătorile efectuate după acest reglaj au fost folosite pentru trasarea graficului din fig. 4, din care se observă că noua valoare a jocuui radial este de + 12,5 μm.

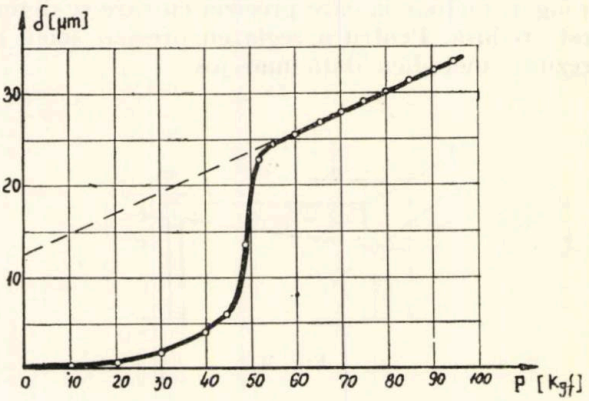


Fig. 4

Analizînd rezultatul obţinut în fig. 4 prin comparaţie cu valoarea δ_r ce ne-am propus să o realizăm, se constată o diferenţă ce se datoreşte valorii adoptate pentru coeficientul a. Repetînd încercările experimentale

pentru mai multe reglări, s-a putut trage concluzia că, pentru calitățile de suprafață ce se cer fusurilor pe care se montează rulmenți, valoarea a = = 0,01 mm, propusă în lucrarea [5], este prea mare. După măsurătorile efectuate în cadrul lucrării de față, această valoare trebuie considerată egală cu 0,006 mm. Cu această valoare, reglajele realizate după calculele efectuate cu relația (1) se realizează cu mare precizie.

În urma măsurătorilor efectuate, s-a putut trage și concluzia că jocul radial din lagărele arborilor principali nu este același în toate pozițiile unghiulare ale arborilor. Aceste diferențe se datoresc imperfecțiunilor de formă și dimensiuni ale elementelor rulmenților și ele determină necesitatea de a se efectua măsurarea jocului radial pentru diferite orientări ale arborelui și de a face apoi media acestor măsurători. În mod obișnuit, se efectuează măsurători în 8 poziții unghiulare ale arborelui.

Primită la 17 aprilie 1973

Institutul politehnic, Iași,
Laboratorul de mașini-unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Champetier L., *L'examen des broches de machines-outils.* La Machine-outil française, *114*, 67—73 (1956).
2. Honrath K., *Über die Starrheit von Werkzeugmaschinenspindeln und deren Lagerungen.* Diss T. H. Aachen, 1960.
3. Kunkel H., *Untersuchungen über statische und dynamische Verhalten verschiedener Spindel-Lager Systeme in Werkzeugmaschinen.* Diss T. H. Aachen, 1966.
4. Pittroff H., Wiche E., *Laufgüte von Werkzeugmaschinenspindeln.* Werkstatt und Betrieb, **102**, *8*, 547—559 (1969).
5. Popovici B. G., *Rulmenți cu role pentru mașini-unelte de așchiere a metalelor, rapide și de precizie.* I.D.T., Buc., 1960.
6. Schreiber H. H., *Die Steifigkeit des vorgespannten Zylinderrolenlagers.* Industrie-Anzeiger, *63*, 1571—1574 (1962).
7. Cașler Gh., Zetu D., *Cercetări teoretice privind optimizarea construcției subansamblului arbore principal avînd în vedere rigiditatea sa statică.* Constr. de mașini (1973).
8. Zetu D., *Cercetări teoretice și experimentale asupra comportării subansamblului arbore principal la solicitări statice.* Comunicare prezentată la sesiunea tehnico-științifică a I. M. Roman din 12—13 aprilie 1973.

SUR LE RÉGLAGE DU JEU RADIAL DANS LES PALIERS DES BROCHES DES MACHINES-OUTILS

(Résumé)

On présente une méthode et un dispositif pour la détermination du jeu radial **dans** le palier de la broche des tours normales, ainsi que la méthode de réglage de ce jeu à la valeur nécessaire.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 3—4, 1973
SECȚIA IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621.9.01

ASPECTE ALE EVOLUȚIEI OSCILAȚIILOR FORȚATE ȘI ONDULAȚIILOR PE SUPRAFAȚA PRELUCRATĂ ÎN SISTEMUL CU REACȚII ÎNTÎRZIATE LA RECTIFICAREA CILINDRICĂ

I. MODELUL SISTEMULUI ÎNCHIS

DE

COSTACHE DRUȚU și SILVIA DRUȚU

Între principalele criterii de apreciere a calității unei piese prelucrate pe mașinile-unelte, un loc important ocupă precizia sa geometrică, înțelegînd prin aceasta exactitatea dimensiunilor, formei și poziției reciproce ale suprafețelor prelucrate. Măsura preciziei de prelucrare, este dată de abaterile de prelucrare, ca diferențe dintre dimensiunile efective și cele nominale. Între aceste abateri, cele de formă, în secțiune transversală, de tipul ovalității și ondulațiilor pot afecta profund funcționarea piesei respective. Astfel, de exemplu, ondulațiile pe căile de rulare și pe corpurile de rulare ale rulmenților măresc zgomotul și scad durabilitatea acestora.

Ondulațiile pe suprafața piesei prelucrate sînt provocate de variații ale poziției discului abraziv față de piesă cu frecvențe mai mari decît frecvența de rotație a piesei. Pentru precizia de prelucrare, la rectificarea cilindrică, interesează numai variațiile pe direcția radială a piesei, în ceea ce privește poziția relativă dintre aceasta și discul abraziv. Aceste variații sînt date de oscilațiile discului abraziv și ale piesei în raport cu batiul mașinii. Oscilațiile acestor subansambluri pot fi de natura oscilațiilor forțate, provocate de perturbatori aflați în sistem și în afara sistemului sau, de natura autooscilațiilor, cînd sistemul este instabil.

În această lucrare se încearcă relevarea unor aspecte, specifice rectificării, în evoluția oscilațiilor forțate și în formarea ondulațiilor pe suprafața rectificată.

Modelul mecanic asociat sistemului tehnologic la analiza oscilațiilor dintre discul abraziv și piesă s-a reprezentat simplificat ca avînd o singură masă concentrată, cea a subansamblului discului abraziv, și un singur grad de libertate, cel al deplasării pe direcția radială față de piesă [6], [7], [10]; ca avînd două mase oscilante, ale celor două subansambluri rezemate pe un batiu fix, cu două grade de libertate, cele ale deplasărilor pe direcție radială [2], [3], [9]; ca avînd două mase oscilante, a batiului cu subansamblul piesei și a subansamblului discului abraziv, cu două grade de liber-

tate, cele ale deplasărilor acestor mase pe direcția radială [4]; s-a considerat, într-o formă mai apropiată de realitate, ca avînd mai multe mase concentrate, cu mai multe grade de libertate [8]. Aceste modele au servit atît analizei apariției oscilațiilor forțate cît și analizei stabilității sistemului, deci a posibilităților de apariție a autooscilațiilor.

Se consideră sistemul tehnologic ca un sistem cu mase concentrate, cu n grade de libertate acționat de m forțe perturbatoare (fig. 1 *a*).

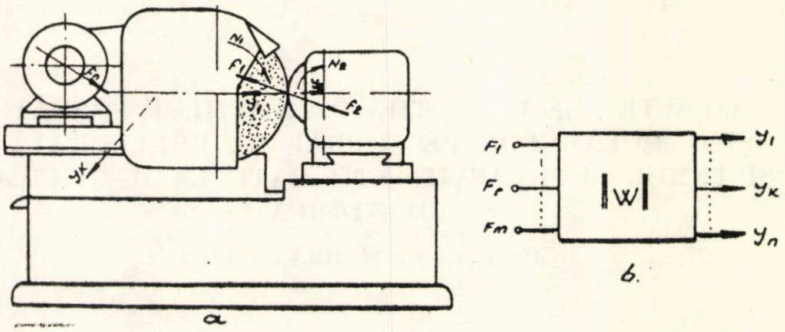


Fig. 1

Pentru determinarea comportării sistemului la acțiuni exterioare se folosesc ecuațiile Lagrange:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial T}{\partial \dot{y}_i} - \frac{\partial T}{\partial y_i} + \frac{\partial V}{\partial y_i} = g_i, \tag{1}$$

în care T este energia cinetică totală a sistemului; V – energia potențială totală a sistemului; y_i – coordonata generalizată; g_i – forța generalizată ce revine coordonatei y_i din sistemul de forțe exterioare $f_r (i = 1, 2, \ldots, n;\ r = 1, 2, \ldots, m)$.

Ecuațiile (1), pentru sistemul din fig. 1 *a* liniarizat, vor avea forma:

$$\begin{cases} \mathrm{D}_{11} y_1(t) + \mathrm{D}_{12} y_2(t) + \ldots + \mathrm{D}_{1n} y_n(t) = g_1(t), \\ \mathrm{D}_{21} y_1(t) + \mathrm{D}_{22} y_2(t) + \ldots + \mathrm{D}_{2n} y_n(t) = g_2(t), \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{D}_{n1} y_1(t) + \mathrm{D}_{n2} y_2(t) + \ldots + \mathrm{D}_{nn} y_n(t) = g_n(t), \end{cases} \tag{2}$$

în care

$$\mathrm{D}_{ik} = a_{ik} + b_{ik}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} + c_{ik}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}, \quad (i,\ k = 1, 2, \ldots, n)$$

este un operator diferențial de ordinul al doilea.

Dacă notăm cu $Y_k(s)$ transformata Laplace pentru $y_k(t)$ și cu $G_i(s)$ transformata Laplace a funcției $g_i(t)$, atunci, pentru condițiile inițiale $y_k(0) = 0$ și $\dot{y}_k(0) = 0$, ecuațiile (2) devin:

$$(3)\quad \begin{cases} \alpha_{11}(s)\,Y_1(s) + \alpha_{12}(s)\,Y_2(s) + \ldots + \alpha_{1n}(s)\,Y_n(s) = G_1(s), \\ \alpha_{21}(s)\,Y_1(s) + \alpha_{22}(s)\,Y_2(s) + \ldots + \alpha_{2n}(s)\,Y_n(s) = G_2(s), \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \alpha_{n1}(s)\,Y_1(s) + \alpha_{n2}(s)\,Y_2(s) + \ldots + \alpha_{nn}(s)\,Y_n(s) = G_n(s), \end{cases}$$

în care,

$$\alpha_{ik} = a_{ik} + b_{ik}\,s + C_{ik}\,s^2.$$

Rezolvarea sistemului (3) conduce la :

$$(4)\quad Y_k(s) = \frac{1}{\Delta}\sum_{i=1}^{n} G_i(s)\,\Delta_{ik},$$

în care

$$\Delta = \begin{vmatrix} \alpha_{11}(s) & \alpha_{12}(s) & \ldots\ldots & \alpha_{1n}(s) \\ \alpha_{21}(s) & \alpha_{22}(s) & \ldots\ldots & \alpha_{2n}(s) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \alpha_{n1}(s) & \alpha_{n2}(s) & \ldots\ldots & \alpha_{nn}(s) \end{vmatrix},$$

iar Δ_{ik} este minorul lui $\alpha_{ik}(s)$ din Δ.

Sistemul de forțe generalizate g_i se determină din sistemul de forțe exterioare f_r, relațiile dintre aceste forțe se vor transpune corespunzător între imaginile G_i și F_r. Astfel se va determina :

$$(5)\quad Y_k(s) = \sum_{n=1}^{m} W_{kr}\,F_r(s).$$

În relația (5), W_{kr} reprezintă funcția de transfer între forța perturbatoare $f_r(t)$ și deplasarea produsă $y_k(t)$.

Structura elastică poate fi astfel privită ca un element de transfer cu m intrări și n ieșiri (fig. 1 *b*).

Legătura dintre transformatele Laplace ale parametrilor de ieșire și de intrare ale acestui element poate fi, deci, exprimată în forma matricială :

$$(6)\quad \| Y(s) \| = \| W(s) \| \, \| F(s) \|,$$

în care $\| Y(s) \|$ este vectorul coloană de ordin n al cărui element Y_k reprezintă transformata Laplace a deplasării, sau rotației după gradul k de libertate ; $\| F(s) \|$ – vectorul coloană de ordin m al cărui element F_r reprezintă transformata Laplace a unei forțe perturbatoare sau moment perturbator ; $\| W(s) \|$ – matricea dreptunghiulară cu n linii și m coloane.

Pe fig. 1 *a* s-au mai notat, dintre forțele f_r în mod special, forțele f_1 și f_2 provenind din procesul de așchiere, egale și de sens contrar ; dintre deplasările y_k în mod special, y_1 și y_2 – deplasările discului și piesei pe

direcția radială ; N_1 și N_2 — turațiile discului și piesei. Modelul poate fi folosit, fără modificări esențiale, și pentru mașinile de rectificat interior.

Cu modelul din fig. 1 *b*, pentru structura elastică și ținînd seama de reacția negativă directă introdusă prin instalarea procesului de rectificare și de reacțiile pozitive întîrziate introduse de revenirea în procesul de așchiere a ondulațiilor înscrise pe piesă și pe discul abraziv, schema-bloc asociată sistemului de către K u d i n o v [6], [7] poate fi adusă la forma din fig. 2.

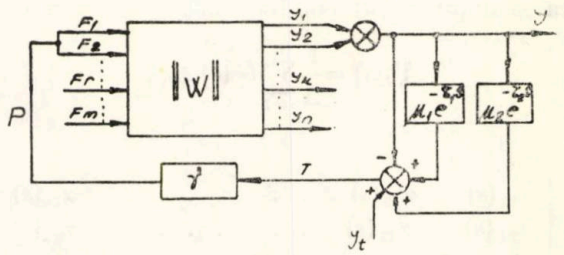


Fig. 2

În fig. 2, în afara notațiilor indicate, Y reprezintă transformata Laplace a deplasării relative dintre disc și piesă ; μ_2 și μ_1 — coeficienții subunitari de înscriere a oscilațiilor sub formă de ondulații pe piesă, respectiv pe disc ; τ_1 și τ_2 — timpii pentru o rotație a discului și piesei ; P — transformata Laplace a variației p a forței de așchiere ; γ — constanta rectificării, adică raportul dintre variația p a forței de așchiere și variația t a adîncimii de așchiere ; Y_t — transformata Laplace a variației adaosului de prelucrare de la operația precedentă.

Ondulația înscrisă pe piesă este determinată de caracteristicile oscilației y și de turația piesei. Astfel, numărul de ondulații este dat de raportul dintre frecvența oscilației y și frecvența de rotație a piesei ; amplitudinea ondulației este egală cu amplitudinea oscilației y diminuată prin înmulțirea cu μ_2, totdeauna subunitar la rectificare.

Ținînd seama de modelul din fig. 2, se va determina, în continuare, funcția de transfer a sistemului, considerînd numai o forță perturbatoare oarecare f_r.

După cum se vede oscilația relativă y este rezultatul deplasărilor y_1 și y_2 atît datorită perturbatorului f_r cît și variației p a forței de așchiere, ca reacție. Deci :

$$Y = F_r W_{1r} + F_r W_{2r} + F_1 W_{11} + F_1 W_{21} + F_2 W_{12} + F_2 W_{22},$$

în care W_{kr} reprezintă elementul matricei $\|W\|$ pe linia k, coloana r.

Relația de mai sus se poate restrînge

$$Y = F_r(W_{1r} + W_{2r}) + P(W_{11} + W_{21} + W_{12} + W_{22}),$$

sau

$$Y = F_r W_r + PW, \tag{7}$$

în care W_r reprezintă funcția de transfer între forța f_r și deplasarea relativă y provocată; W – funcția de transfer între o forță ce imită forța de așchiere și deplasare relativă y provocată.

Variația p a forței de așchiere reprezintă o reacție complexă la deplasarea relativă y descrisă de relația între transformatele Laplace :

$$P = \gamma Y(\mu_1 e^{-\tau_1 s} + \mu_2 e^{-\tau_2 s} - 1),$$

astfel încît (7) devine :

$$Y = F_r W_r + \gamma Y(\mu_1 e^{-\tau_1 s} + \mu_2 e^{-\tau_2 s} - 1)W,$$

din care se deduce funcția de transfer pentru oscilația forțată y datorită perturbatorului f_r, în sistemul cu reacție întîrziată

$$W_f = \frac{Y}{F_r} = \frac{W_r}{1 + \gamma W(1 - \mu_1 e^{-\tau_1 s} - \mu_2 e^{-\tau_2 s})}. \tag{8}$$

Funcția de transfer (8) poate fi considerată ca o variantă a funcțiilor de transfer între perturbator și oscilații pentru modelele prezentate de V. A. Kudinov [5], [6], L. Deac [3], F. Sagyebo [9], S. Shiozaki, M. Miyashita, Y. Furukawa [10].

Primită la 28 mai 1973

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini-unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Bartalucci B. e. a., *Grinding Process Instability.* Trans. ASME (August 1969).
2. Cuntze E. O., *Enstehung und Minderung von Ratterschwingungen beim Schleifen.* Ind-anz, **14**, *13* (1969).
3. Deac L., *Contribuții la stabilirea preciziei procesului de rectificare.* Teză de doctorat, Inst. polit. Cluj, 1970.
4. Каминская В. В., *Расчет колебании несущих систем станков, находящихся под деистиием импульсных возмущений.* Ст. и инстр., *12* (1966).
5. Kudinov V. A., *Dinamica mașinilor-unelte* (trad. din l. rusă). Ed. tehn., Buc., 1968.
6. Кудинов В. А., *Закономерности развития колебаний и волнистости круга и изделия при врезном шлифовании.* Ст. и. инстр., *2* (1970).
7. Micheletti G. F. e. a., *Contributo allo studio delle relazioni fra vibrazioni forzate e finitura superficiale nella rettificatura di pezzi cilindrici.* La ricerca scientifica, Roma, *10* (1967).
8. Polacek M. u. a., *Selbsterregte Schwingungen beim Schleifen.* Maschinenmarkt, *11* (Febr. 1964).
9. Sagyebo F., *Contribuții la determinarea preciziei de prelucrare la rectificare.* Teză de doctorat, Inst. polit. Cluj, 1971.
10. Shiozaki S. e. a., *Generation and Growing up Process of Self-Excited Chatter Vibration in Grinding.* Bull. JSME, **13**, *63* (1970).

ВИДЫ РАЗВИТИЯ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ И ВОЛНИСТОСТИ ОБРАБОТАННОЙ ПОВЕРХНОСТИ В СИСТЕМЕ С ЗАПАЗДЫВАЮЩИМИ ОБРАТНЫМИ СВЯЗЯМИ ПРИ КРУГЛОШЛИФОВАНИИ

I. Модель замкнутой системы

(Резюме)

Вынужденные колебания между шлифовалным кругом и изделием во время шлифовании, от которых зависят волнистости обработанной поверхности, отличаются от вынужденных колебаний между теми элементами на холостом ходе.

Различие установленных и опытных определенных дополнительных мгновенных и запаздывающих связей введены в системе при установлении процесса шлифования.

В первой части этой работы представляется модель приблизительно к действительности для система круглошлифовального станка.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XIX (XXIII), fasc. 3—4, 1973
SECȚIA IV
MECANICĂ TEHNICĂ

C.Z. 621.9.01

DETERMINAREA PARAMETRILOR MOMENTULUI DE TORSIUNE LA TARODAREA OȚELURILOR ROMÂNEȘTI [1])

NOTA III

OȚELURILE STAS 600—65

DE

DAN NICULESCU și VLADIMIR BURGARD

1. Introducere

În conformitate cu relația momentului de torsiune la tarodare

$$M = C_M D^{x_M} p^{y_M} = C'_M D^{x_M} \quad \text{[kgf.cm]}, \tag{1}$$

este necesar ca pentru fiecare material din grupa de oțeluri studiată să se determine experimental valorile exacte ale parametrilor C_M și x_M.

2. Condiții de experimentare

S-a lucrat pe o mașină de găurit tip „Înfrățirea" G—40, cu tarozi de mașină aschiați-rectificați (tip II, STAS 1153—63), în condițiile specificate la Nota I [4].

3. Rezultatele cercetării

În baza rezultatelor practice obținute, valorile maxime ale momentului de torsiune (tabelul 1) au fost înscrise în diagrame dublu logaritmice, trasîndu-se prin puncte curbele (dreptele) de variație ale momentului funcție de diametru (fig. 1).

Fiecare din aceste drepte a furnizat valori pentru constanta C'_M și exponentul x_M (tabelul 2), calculate conform relațiilor

---

[1]) Prezentată la sesiunea științifică a Institutului politehnic din Iași, din 2—4 iulie 1970.

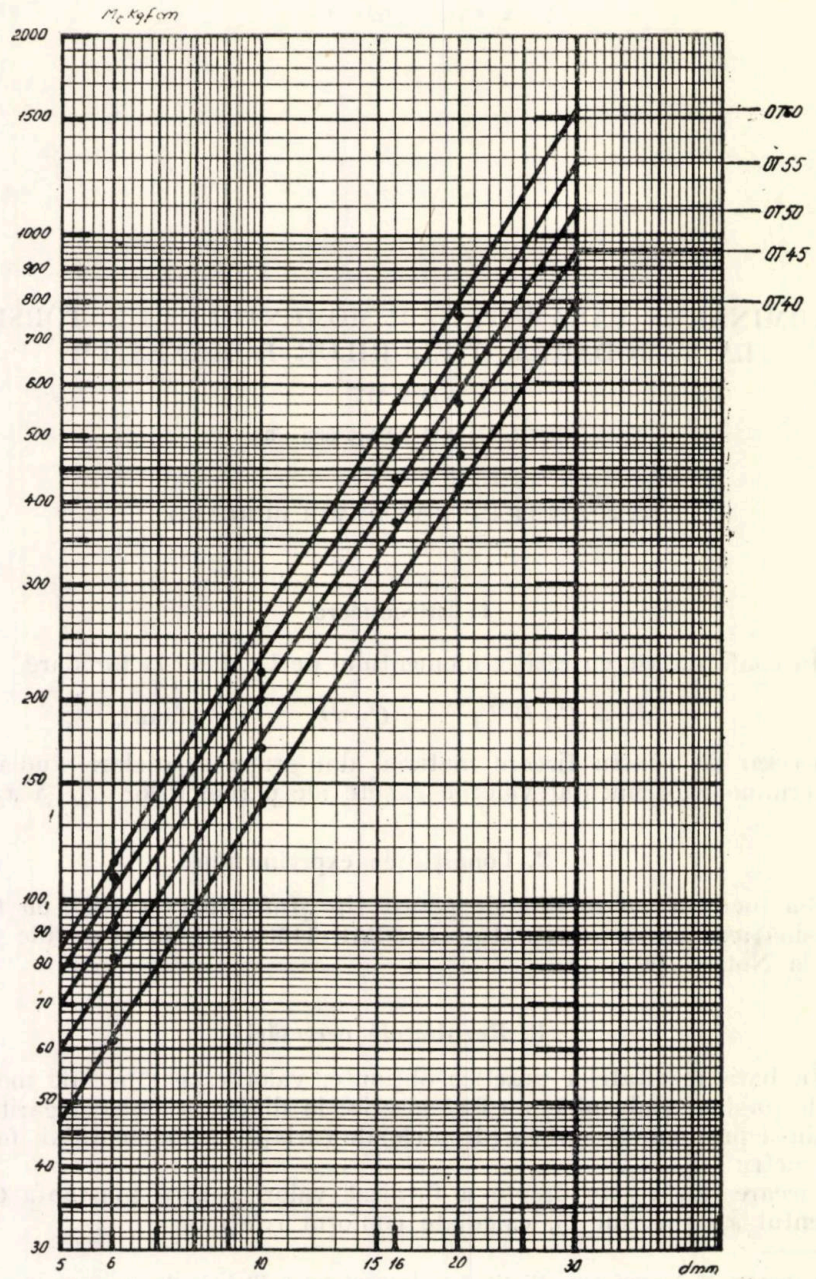

Mc kgf cm
2000
1500
1000
900
800
700
600
500
400
300
200
150
100
90
80
70
60
50
40
30
5
6
10
15
16
20
30
d mm
OT60
OT55
OT50
OT45
OT40

Fig. 1

(2) $$M_{t_1} = C'_M D_1^{x_M}, \qquad M_{t_2} = C'_M D_2^{x_M},$$

care, prin logaritmare și scădere, conduc la

(3) $$x_M = \frac{\log (M_{t_2}/M_{t_1})}{\log (D_2/D_1)}.$$

Tabelul 1

Nr. crt.	Oțel STAS 600–65	Valorile maxime ale momentului de torsiune kgf mm			
		M 6	M 10	M 16	M 20
1	OT 40	620	1 400	3 000	4 200
2	OT 45	820	1 700	3 710	4 720
3	OT 50	920	2 000	4 300	5 630
4	OT 55	1 080	2 200	4 900	6 600
5	OT 60	1 130	2 600	5 600	7 610

Tabelul 2

Nr. crt.	Oțel STAS 600–65	HB kgf/mm²	x_M	$C^1{}_M$
1	OT 40	110	1,58	37,5
2	OT 45	124	1,53	51,6
3	OT 50	138	1,52	61,7
4	OT 55	153	1,57	60,0
5	OT 60	169	1,64	59,3

Constanta se poate calcula cu relația

(4) $$C'_M = \frac{M_t}{D^{x_M}}.$$

Primită la 25 noiembrie 1972

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini unelte și scule

BIBLIOGRAFIE

1. Belous V. ș. a., *Studiul calităților aşchietoare ale tarozilor fabricați la Fabrica de scule Rîșnov.* Bul. Inst. polit. Iași, **XIII (XVII)**, *1–2*, 467–471 (1967).
2. Belous V., *Asupra valorilor exponenților* $x_{p_2}(x_M)$ *din dinamica aşchierii metalelor.* Met. și constr. de maș., *3*, 254–259 (1963).

3. Lăzărescu I. D., *Teoria aşchierii metalelor şi proiectarea sculelor.* E.D.P., Buc., 147–148 şi 472, 1964.
4. Nicolescu D., *Determinarea parametrilor momentului de torsiune la tarodarea oţelurilor româneşti.* (I) *Oţelurile STAS 500–63.* Bul. Inst. polit. Iaşi, XVIII (XXII), *1–2*, 143–148 (1972).

DÉTERMINATION DES PARAMÈTRES DES MOMENTS CONCERNANT LES FILETAGES À TARAUDS DES ACIERS ROUMAINS

Note III

Les aciers standardisés 600–65

(Résumé)

En utilisant un dispozitif à serrer de rattrapage de jeu, spécialement construit, les auteurs établissent les valeurs de ces paramètres-ci pour les aciers: OT 40, OT 45, OT 50, OT 55, OT 60, STAS 600–65.

Dans cette Note, les résultats obtenus par voie expérimentale sont représentés sur un diagramme à l'échelle doublement logarithmique, par la fonction (1). À l'aide d'un tel diagramme on peut facilement déterminer, d'une part, les valeurs des paramètres (tableau 2), et d'autre part, leur influence sur les processus de coupe.

Nr. coli tipar 9+2 planşe la culoare

Tiparul executat la Întreprinderea poligrafică Iaşi, Str. Vasile Alecsandri nr. 6, sub cd. nr. 471
Republica Socialistă România

1974 AUG 0 9

40822